

核反应过程的统计描述

徐 躬 耦

(兰州大学)

摘 要

本文直接从诺埃曼方程出发,采用粗粒化方法并假定矩阵元的无规分布,给出了核反应过程的统计描述。所得反应截面包括复合核前的一次过程和多次过程的反应截面以及复合核反应截面。对激子模型进行了比较讨论。

核反应的蒸发模型^[1]相当成功地描述了低能粒子所引起的核反应。但当入射粒子能量增高时,在出射粒子谱的高能端显示出了偏离于蒸发谱的特征,角分布显示向前峰,而且 (n, p) (n, α) 等反应截面远大于蒸发模型所预言的结果。Griffin^[2]提出了激子模型来解释这些问题。尔后Blann^[3], Gadioli^[4]等人加以发展,获得了相当成功的结果。但是这种模型的一个很大的弱点是不能给出出射粒子的角分布。Mantzouranis等^[5]在原来的激子模型的基础上突出一个快速粒子以解释角分布问题。Tamura等^[6]则认为可直接用多次过程来解释。对此一问题,有必要作进一步的研究。

今用壳模型来描述核反应过程。最初入射核子处在连续能级,在碰撞中它激发核内核子而丧失部份能量,但仍可能处在连续能级,仍偏向于原来的入射方向,只是在这个核子丧失足够多的能量以后,才落入束缚态。入射核子落入束缚态形成复合核以后,其中的核子不易获得足以发射出去的能量,故在发射出核子以前,它有足够的时间趋于平衡,而这样发射出去的核子就决定于平衡态的特征。Griffin的激子模型只考虑激子数,对核子处在连续能级还是处在束缚态未区别考虑,自然不能反映出处于连续能级的核子逐步损失其相对动能、逐步改变其相对运动方向的特征。本文区别开道与闭道,闭道只包含处于束缚态的核子,开道则包含处于连续能级的核子(为了简化问题起见,本文中开道仅包括一个处于连续能级的核子),并按它们各自的特征分别处理。

如果实验中所考虑的问题,是剩余核处在某个能量范围内的许多能级的结果,而且又是对某一范围的入射能量的平均的结果时,最方便的方法自然是用粗粒化的统计方法直接解诺埃曼方程。解诺埃曼方程的问题在非平衡态统计物理中已有不少讨论,也已开始用到核反应问题中来。Weidlich等^[7]为了考虑吸收与发射粒子,引入了一定的模型来描写系统与外界。实际上,在核反应问题中吸收与发射粒子在考虑开道后是自然的结果,而

用投射方法将密度矩阵分解为两部份就相当于考虑系统与外界。Nörenberg 等^[3]也曾利用统计物理方法讨论重离子引起的深度非弹性碰撞。但重离子的非弹性碰撞过程进行得比较缓慢,容许两个相碰撞的核在逐步交换内部运动和相对运动的能量、角动量等的同时,逐步交换它们之间的电荷、质量、内能等。而核子的非弹性碰撞过程如果只通过开道态时进行得比较快,具有截然不同的特征,这一部份不能按无记忆的马尔科夫过程来处理。还应当注意核作用是强的,不能采用按作用强度展开的微扰方法。近似处理按原则来说总是对某种小的量展开来实现的,在强的核作用下应按什么样的小的量展开是一个关键性问题。对于这个问题作者在前文^[9]中已详细阐明。

本文第二节先扼要说明运用粗粒化投射方法解诺埃曼方程的问题;在第三节中建立处于各闭道态的几率随时间变化的主方程;在第四节中讨论如何从开道给出核反应截面;在第五节中对照通常的激子模型进行讨论;最后在第六节中总结讨论本文所得到的一些结果。

二

设系统的哈密顿量为

$$H = H^0 + V, \quad (1)$$

其中 H^0 是核子与核包括它们的内部运动以及它们在实的平均势场作用下相对运动的哈密顿量, V 是它们之间的残余相互作用。以 H^0 的本征解为基,以 $|m\rangle, |n\rangle, \dots$ 表闭道态, $|a\rangle, |b\rangle, \dots$ 表开道态,不需要区别开道闭道时,则概用 $|k\rangle, |l\rangle, \dots$ 表示。 m, n, \dots, a, b, \dots 是表征这些状态的一切量子数的集合,包括它们的内部运动及相对运动量子数。把标志这些状态的相点分为若干相格。闭道态按复合核的总的能量、角动量、宇称以及标志状态的复杂性的量子数(如激子数)来分类;开道态按相对运动动能、方向以及标志状态的复杂性的量子数(如激子数)来分类。某一相格内的状态,其量子数处在某值附近的给定范围之内,相格用 $\mathcal{H}_\mu, \mathcal{H}_\nu, \dots, \mathcal{H}_\alpha, \mathcal{H}_\beta, \dots$ 等标记。相格的维度即相格内的状态数为 $d_\mu, d_\nu, \dots, d_\alpha, d_\beta, \dots$ 等。

