

层子模型中 0^- 介子的电磁形状因子

王明中 郑希特 汪克林
(成都科学技术大学) (中国科技大学)

冼鼎昌 章正刚
(中国科学院高能物理研究所) (成都地质学院)

摘 要

在层子模型中, 0^- 介子波函数可以利用经 Wick 旋转后的 Bethe-Salpeter 方程通过数字计算求解。如何把这种欧氏空间中的介子波函数延拓回闵氏空间, 从而计算能与实验结果进行比较的 0^- 介子的电磁形状因子是个未曾解决的问题。本文在分析形状因子的解析性质的基础上, 证明了在选取光子在其中为类空的特定坐标系中, 可直接利用欧氏的 B-S 介子波函数, 在欧氏空间计算出物理的 0^- 介子的类空电磁形状因子。

文中以近平底势^[5]算得的赝标介子波函数为例, 计算了若干组参数下的赝标介子的电磁形状因子。初步的结果表明, 在适当的参数选择下, 理论计算的结果能够和实验相符合。

一、引 言

关于 π 介子电磁形状因子的实验测量, 完成了不少的工作, 结果也越来越精确^[1], 因而在讨论强子结构的各种模型时, 能否从给定的模型出发, 计算出符合实验结果的 π 介子电磁形状因子来, 将是对模型的一个很好的检验。

在层子模型提出来的时候, 就曾经讨论过介子的电磁形状因子^[2]。由于当时未能从介子的束缚态方程中解出波函数来, 所以只能从实验提供的线索讨论了介子内部运动波函数所可能具有的形式, 并在对波函数作一些假设的基础上(如假设波函数是高斯型或指数型), 讨论了介子的电磁形状因子。

近年来进一步的工作在利用电子计算机系统地对 B-S 方程求解后^[3], 对层子模型初期计算中所作的假设有澄清, 在提出符合物理考虑的一个四维协变的近平底势后, 算得了欧氏空间的低次分波的 B-S 波函数的各洛仑兹不变分量, 因而利用这些结果系统地来计算介子电磁形状因子的工作就提到日程上来了。

最直接的办法是把所得到的欧氏空间的介子波函数延拓回闵氏空间, 然后去计算形状因子. 但是这里遇到的问题是: 所得到的欧氏空间的解是数字解的形式, 不能简单进行延拓. 如果, 例如说, 以一定的多项高斯型的函数 $\left(\sum_i \alpha_i e^{-\beta_i p^2}\right)$ 去逼近数值解, 那么, 当把这种形式的解延拓回闵氏空间时, 就会出现发散因子 $(e^{\beta p_0^2})$. 因此, 我们期望能直接在欧氏空间计算形状因子, 这正是本文的目的. 在第二节中给出 0^- 介子的电磁形状因子的表达式后, 在第三节中分析了形状因子的解析性质, 看对它的积分变量进行 Wick 旋转是否可能. 结果证明进行延拓时有一个条件, 即形状因子 $F(k^2)$ 的宗量亦需进行相应的延拓 $k_0 \rightarrow ik_0$. 为了把延拓后在欧氏空间算得的 $F_{\text{算}}(k^2)$ 延拓回闵氏空间去, 可以选一个在其中光子为类空的坐标系, 这时可不失普遍性地令 $k_0 = 0$, 于是在欧氏空间这样算得的形状因子就给出了物理的类空形状因子, 这点将在第四节中进行讨论. 至于类时形状因子则需另行研究. 在第五节中, 我们以近平底势下计算得的赝标介子波函数为例, 对几组不同的参数计算了其电磁形状因子与电磁半径并与实验进行了比较. 可以看出, 在合理调整参数后, 应用近平底势, 层子模型完全有可能给出与实验结果符合的电磁形状因子.

二、束缚态介子的电磁形状因子

介子的电磁形状因子由电磁流的矩阵元 $\langle \xi | J_\mu(z) | \zeta \rangle$ 所定义, 其中 $|\xi\rangle \cdot |\zeta\rangle$ 是介子束缚态, 电磁流 $J_\mu(z)$ 由层子场 $\phi(z)$ 组成, 在不考虑层子的磁矩的情况下,

$$J_\mu(z) = i\bar{\psi}(z)\Delta_\mu\psi(z), \quad (1)$$

$$\Delta_\mu = Q\gamma_\mu, \quad (2)$$

其中 Q 是层子的 $SU(3)$ 电荷矩阵.

