

对带电轻子质量公式的一些猜测

高 崇 寿

(北京大学物理系)

摘 要

本文建议轻子电磁自能通过 $\frac{\delta m}{m} = \frac{1}{2\pi} n^{-b}$ 与量子数 n 联系起来, 其中 b 为待定常数. 并建议动量截断值 M 与引力常数 κ 和精细结构常数 α 的联系为 $M = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \alpha e^{-1-b}$. 得到了带电轻子质量公式 $m = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \alpha \exp \left\{ -\frac{3}{4} - b - \frac{1}{3\alpha} n^{-b} \right\}$. 利用 e^- 和 μ^- 质量的实验值和 α 值作输入, 给出计算值 $\kappa = (6.67231 \pm 0.00026) \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2}$ 和 $m_\tau = (1782.306 \pm 0.078) \text{ MeV}$, 与观察值 $\kappa = (6.6720 \pm 0.0041) \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2}$ 和 $m_\tau = \left(1782 \begin{smallmatrix} +3 \\ -4 \end{smallmatrix} \right) \text{ MeV}$ 很好符合. 公式预言第四个带电轻子质量应为 $m = (11725.47 \pm 0.51) \text{ MeV}$ 可以在最近的实验中检验. 本文还对所建议的质量公式和结果进行了讨论.

重轻子 τ 和重矢量粒子 Y 发现以后, 人们对轻子和层子的分类以及质量谱的研究兴趣增加了^[1-4]. 一方面, 轻子和层子的不同电荷态之间由弱 $SU(2)$ 群联系起来, 并且轻子和层子又通过消除 Adler 反常的要求联系起来; 另一方面, 对给定轻子或层子的电荷, 还存在几种不同的粒子, 我们可以用一个量子数 n 来区分它们.

	$n = 1$	2	3
轻 子	$Q = 0$ $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$
层 子	$Q = 2/3$ $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$

从这样的分类出发, 尽管 t 还未在实验上显现, 但一般还是相信它是存在的. 进一步的问题是: 是否还有 $n > 3$ 的轻子和层子存在; 如果有的话, n 最大可以是多少; 它们的

质谱分布怎样。这些问题的完全解决是相当困难的，不同 n 值的诸粒子（例如 e^- , μ^- , τ^- ）之间，除了味禁戒使它们之间不能跃迁外，其差别似乎都可归结于质量上的差异所带来。这一点很像研究结构问题时所遇到的径向量子数，这也就启示我们这个问题很可能和研究轻子和层子的内部结构问题分不开。

由于已知层子的质量都是理论上推测的并且很不确切，轻子的质量则是实验上相当准确地测定的，而且轻子不直接参与强作用，我们首先对带电轻子质量谱的公式作一些猜测探讨。作为一个经验公式，我们期望它能比较准确，并且尽可能看出其中所出现的参数与轻子所直接参与的相互作用之间的联系。

二、

考虑带电轻子 (e^- , μ^- , τ^-) 的电磁自能 δm ，准到二级为

$$\frac{\delta m}{m} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{3}{2} \left(\ln \frac{M^2 + m^2}{m^2} + \frac{m^2}{M^2 + m^2} + \frac{1}{2} \right) \quad (1)$$

其中 M^2 为 p^2 积分截断值。在量子电动力学中， $M^2 \rightarrow \infty$ ，但考虑到引力相互作用，则 M^2 有可能尽管很大，但取有限值。

为了给出粒子质量 m 随量子数 n 的变化，必须（在没有恰当的理论解释以前）唯象地引入某种简单的假定。我们假定其形式为

$$\frac{\delta m}{m} = \frac{1}{2\pi} n^{-b}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

其中 b 是待定参数。将(2)代入(1)，并考虑到 $M^2 \gg m^2$, $\frac{m^2}{M^2 + m^2} \ll 1$ 可以略去，我们得到

$$m = M e^{\frac{1}{4} - \frac{1}{3\alpha} n^{-b}} \quad (3)$$

其中只出现两个待定参数 M 和 b 。利用实验上已精确地测定的 e^- 和 μ^- 的质量作为 $n = 1$ 和 2 时的值作输入，可以定出 M 和 b 的值，并预言 $n = 3$ 的 τ^- 以及 n 取更高值时的带电轻子质量。结果如下（只列到 $n = 6$ ）：

n	m 计 算 值 (MeV)	m 实 验 值 (MeV)
1	输入	0.5110034(14)
2	输入	105.65946(24)
3	1782.306(78)	1782^{+3}_{-4}
4	11725.47(51)	
5	47352.1(21)	
6	142226.5(65)	