引入对应于密度矩阵的希耳伯空间,以 $|\rho\rangle$ 表 $|\Psi\rangle\langle\Psi|$, 以 $|kl\rangle$ 表 $|k\rangle\langle l|$, 并定义内积为

$$\langle kl|\rho\rangle \equiv \langle k|\Psi\rangle\langle\Psi|l\rangle. \quad (2)$$

则根据 $|k\rangle, |l\rangle, \dots$ 的正交归一性和完备性,显然 $|kl\rangle$ 亦有正交归一性和完备性,

$$\langle kl|k'l'\rangle = \delta_{kk'}\delta_{ll'}, \quad \sum_{kl} |kl\rangle\langle kl| = 1. \quad (3)$$

利用这些性质,诺埃曼方程可写为

$$i \frac{\partial |\rho\rangle}{\partial t} = \mathcal{L}|\rho\rangle = (\mathcal{L}^0 + \mathcal{L}')|\rho\rangle, \quad (4)$$

其中 $\mathcal{L}, \mathcal{L}^0, \mathcal{L}'$ 是和 $H, H^0, H' = V$ 相应的刘吾维算子

$$\langle kl|\mathcal{L}|k'l'\rangle = \langle k|H|k'\rangle\delta_{ll'} - \langle l'|H|l\rangle\delta_{k'k}, \quad (5)$$

i 相当于通常的 $\frac{t}{\hbar}$.

引入粗粒化投射算子,

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \sum_{\mu} \sum_{mm' \in \mathcal{H}_{\mu}} \frac{1}{d_{\mu}} |mm\rangle \langle m'm'|, \\ \mathcal{Q} &= 1 - \mathcal{P}. \end{aligned} \quad (6)$$

这里 $\sum_{mm' \in \mathcal{H}_{\mu}}$ 是对相格 \mathcal{H}_{μ} 内的一切状态求和, \sum_{μ} 是对一切相应于闭道的相格求和.

利用粗粒化投射算子 \mathcal{P} , \mathcal{Q} , 可以将 $|\rho\rangle$ 分解为两部份:

$$\begin{aligned} |\rho_1\rangle &= \mathcal{P}|\rho\rangle, \\ |\rho_2\rangle &= \mathcal{Q}|\rho\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

开道态处在子空间 $|\rho_2\rangle$ 中, 处于闭道态的相格 \mathcal{H}_{ν} 内的几率可由

$$P_{\nu}(t) = \sum_{n \in \mathcal{H}_{\nu}} \langle nn | \rho_1(t) \rangle, \quad (8)$$

来表明. $|\rho_1\rangle$, $|\rho_2\rangle$ 的方程为

$$i \frac{\partial |\rho_1\rangle}{\partial t} = \mathcal{P} \mathcal{L} \mathcal{P} |\rho_1\rangle + \mathcal{P} \mathcal{L} \mathcal{Q} |\rho_2\rangle, \quad (9a)$$

$$i \frac{\partial |\rho_2\rangle}{\partial t} = \mathcal{Q} \mathcal{L} \mathcal{P} |\rho_1\rangle + \mathcal{Q} \mathcal{L} \mathcal{Q} |\rho_2\rangle. \quad (9b)$$

引入传播子 $\mathcal{G}^{+}(t - t_0)$,

$$\mathcal{G}^{+}(t - t_0) = \text{Lim}_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\pi} \int_{\omega} \frac{1}{\omega - \mathcal{Q} \mathcal{L} \mathcal{Q} + i\eta} e^{-i\omega(t-t_0)} d\omega, \quad (10)$$

可将 (9b) 式的解写为

$$|\rho_2(t)\rangle = i \mathcal{Q} \mathcal{G}^{+}(t - t_0) \mathcal{Q} |\rho_2(t_0)\rangle + \int_{t_0}^t \mathcal{Q} \mathcal{G}^{+}(t - t') \mathcal{Q} \mathcal{L} \mathcal{P} |\rho_1(t')\rangle dt', \quad (11)$$

把它代入 (9a) 式得到

$$\begin{aligned} i \frac{\partial |\rho_1(t)\rangle}{\partial t} &= i \mathcal{P} \mathcal{L} \mathcal{Q} \mathcal{G}^{+}(t - t_0) \mathcal{Q} |\rho_2(t_0)\rangle + \mathcal{P} \mathcal{L} \mathcal{P} |\rho_1(t)\rangle \\ &\quad + \int_{t_0}^t \mathcal{P} \mathcal{L} \mathcal{Q} \mathcal{G}^{+}(t - t') \mathcal{Q} \mathcal{L} \mathcal{P} |\rho_1(t')\rangle dt'. \end{aligned} \quad (12)$$

(11)和(12)式分别表 $|\rho_2(t)\rangle$ 和 $|\rho_1(t)\rangle$ 随 t 变化的关系.