在考虑到最低级的电磁作用下, 有^[4]

$$\begin{aligned} \langle \xi | J_\mu(z) | \zeta \rangle = & \int d^4u \text{Tr} \left\{ \bar{\Phi}^\xi(u, z) \Delta_\mu \Phi^\zeta(z, u) \left(\frac{\hat{\partial}}{\partial u} + M \right) \right. \\ & \left. + \bar{\Phi}^\zeta(z, u) \left(\frac{\hat{\partial}}{\partial u} + M \right) \Phi^\xi(u, z) \Delta_\mu \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 M 是层子质量, Φ^ξ 及 $\bar{\Phi}^\xi$ 为介子波函数及其共轭,

$$\begin{aligned} \Phi^\xi(z, u) &= \langle 0 | T \{ \phi(z) \bar{\psi}(u) \} | \xi \rangle, \\ \bar{\Phi}^\xi(u, z) &= \langle \xi | T \{ \psi(u) \bar{\phi}(z) \} | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

且式(3)中 $\frac{\partial}{\partial u}$ 只作用在 Φ^ξ 上,

$$\Phi \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \equiv - \frac{\partial}{\partial x_\mu} \Phi \gamma_\mu. \quad (5)$$

事实上, 式(3)中的两项与图 1 中的两个费曼图相应.

经过一些计算, 可以得到^[4]:

$$\langle q_f | J_\mu(0) | q_i \rangle = \frac{e}{(2\pi)^4} \int d^4p \text{Tr} \left\{ \bar{\chi}_{q_f}(p-k) \gamma_\mu \chi_{q_i}(p) \cdot \left[i \left(\not{p} - \frac{\not{q}_i}{2} \right) + M \right] \right\}, \quad (6)$$

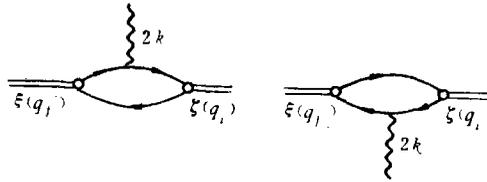


图 1

其中 q_i 及 q_f 分别为始态及末态介子的四动量,

$$k = \frac{1}{2} (q_i - q_f), \quad (7)$$

$\chi_q(p)$ 是动量空间中介子的波函数, 其定义见文献[5].

形状因子 $F(Q^2)$ 通过电磁流矩阵元定义如下:

$$\langle q_f | J_\mu(0) | q_i \rangle = (q_f + q_i) F(Q^2), \quad (8)$$

$$Q_\mu = 2k_\mu = (q_i - q_f)_\mu. \quad (9)$$

比较式(6)及式(8), 有

$$F(k^2) = - \frac{1}{2(\mu^2 + k^2)} \frac{e}{(2\pi)^4} \int d^4p \operatorname{Tr} \left\{ \bar{\chi}_{q_f}(p - k) \cdot \hat{q}_i \chi_{q_i}(p) \left[i \left(\hat{p} - \frac{\hat{q}_i}{2} \right) + M \right] \right\}. \quad (10)$$

在应用式(10)计算介子的电磁形状因子时要注意的, 式中各量是在闵氏空间中写下的, 所以, 为计算 $F(k^2)$, 需要知道闵氏空间的介子波函数. 但是, 目前我们所能得到的介子波函数是从 Wick 旋转后的 B-S 方程组用数字求解法得到的^[5]. 由于在引言中讲过的原因, 我们没有可靠的办法把数值求解的结果延拓回闵氏空间中去, 因此, 较为现实的办法是把式(10)的积分进行解析延拓, 从闵氏空间延拓到欧氏空间, 从而使被积函数中的波函数都是欧氏空间的波函数, 于是就可以把数字求解得到的波函数代入来直接进行计算了. 为此, 让我们先来研究式(10)的解析延拓性质.

三、形状因子计算的解析延拓

形状因子计算式(10)的解析性质决定于积分

$$I(k) = \int d^4p \bar{\chi}_{q_f}(p - k) \hat{q}_i \chi_{q_i}(p) \left[i \left(\hat{p} - \frac{\hat{q}_i}{2} \right) + M \right] \quad (11)$$

的解析性质, 而它又由波函数 $\chi(p)$ 与 $\bar{\chi}(p - k)$ 的解析性质所决定. 被积函数的其余部份在 p_0 平面上无奇异性.