计算值的误差是考虑了 m_e , m_μ , α 的误差所带来的。其中所定出的参数 b 为

$$b = 0.17905671 \quad (20) \quad (4)$$

从上述结果看来，(3) 式预言的 m_τ 值与现有实验结果很好地符合。这就使我们估计有可能(3)式是一个较好的经验公式，可以比较准确地预言重轻子的质量。按照(3)式的

预言第四个带电轻子的质量约为 11.7 GeV, 这应当不久就可以在 e^+e^- 对撞机中看到或显现出来. 第五个带电轻子的质量约为 47.4 GeV, 也有可能在几年后的 e^+e^- 对撞实验中被观察到.

当然, 在实验上进一步精确测定 τ 的质量, 也可以来考察(3)式预言的精确度.

三、

现在对(3)式中出现的待定参数作一些考察. 动量截断值 M 应与引力常数 κ 所给出的质量量纲的量 $\frac{1}{\sqrt{\kappa}}$ 有关, 还可能与电磁作用常数 α 有关. 因此可以估计 M 大体与 $\frac{1}{\sqrt{\kappa}}$ α 同量级. 实际也确实如此, 并且我们发现 M 可表为

$$M = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \alpha c^{-1-b} \quad (5)$$

利用 m_e , m_μ 实验值定出的 M 和 b 代入上式很好地满足. 值得注意的是(5)中并不出现新的待定参量. 如果我们按(5)式取 M 值代入(3)则可改写为

$$m = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \alpha c^{-\frac{3}{4}-b-\frac{1}{3a}n^{-b}} \quad (6)$$

这时只出现一个待定参数 b 了. 我们如果从(6)式出发, 则只需输入一个 m_e 值来定 b 而把 m_μ 和 m_τ 都计算出来. 这样计算出的 m_μ 值与实验也是符合的, 但由于 κ 的实验误差较大, 利用 κ 作输入来计算带来的误差也较大. 所以我们仍可以取 m_e 和 m_μ 作输入, 通过(6)式把 κ 计算出来和实验比较, 结果为

$$\begin{aligned} \kappa (\text{计算}) &= 6.67231(26) \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2} \\ \kappa (\text{观测}) &= 6.6720(41) \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2} \end{aligned}$$

在误差范围内很好符合.

关于参数 b 我们可以通过类比作某些猜测. 我们熟知在用 Schrödinger 方程解粒子在中心力场中的运动时, 如果能级与量子数的某一幂次 β 成正比(为简单可对比库仑场和谐振子场的 S 波解)则幂次 β 取决于位势 V 的形式. 由此我们可以猜测(6)式中所出现的 b 可能也是与轻子内部结构(或决定内部结构的相互作用机制)有关, 也许不能简单地只通过 α 这一类标帜轻子整体相互作用性质的量表示出来. 如果我们给出的公式得到验证, b 的数值对进一步探讨轻子内部性质或许是很重要的.

四、

我们所建议的(6)式是一个经验公式, 对它的来源我们并没有给出严格的理论解释. 在前几节里我们对这个公式的来源作了一些讨论和分析, 其中包括一些推导和假定. 主要的假定为(2)式和(5)式, (2)式假定了粒子质量对量子数 n 的依赖关系, (5)式则是对动量截断参数值的经验规定, 它把 M 与引力作用常数 κ , 电磁作用常数 α 以及反映轻子内部属性的参数 b 联系起来, 这一点还是可以理解的.