三

先讨论处于闭道的几率随时间变化的情况. 对 (12) 式乘以 $-i \langle nn |$ 并对 $n \in \mathcal{H}_{\nu}$ 求和, 得到

$$\begin{aligned} \frac{dP_{\nu}(t)}{dt} &= \sum_{n \in \mathcal{H}_{\nu}} \langle nn | \mathcal{L}' \mathcal{Q} \mathcal{G}^{+}(t - t_0) \mathcal{Q} |\rho_2(t_0)\rangle \\ &\quad + \int_{t_0}^t \sum_{\nu} K_{\nu\mu}(t - t') d_{\nu} P_{\mu}(t') dt'. \end{aligned} \quad (13)$$

这里

$$K_{\nu\mu}(t-t') = \sum_{\substack{n \in \mathcal{E}_\nu \\ n \in \mathcal{E}_\mu}} \frac{-i}{d_\nu d_\mu} \langle nn | \mathcal{L}' \mathcal{Q} \mathcal{G}^+(t-t') \mathcal{Q} \mathcal{L}' | mm \rangle, \quad (14)$$

并且用到了下述关系,

$$\begin{aligned} \langle nn | \mathcal{L}' | n'n' \rangle &= \langle n | H | n' \rangle \delta nn' - \langle n' | H | n \rangle \delta n'n = 0, \\ \langle nn | \mathcal{L}' | kl \rangle &= \langle n | H^0 | k \rangle \delta nl - \langle l | H^0 | n \rangle \delta kn = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

方程(13)表示出处于各闭道的几率随时间的变化,在一般情况下依赖于它过去的历史.

和前文^[9]一样,假定对于足够大的相格,系统的状态数 d_ν 很大,状态间的平均能量间隔 D_μ 远小于 ΔE ,

$$D_\mu \ll \Delta E, \quad (16)$$

可以认为残余作用 V 的矩阵元在相格内具有平均值为零的高斯型无规分布^[10],而且对于闭道态来说处在同一相格内的状态间的作用远强于处在不同相格内的状态间的作用,这种强的作用使得在 $\tau_{mem} \approx \frac{1}{\Gamma_\mu}$ 时间内差不多遍历了各个相点,相格内的任意点处于同样地位,而

$$\begin{aligned} \Gamma_{\kappa\mu} &\ll \Gamma_\mu \ll \Delta E \\ \Gamma_{\kappa\mu} &= 2\pi \sum_{\substack{k \in \mathcal{E}_\kappa \\ m \in \mathcal{E}_\mu}} \frac{1}{d_\mu} |\langle k | V | m \rangle|^2 \delta(E_\kappa - E_\mu), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\Gamma_\mu = \sum_\kappa \Gamma_{\kappa\mu}$$

则在远大于 $\tau_{mem} \approx \frac{1}{\Gamma_\mu}$ 又远小于 $\tau_{rel} \approx \frac{1}{\Gamma_{\nu\mu}}$ 的时间间隔内,考虑从相格内任一相点移到另一相格内的一切相点的过程时,已毋需考虑其过去历史,而把它看成无记忆连续变化的过程.对于开道态来说则仅有

$$\Gamma_{\beta\alpha} < \Gamma_\alpha \ll \Delta E, \quad (18)$$

而不存在 $\Gamma_{\beta\alpha} \ll \Gamma_\alpha$, 所以不是无记忆的过程.

在上述假定下按前文所述规则进行具体计算.计算中需注意下述两点不同之处:(i) 投射算子 \mathcal{Q} 中的求和仅包括闭道态,所以矩阵元

$$\langle bb | \mathcal{Q} \frac{1}{\omega - \mathcal{Q} \mathcal{L}' \mathcal{Q} + i\eta} \mathcal{Q} | bb \rangle = \frac{1}{\omega + i\Gamma_b + i\eta}; \quad (19)$$

(ii) 入射平面波态 $|\bar{a}\rangle$ 在平均势场作用下才转为状态 $|a\rangle$,

$$i \mathcal{G}_0^+(t-t_0) | \rho_2(t_0) \rangle = \frac{i}{d_\alpha} \sum_{a \in \mathcal{E}_\alpha} \mathcal{G}_0^+(t-t_0) | \bar{a}\bar{a} \rangle = \frac{1}{d_\alpha} \sum_{a \in \mathcal{E}_\alpha} | aa \rangle, \quad (20)$$