回忆一下 B-S 波函数 $\chi(p)$ 的解析性质^[4]:

1. 当 $p_0 > 0$ 时, 可延拓到上半平面;
2. 当 $p_0 < 0$ 时, 可延拓到下半平面;
3. 只有如图 2 所示的两条割线, 其奇异性是

$$\frac{1}{p_0 \pm (\omega - i\epsilon)^2} \quad (12)$$

$$\omega_{\min} = M - \frac{\mu}{2},$$

式中 μ 为介子质量, $\pm \omega_{\min}$ 分别为右割线及左割线的端点. 由于取复共轭的 $\bar{\chi}$ 时式(12)中的 $i\epsilon$ 不变号^[4], 故 $\bar{\chi}(p-k)$ 的奇异性是:

$$\frac{1}{(p_0 - k_0) \pm (\omega - i\epsilon)}, \quad (13)$$

割线的位置是

$$p_0 = k_0 \pm (\omega - i\epsilon). \quad (14)$$

以下讨论两种情况:

情形 A 设

$$k_0 < 0, \quad k_0 + \omega_{\min} < 0,$$

这时由式(14)确定的割线位置如图 3 所示, 这时右方割线侵入到 p_0 复平面虚轴的左方.

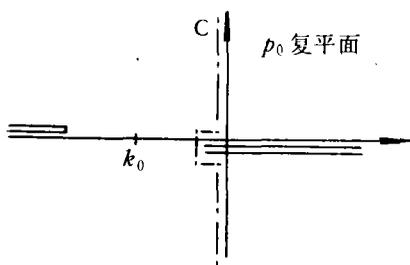


图 3

除开这侵入的部份外, 被积函数在 I、III 象限中无奇点, 因而, 可以把 p_0 从沿实轴的积分改变成沿虚轴、但绕开右方割线侵入部的路径积分, 如图 3 中点划线回路 C 所示. 于是,

$$I(k) = \int_C d^4p \bar{\chi}_{q_f}(p-k) \hat{q}_i \chi_{q_i}(p) \cdot \left[i \left(\hat{p} - \frac{\hat{q}_i}{2} \right) + M \right]. \quad (15)$$

为了完成 Wick 旋转以使 $\bar{\chi}(p-k)$ 及 $\chi(p)$ 成为欧氏波函数, 必须把回路 C 拉直, 这一步的关键在于 k_0 必须同时延拓. 对式(15)中的 C 路径积分, 可以不管左方的割线, 因为它对积分毫无影响. 只需考虑右方割线

$$p_0 = k_0 + \omega - i\epsilon, \quad (k_0 < 0) \quad (16)$$

由于在路径 C 的拐弯部宗量

$$p_0 - k_0 > 0, \quad (17)$$

故 k_0 可延拓成 ik_0 而使得 $\bar{\chi}(p-k)$ 的宗量的第四分量是向上半平面延拓的. 当作延拓

$$k_0 \rightarrow ik_0 \quad (18)$$

时, 右割线(16)成为

$$p_0 = ik_0 + \omega, \quad (k_0 < 0) \quad (19)$$

如图 4 所示, 这时式(15)中的积分路径便拉直成为沿虚轴 C' 的积分路径了.

情形 B 设 $k_0 > 0$, 且 $k_0 - \omega > 0$.

这时与上述情形 A 相反, 左割线侵入虚轴右方, 而原来的右割线对积分无影响. 左方割线为

$$p_0 = k_0 - \omega + i\epsilon, \quad (k_0 > 0) \quad (20)$$

这时,

$$I(k) = \int_L d^4p \bar{\chi}_{q_f}(p-k) \hat{q}_i \chi_{q_i}(p) \left[i \left(\hat{p} - \frac{\hat{q}_i}{2} \right) + M \right], \quad (21)$$

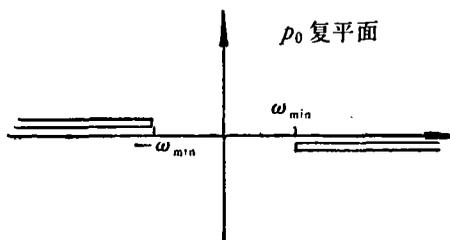


图 2

式中的积分路径 L 如图 5 所示, 是沿虚轴但绕开左割线侵入部的路径. 为了完成式 (21)