由于我们讨论时采用的是二级电磁自能, 所得结果具有一定的近似性是可以理解的. 有趣的是即使暂时不考虑其近似性, 从(1)和(2)也可得到 n 可取值是有限的结论. 由于

当 m^2 从 0 到 ∞ 变化时

$$\ln \frac{M^2 + m^2}{m^2} + \frac{m^2}{M^2 + m^2} + \frac{1}{2} \geq \frac{3}{2}$$

因此 n 可取值限制为

$$n^{-b} \geq \frac{9}{4} \alpha$$

即

$$n < \left(\frac{4}{9\alpha}\right)^{\frac{1}{b}} \lesssim 9.2676 \times 10^9$$

这是一个很大的数, 还难于在实验上来检验。

从(2)式还可以得到一个有意思的结果。由于 $\frac{1}{2\pi} n^{-b} \leq \frac{1}{2\pi}$, 因此不仅电磁自能, 而且质量的非电磁来源部分也将是恒正的。这比起在处理质量重整化时要求质量的非电磁来源部分取负的发散值可能更为合理。按(2)式非电磁来源的质量在带电轻子质量中所占的份额为 $\left(1 - \frac{1}{2\pi} n^{-b}\right)$ 它对电子为 $\left(1 - \frac{1}{2\pi}\right)$ 并且随 n 的增加而增加, (如果我们的公式可以用于 n 很大时的话) 其最大值不超过 $1 - \frac{9}{8\pi} \alpha$ 。

作为唯象的经验公式, 实际上我们并不要求(6)式一直到很大的 n 值都很准确。值得注意的是(6)式作为经验公式, 有以下特点:

1. 需要通过实验待定的参数少, 式中除 b 外都是已熟知的物理和数学普适常数, 这些普适常数在公式中如何出现取决于我们建议的形式, 但这些普适常数的出现则是完全可以理解的。由于待定参数少, 其预言性也就强。

2. 公式的预言相当确定, 它不是仅推测未知粒子质量的量级或大体所处的范围, 而是给出确定的定量预言。而从现有对 τ 轻子质量和引力常数 κ 的计算表明(6)式给出的结果都是相当好地与实验符合。这就使我们可以期望它有可能对下几个重轻子质量给出比较好的预言。

3. 由于需要从实验上待定的参数少, 公式形式简单, 如果(6)式得到证实的话, 试图从理论上对(6)式的来源进行探索也比较便于入手。

按我们的预言, 第四种带电轻子在 e^+e^- 对撞机上的产生阈约为 $\sqrt{S} = 23.451 \text{ GeV}$, 这首先应表现为在超过这产生阈值后 $R = \frac{\sigma_h}{\sigma_{\mu\mu}}$ 将增加 1 左右。在最近的 e^+e^- 对撞实验中, 将可以很快地得到检验。

参 考 文 献

- [1] 伍经元、吴丹迪、李小源, 高能物理与核物理, 3 (1979), 108.
- [2] J. D. Bjorken, SLAC-PUB-2195 (1978), (T/E).
- [3] 东方晓等, 高能物理与核物理, 3 (1979), 127.
- [4] 罗辽复, 自然杂志, 2 (1979), 132.

SOME CONJECTURES ON THE MASS FORMULA OF CHARGED LEPTONS

GAO CHUNG-SHOU

(Peking University)

ABSTRACT

In this note we propose that the electromagnetic self energy of lepton may be connected with quantum number n by $\frac{\delta m}{m} = \frac{1}{2\pi} n^{-b}$, in which b is a constant. We further propose that the cut-off value of momentum M is connected with gravitational constant κ and fine structure constant α by $M = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \alpha e^{-1-b}$. So we obtain the mass formula of charged leptons $m = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \alpha \exp \left\{ -\frac{3}{4} - b - \frac{1}{3\alpha} n^{-b} \right\}$.

By using the masses of e^- and μ^- and the value of α as in put, we get the calculated values of $\kappa = (6.67231 \pm 0.00026) \times 10^{-8} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{sec}^{-2}$ and $m_\tau = (1782.306 \pm 0.078) \text{MeV}$ which agree very well with experimental values $\kappa = (6.6720 \pm 0.0041) \times 10^{-8} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{sec}^{-2}$ and $m_\tau = (1782^{+3}) \text{MeV}$ respectively. The mass of the fourth charged lepton predicted by the formula should be $m = (11725.47 \pm 0.51) \text{MeV}$, which can be checked by experiments in the near future. We also discuss briefly the proposed formula and the obtained results.