其中

$$\mathcal{G}_0^+(t-t_0) = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\pi} \int \frac{1}{\omega - \mathcal{Q} \mathcal{L}' \mathcal{Q} + i\eta} e^{-i\omega(t-t_0)} d\omega, \quad (21)$$

$$\mathcal{G}^+(t-t_0) = \mathcal{G}_0^+(t-t_0) + \int_{t_0}^t \mathcal{G}_0^+(t-t') \mathcal{Q} \mathcal{L}' \mathcal{Q} \mathcal{G}^+(t'-t_0) dt'$$

$$= \mathcal{G}_0^+(t - t_0) + \int_{t_0}^t \mathcal{G}^+(t - t') \mathcal{D} \mathcal{L}' \mathcal{D} \mathcal{G}_0^+(t' - t_0) dt', \quad (22)$$

同样对出射平面波态 $|\bar{b}\rangle$ 有

$$i(\bar{b}\bar{b}|\mathcal{G}_0^+(t_1 - t') = (bb|, \quad (23)$$

这样具体计算, (13) 式中的第一项为

$$\begin{aligned} & \sum_{n \in \mathcal{E}_\nu} (nn|\mathcal{L}'\mathcal{D}\mathcal{G}^+(t - t_0)\mathcal{D}|\rho_2(t_0)) \\ &= \sum_{n \in \mathcal{E}_\nu} (nn|\mathcal{L}'\mathcal{D}\mathcal{G}_0^+(t - t_0)\mathcal{D}|\rho_2(t_0)) \\ &+ \sum_{n \in \mathcal{E}_\nu} \int_{t_0}^t (nn|\mathcal{L}'\mathcal{D}\mathcal{G}^+(t - t')\mathcal{D}\mathcal{L}'\mathcal{D}\mathcal{G}_0^+(t' - t_0)\mathcal{D}|\rho_2(t_0)) dt' \\ &= -i \sum_{\substack{n \in \mathcal{E}_\nu \\ a \in \mathcal{E}_\alpha}} \frac{1}{d_\alpha} (nn|\mathcal{L}'|aa) - i \sum_{\substack{n \in \mathcal{E}_\nu \\ a \in \mathcal{E}_\alpha}} \int_{t_0}^t \frac{1}{d_\alpha} (nn|\mathcal{L}'\mathcal{D}\mathcal{G}^+(t - t') \\ &\quad \times \mathcal{D}\mathcal{L}'|aa) dt', \quad (24) \end{aligned}$$

由于矩阵元的元规分布, 第一项无贡献, 第二项包括来自图 1 所示的诸图形的贡献, 其结果为

$$\Gamma_{\nu\alpha} + \sum_r \frac{\Gamma_{\nu r} \Gamma_{r\alpha}}{\Gamma_r} + \dots \quad (25)$$

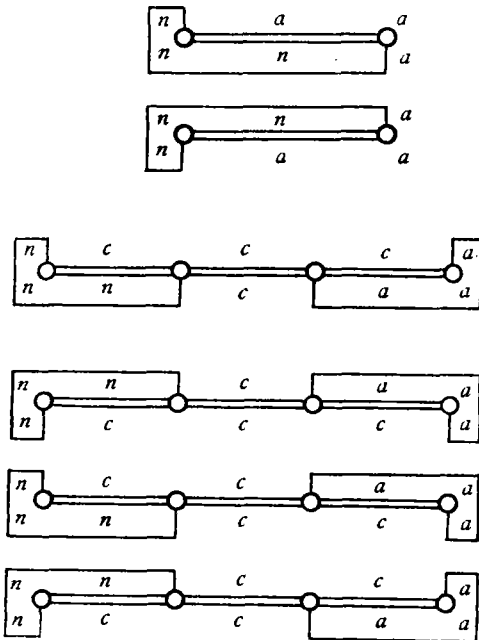


图 1

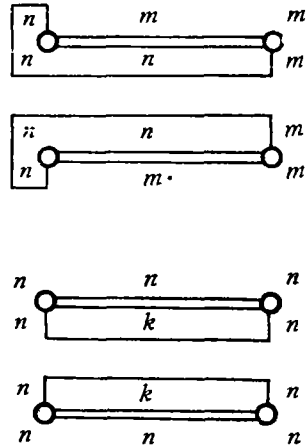


图 2

第一项表示直接从入射道 α 进入闭道 ν , 第二项表示首先从入射道 α 进入其它开道 r , 然后再从这一开道 r 进入闭道 ν . (13) 式中的第二项包括图 2 所示的诸图形的贡献, 这