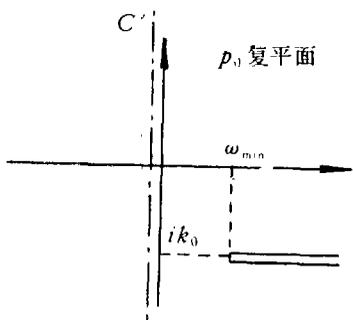


图 4

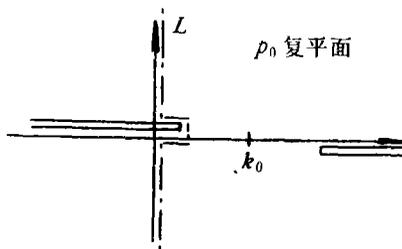


图 5

的 Wick 旋转, 需要把 L 拉直. 注意到在 L 的拐弯部 $\bar{\lambda}(p - k)$ 的宗量的第四分量是负的, 即

$$p_0 - k_0 < 0, \tag{22}$$

故可作延拓 $k_0 \rightarrow ik_0$, 这时 $\bar{\lambda}(p - k)$ 的宗量的第四分量的延拓是向下半平面的, 故积分有定义. 在对 k_0 作延拓时,

$$p_0 = ik_0 - \omega, \tag{23}$$

如图 6 所示, 这时路径 L 便能拉直成沿虚轴的路径 L' 了. 这样, 在式 (21) 中可以完成 Wick 旋转.

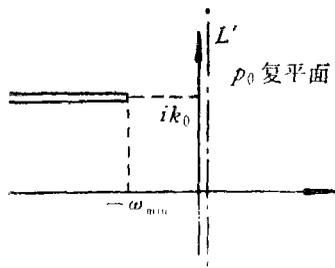


图 6

此外, 对

$$k_0 < 0, \quad k_0 + \omega \geq 0 \tag{24a}$$

$$\text{或 } k_0 > 0, \quad k_0 - \omega \leq 0 \tag{24b}$$

的情形, 不会发生割线的侵入, 故简单地作 $k_0 \rightarrow ik_0$ 的延拓, 不会产生什么问题.

可见, 积分 (11) 可以延拓到 k_0 的虚轴上去. 其方法是: $k_0 > 0$ 时向上半面, $k_0 < 0$ 时向下半面. 这样, 当 k_0 作此延拓时, 积分 (11) 可对 p_0 完成 Wick 旋转.

至此, 我们得到的结论是: 为了把欧氏波函数代入式 (10) 计算形状因子, 在对 p_0 作 Wick 旋转的同时, 必须同时完成 $k_0 \rightarrow ik_0$ 的延拓.

在把欧氏波函数代入经 Wick 旋转并作 $k_0 \rightarrow ik_0$ 延拓后的 (11) 式而算得的 $F_E(k^2)$ 是欧氏空间的, 由它导出闵氏空间的形状因子时要分别类时与类空的不同情况. 在本文中我们只讨论类空的情况. 类时电磁形状因子将另行讨论.

类空情况: $k^2 > 0$. 在作 Wick 旋转的同时, 令 k_0 进行延拓: $k_0 \rightarrow ik_0, k^2 \rightarrow k_E^2 > 0$, 这时 k^2 与 k_E^2 的关系为

$$k_E^2 = k^2 + 2k_0^2. \tag{25}$$

由于我们作的是数值解, 即给定一个 k_E^2 , 就算出一个 $F_E(k_E^2)$ 的值来, 它延拓回闵氏空间时对应于 $F(k^2)$, 即给出闵氏空间点 $k_E^2 - 2k_0^2$ 上的形状因子之值:

$$F(k^2) \xrightarrow{\text{延拓}} F_E(k_E^2) = F(k_E^2 - 2k_0^2). \quad (26)$$

显然, 如果我们在计算中把 K_0 值固定, 那么, 对欧氏空间形状因子的宗量作一平移, 便可得出闵氏空间的形状因子了。

四、赝标介子的类空电磁形状因子

在本节中我们集中解决类空电磁形状因子的计算问题。最方便的参考系是选 $k_0 = 0$, 因为在讨论类空形状因子时, $k^2 > 0$, 由洛伦兹不变性, 这样一种选择总是允许的。这相当于对图 1 的各动量作如下的选择:

$$\begin{aligned} k &= (k, 0, 0, 0), \\ q_i &= (k, 0, 0, i\sqrt{\mu^2 + k^2}), \\ q_f &= (-k, 0, 0, i\sqrt{\mu^2 + k^2}), \end{aligned} \quad (27)$$