里略去了从闭道态经过中间的开道态又回到闭道态的较小的项目的贡献, 所得结果为

$$\sum_{\mu \neq \nu} \Gamma_{\nu\mu} P_{\mu}(t) - \sum_{\kappa \neq \nu} \Gamma_{\kappa\nu} P_{\nu}(t). \quad (26)$$

把这些结果代入(13)式得到

$$\frac{dP_{\nu}(t)}{dt} = \left[\Gamma_{\nu\nu} + \sum_{\gamma} \frac{\Gamma_{\nu\gamma} \Gamma_{\gamma\nu}}{\Gamma_{\nu}} + \dots \right] P_{\nu}(t) + \sum_{\mu \neq \nu} \Gamma_{\nu\mu} P_{\mu}(t) - \sum_{\kappa \neq \nu} \Gamma_{\kappa\nu} P_{\nu}(t). \quad (27)$$

这是处于各闭道态的几率随时间变化趋向动态平衡的主方程. 第一项表示单位时间内从开道 α (直接或间接地通过其它开道态) 进入闭道态 ν 的几率, 第二项表示单位时间内从其它闭道态 μ 进入闭道态 ν 的几率, 第三项表示单位时间内从闭道态 ν 进入其它闭道态和开道态的几率.

通常把相应于一定初始条件的无源的衰变系统作为复合核, 这个复合核从给定初始状态趋向平衡并不断衰变, 但在过去的复合核反应理论中, 只考虑了达到平衡后的情况. 相应于一定初始条件的无源的衰变系统也就是在初始时刻受脉冲源作用的系统. (27)式中的源则是恒定源, 自初始时刻 t_0 起, 以后有无数脉冲源持续作用. 如 $t_1 - t_0$ 远大于弛豫时间, 系统在 t_1 时刻已达到动态平衡, $P_{\nu}(t_1) = P_{\nu}^{(eq)}$. 在 t_0, t_1 之间的各个不同时刻 t' 的脉冲源对于 $P_{\nu}^{(eq)}$ 均有贡献, 它们的贡献反映了复合核的不同时期的特征. 如果 $t_1 - t'$ 大于复合核的寿命, 贡献甚微. 如果 $t_1 - t'$ 小于复合核的寿命又大于弛豫时间, 则相当于已达到平衡但在衰变中的复合核的贡献. 如果 $t_1 - t'$ 小于弛豫时间, 则相当于达到平衡前的复合核的贡献. 故(27)式所描述的有恒定源的系统达到动态平衡后的 $P_{\nu}^{(eq)}$, 反应了无源的衰变系统的各个时期包括未达到平衡前的早期的特征.

四

现在考虑在 $(t_1 - t_0) \gg \tau_{rel}$ 时状态处于出射道 β 的几率. 对(11)式乘以 $(\bar{b}\bar{b})$ 并对 $b \in \mathcal{H}_{\beta}$ 求和得到

$$\begin{aligned} P_{\beta}(t_1) &= i \sum_{\substack{b \in \mathcal{H}_{\beta} \\ a \in \mathcal{H}_a}} (\bar{b}\bar{b}) \mathcal{G}^+(t_1 - t_0) |\bar{a}\bar{a}\rangle + \int_{t_0}^{t_1} \sum_{\substack{b \in \mathcal{H}_{\beta} \\ n \in \mathcal{H}_v}} \frac{1}{d_n} (\bar{b}\bar{b}) \mathcal{G}^+(t_1 - t') \mathcal{Q} \mathcal{L}' |nn\rangle P_{\nu}(t') dt' \\ &= i \sum_{\substack{b \in \mathcal{H}_{\beta} \\ a \in \mathcal{H}_a}} \frac{1}{d_a} (\bar{b}\bar{b}) \mathcal{G}_0^+(t_1 - t_0) |\bar{a}\bar{a}\rangle + i \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{\substack{b \in \mathcal{H}_{\beta} \\ a \in \mathcal{H}_a}} \frac{1}{d_a} (\bar{b}\bar{b}) \mathcal{G}_0^+(t_1 - t'') \\ &\quad \times \mathcal{Q} \mathcal{L}' \mathcal{Q} \mathcal{G}^+(t'' - t') \mathcal{Q} \mathcal{L}' \mathcal{Q} \mathcal{G}_0^+(t' - t_0) |\bar{a}\bar{a}\rangle dt' dt'' \\ &\quad + \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{\substack{b \in \mathcal{H}_{\beta} \\ n \in \mathcal{H}_v}} \frac{1}{d_n} (\bar{b}\bar{b}) \mathcal{G}_0^+(t_1 - t'') \mathcal{Q} \mathcal{L}' \mathcal{Q} \mathcal{G}^+(t'' - t') \mathcal{Q} \mathcal{L}' |nn\rangle P_{\nu}(t') dt' dt'' \\ &= \sum_{\substack{b \in \mathcal{H}_{\beta} \\ a \in \mathcal{H}_a}} \frac{1}{d_a} (\bar{b}\bar{b}) |aa\rangle - i \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{\substack{b \in \mathcal{H}_{\beta} \\ a \in \mathcal{H}_a}} \frac{1}{d_a} (bb) \mathcal{L}' \mathcal{Q} \mathcal{G}^+(t'' - t') \mathcal{Q} \mathcal{L}' |aa\rangle dt' dt'' \\ &\quad - i \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{\substack{b \in \mathcal{H}_{\beta} \\ a \in \mathcal{H}_a}} \frac{1}{d_a} (bb) \mathcal{L}' \mathcal{Q} \mathcal{G}^+(t'' - t') \mathcal{Q} \mathcal{L}' |aa\rangle P_{\nu}(t') dt' dt''. \quad (28) \end{aligned}$$

其中第一项表示势场散射的贡献,把它写为

$$\sum_{\substack{b \in \mathcal{E}_\beta \\ a \in \mathcal{E}_\alpha}} \frac{1}{d_\alpha} (\bar{b}\bar{b} | a a) = \Gamma_{\beta\alpha}^{(pot)}(t_1 - t_0), \quad (29)$$

第二项相应于图 3 所示的诸图形的贡献,是形成复合核前的直接反应的贡献,包括相当于 DWBA 的一次过程和通过其它开道的多次过程,其结果为

$$\left[\Gamma_{\beta\alpha} + \sum_\gamma \frac{\Gamma_{\beta\gamma} \Gamma_{\gamma\alpha}}{\Gamma_\gamma} + \dots \right] (t_1 - t_0). \quad (30)$$

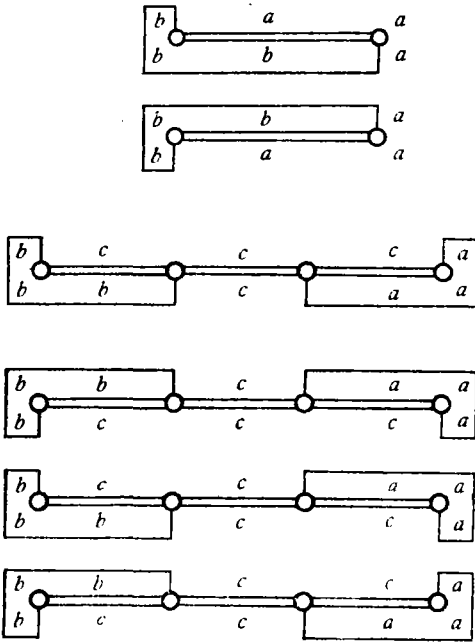


图 3

第三项相应于图 4 所示诸图形的贡献,是形成复合核后再发射出粒子的贡献,这里略去了间接地通过其他开道态而进入出射道 β 的几率,因为复合核很难发射高能核子,故这些情况的贡献是小的,因为

$$(t_1 - t_0) \gg \tau_{rel}, \quad (31)$$

故

$$\int_{t_0}^{t_1} P_\nu(t') dt' = P_\nu^{(ca)}(t_1 - t_0) \quad (32)$$

所得结果为

$$\Gamma_{\beta\nu} P_\nu^{(ca)}(t_1 - t_0). \quad (33)$$

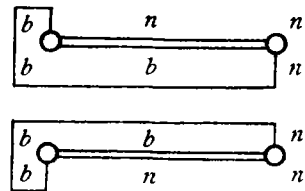


图 4

总的结果为

$$P_\beta(t_1) = \left\{ \Gamma_{\beta\alpha}^{(pot)} + \left[\Gamma_{\beta\alpha} + \sum_\gamma \frac{\Gamma_{\beta\gamma} \Gamma_{\gamma\alpha}}{\Gamma_\gamma} + \dots \right] + \sum_\nu \Gamma_{\beta\nu} P_\nu^{(ca)} \right\} (t_1 - t_0). \quad (34)$$

最后对(34)式乘以

$$\frac{\rho(E_\beta) dE_\beta d\Omega_\beta}{v_\alpha \hbar (t_1 - t_0)} = \frac{\mu_\beta \mu_\alpha}{8\pi^3 \hbar^4} \cdot \frac{k_\beta}{k_\alpha} \cdot \frac{dE_\beta d\Omega_\beta}{(t_1 - t_0)}, \quad (35)$$

得到对于 β 道的反应截面

$$\frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{dE_\beta d\Omega_\beta} = \frac{\mu_\beta \mu_\alpha}{8\pi^3 \hbar^4} \cdot \frac{k_\beta}{k_\alpha} \cdot \left\{ \Gamma_{\beta\alpha}^{(pot)} + \left[\Gamma_{\beta\alpha} + \sum_\gamma \frac{\Gamma_{\beta\gamma} \Gamma_{\gamma\alpha}}{\Gamma_\gamma} + \dots \right] + \sum_\nu \Gamma_{\beta\nu} P_\nu^{(ca)} \right\}. \quad (36)$$

其中包括有势场散射截面、复合核前反应截面及复合核反应截面. 复合核前反应截面中包括多次过程,和 Tamura 等的结果一致. 复合核反应截面中,部份地反映了无源的衰变系统的早期特征.

五

为了进一步讨论(36)式所示的截面结果,具体示明开道态的量子数 $Q_\beta, E_\beta \cdots$ 等,并用 (β) 表示 Q_β 以外的那些量子数,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{dE_\beta d\Omega_\beta} &= \frac{\mu_\beta \mu_\alpha}{8\pi^3 \hbar^4} \cdot \frac{k_\beta}{k_\alpha} \cdot \left\{ \Gamma_{(\beta)(\alpha)}^{(\text{pot})}(Q_\beta, Q_\alpha) \right. \\ &+ \left[\Gamma_{(\beta)(\alpha)}(Q_\beta, Q_\alpha) + \sum_\gamma \frac{\Gamma_{(\beta)(\alpha)}(Q_\beta, Q_\gamma) \Gamma_{(\gamma)(\alpha)}(Q_\gamma, Q_\alpha)}{\Gamma_{(\gamma)}(Q_\gamma)} + \dots \right] \\ &+ \left. \sum_\nu \Gamma_{(\beta)\nu}(Q_\beta) P_\nu^{(\text{ca})} \right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

如果不考虑核的自旋,则由于对转动变换的不变性, $\Gamma_{(\beta)(\gamma)}(Q_\beta, Q_\gamma)$ 仅与方向角的改变 $(Q_\beta - Q_\gamma)$ 有关, $\Gamma_{(\beta)(\alpha)}(Q_\beta), \Gamma_{(\gamma)(\alpha)}(Q_\gamma)$ 与方向角无关. 故势场散射与复合核前反应是有方向性的,复合核反应是各向同性的. 经过对立体角积分,得到

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{dE_\beta} &= \frac{\mu_\beta \mu_\alpha}{8\pi^3 \hbar^4} \cdot \frac{k_\beta}{k_\alpha} \cdot \left\{ \delta_{\beta\alpha} \Gamma_{(\beta)(\alpha)}^{(\text{pot})} + \left[\Gamma_{(\beta)(\alpha)} + \sum_\gamma \frac{\Gamma_{(\beta)(\gamma)} \Gamma_{(\gamma)(\alpha)}}{\Gamma_{(\gamma)}} + \dots \right] \right. \\ &+ \left. \sum_\nu \Gamma_{(\beta)\nu} P_\nu^{(\text{ca})} \right\}. \end{aligned} \quad (38)$$

这一公式指出复合核前反应所给出的出射粒子谱是和复合核反应所给出的蒸发谱不一样的,复合核反应中也部份反映了无源的衰变系统的早期特征.

还需具体说明所谓表征核的复杂性的量子数. 因本文中的 H^0 包括核内部核子间的相互作用,故其本征态不同于壳模型中的状态,但当相格足够大时, H^0 的本征态 $|k\rangle$ 与壳模型态 $|k_0\rangle$ 之间的关系可写为

$$|k\rangle = \sum_{k_0 \in \mathcal{E}_k} O_{kk_0} |k_0\rangle, \quad (39)$$

而

$$\sum_{k \in \mathcal{E}_k} |k\rangle \langle k| = \sum_{k, k_0, k'_0 \in \mathcal{E}_k} O_{kk_0} O_{kk'_0} |k_0\rangle \langle k'_0| \approx \sum_{k_0 \in \mathcal{E}_k} |k_0\rangle \langle k_0|, \quad (40)$$

故可以直接用壳模型态来计算 $\Gamma_{kk'}$, 并用激子数来表示核状态的复杂性.

因为在复合核前,激子数增大时,相空间体积显著增大,故复合核前反应中的多次过程只需要保留激子数递增 $\Delta n = 2$ 的过程. 对各种激子数的情况求和,得到

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{dE_\beta} &= \frac{\mu_\beta \mu_\alpha}{8\pi^3 \hbar^4} \cdot \frac{k_\beta}{k_\alpha} \cdot \left\{ \Gamma_{E_\beta, E_\alpha}^{(\text{pot})} + \sum_{n_\beta} \left[\Gamma_{E_\beta, E_\alpha}(n_\beta, n_\alpha) \right. \right. \\ &+ \left. \sum_{E_\gamma, n_\gamma} \frac{\Gamma_{E_\beta, E_\gamma}(n_\beta, n_\gamma) \Gamma_{E_\gamma, E_\alpha}(n_\gamma, n_\alpha)}{\Gamma_{E_\gamma}(n_\gamma)} \right]_{\Delta n=2} \\ &+ \left. \sum_{n_\beta} \sum_{\nu, n_\nu} \left[\Gamma_{E_\beta, \nu}(n_\beta, n_\nu) P_\nu^{(\text{ca})} \right]_{\Delta n=2} \right\}. \end{aligned} \quad (41)$$

把上述公式与通常的激子模型中的公式比较, 可以看到存在着差别。在上述公式中复合核前反应的截面依赖于核子的相对动能及其逐步耗损的情况。激子模型中的公式仅能看作上述公式对中间态的能量积分后的等效表示式。

六

本文直接从诺埃曼方程出发, 采用粗粒化方法并假定矩阵元的无规分布, 给出了核反应过程的统计描述。假定对于闭道态而言, 马尔科夫近似能够成立, 故处于各反应道的几率随时间的变化与过去的历史无关。开道态是作为外界来处理的, 故所得主方程是一个非齐次方程。这个线性非齐次方程表明系统之所以能达到平衡是从来自入射道的不断补给和对于出射道的不断消耗为前提的。系统达到平衡时的状态可以定义为复合核状态。最后所得反应截面包括势场散射截面、复合核前反应截面及复合核反应截面。复合核前反应所发射出的粒子不仅具有向前发射的倾向, 而且还具有不同于蒸发模型所预言的能谱, 而复合核反应是各向同性的, 但也部份地反映了无源的衰变系统的早期特征。

本文对照通常的激子模型进行了讨论, 明确了它所反映的确切意义。发射粒子各向异性的部份是不通过闭道态的反应, 包括一次过程和多次过程, 这一部份称之为复合核前反应较称之为平衡前反应更为确切。这和 Tamura 等的结论是一致的。某些人^[1]把这一部份反应和通过闭道态的反应一起处理得到了一个表示它们的几率变化的主方程, 但鉴于这一部份反应所经历的时间较短, 马尔科夫近似条件并不成立, 这样处理是有问题的。

参 考 文 献

- [1] V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.*, **52**(1937), 295.
- [2] J. J. Griffin, *Phys. Rev. Lett.*, **17** (1966), 478.
- [3] M. Blann, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **25** (1975), 123.
- [4] E. Gadioli, E. Gadioli Erba, L. Sajo-Bohus and G. Tagliaferri, *Riv. Nuovo Cimento.*, **6** (1976), 1.
- [5] G. Mantzouranis, D. Agassi and H. A. Weidenmuller, *Phys. Lett.*, **578** (1975), 220; G. Mantzouranis, H. A. Weidenmuller and D. Agassi, *Z. Physik*, **A276** (1976), 145; G. Mantzouranis, *Phys. Lett.*, **63B** (1976), 25.
- [6] T. Tamura, T. Udagawa, D. H. Fengand, K. K. Kan, *Phys. Lett.*, **66B** (1977), 109.
- [7] W. Weidlich and K. Dietel, *Nucl. Phys.*, **A205** (1973), 367.
- [8] W. Nörenberg, *Z. Physik*, **A274** (1975), 241; **A276** (1975), 84E; S. Ayik, *Phys. Lett.*, **63B** (1976), 22;
W. Norenberg, *J. Physique*, **37** (1976), C5—141.
- [9] 徐躬耦, 高能物理与核物理, **2** (1978), 359.
- [10] D. Agassi and H. A. Weidenmuller, *Phys. Lett.*, **56B** (1975), 305;
D. Agassi, H. A. Weidenmuller and G. Mantzouranis, *Phys. Reports*, **22C** (1975), 147.
- [11] C. Cline and M. Blann, *Nucl. Phys.*, **A172** (1969), 225;
I. Ribansky, P. Oblozinsky and E. Betak, *Nucl. Phys.*, **A205** (1973), 545.

A STATISTICAL DESCRIPTION OF NUCLEAR REACTION PROCESSES

XU GONG-OU
(Lanzhou University)

ABSTRACT

Starting from the Neuman equation, the statistical description of nuclear reaction processes is achieved with coarse graining and the assumption of random distribution of matrix elements of residual interactions. The reaction cross section obtained includes a part from precompound single and multistep processes and a part from compound reactions. The exciton model is discussed in comparison with the above results.