式中空间分量选择得只有第一分量只是为了简便, 不失任何普遍性。式 (27) 的选择保证了

$$\begin{aligned} q_i^2 &= q_f^2 = -\mu^2, \\ q_i - q_f &= 2k, \end{aligned} \quad (28)$$

其中 μ 是介子质量。

在欧氏空间计算近平底势下的介子波函数时^[5], 我们知道经 Wick 旋转后 0^- 介子波函数的普遍表达式为

$$\chi(P) = \chi_1 \gamma_5 + \chi_2 \hat{Q} \gamma_5 + \chi_3 \hat{P} \gamma_5 + \chi_4 \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} Q_\mu P_\nu \sigma_{\lambda\sigma}. \quad (29)$$

在低次分波近似下 (文献 [5] 中证明了这是好的近似), χ_3 是比 χ_1 、 χ_2 和 χ_4 高一次的分波, 具体数字计算表明在近平底势下, χ_3 对波函数的贡献很小, 可以忽略不计。所以在形状因子的计算中, 我们一开始便把 χ_3 略去。至于 χ_2 、 χ_4 虽然贡献较 χ_1 为小, 但它们是同属 0 次分波的, 在形状因子计算中, 都有一定的贡献, 所以把它们保留。

先仍在闵氏空间作求迹 (Tr) 运算, Wick 旋转留待求迹后进行:

$$\begin{aligned} \chi_{q_i}(p) &= \chi_1(p) \gamma_5 - \frac{i}{2} \hat{q}_i \chi_2(p) \gamma_5 - 2i \left[-\frac{i}{2} \hat{q}_i \hat{p} + \frac{i}{2} (q_i p) \right] \chi_4(p) \gamma_5, \\ \bar{\chi}_{q_f}(p-k) &= -\gamma_4 \chi_{q_f}^*(p-k) \gamma_4 = \gamma_5 \left\{ \chi_1^* - \frac{i}{2} \hat{q}_f \chi_2^* \right. \\ &\quad \left. - [(\hat{p} - \hat{k}) \hat{q}_f - (p-k) \cdot q_f] \chi_4^* \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

注意, χ_i^* 上的 * 号是简化的表示:

$$\chi_i^* \equiv \chi_i(p-k). \quad (31)$$

以 (29) 代入 (10), 进行求迹运算后, 注意到关系式 (27) 及 (28), 有

$$\begin{aligned} p \cdot q_i &= p_1 k - p_0 \sqrt{\mu^2 + k^2}, \\ p \cdot q_f &= -p_1 k - p_0 \sqrt{\mu^2 + k^2}, \\ q_i \cdot q_f &= -\mu^2 - 2k^2. \end{aligned} \quad (32)$$

另外, 在我们对 B-S 方程的处理中^[5]按 $O(4)$ 群展开后分离了角量, 因而求解得的 $\chi(p)$ 只

是 $|p|$ 的函数,

$$\begin{aligned} \chi_i(p) &= \chi_i(\sqrt{p^2 - p_0^2}), \\ \chi_i(p-k) &= \chi_i(\sqrt{(p_1-k)^2 + p_2^2 + p_3^2 - p_0^2}), \end{aligned} \quad (33)$$

所以 $\chi_i^* \chi_i$ 是 p_0 的偶函数, 因之它们与 p_0 奇次幂的乘积对 p_0 的积分为零. 求迹后出现的 $\chi_i^* \chi_i$ 与 $\chi_i^* \chi_i$ 项, 可通过变量变换 $p-k \rightarrow -p$, 再利用 χ_i 只是其宗量的模的函数的性质而予以合并, 再用到如下的两个等式:

$$\int d^4 p p_i \chi_i(p-k) \chi_i(p) = \int d^4 p \frac{k}{2} \chi_i(p-k) \chi_i(p), \quad (\text{对 } i \text{ 不求和}), \quad (34)$$

$$\int d^4 p p_i^2 \chi_i(p-k) \chi_i(p) = \int d^4 p \left(\frac{3}{2} k p_i^2 - \frac{1}{4} k^3 \right) \chi_i(p-k) \chi_i(p), \quad (\text{对 } i \text{ 不求和}), \quad (35)$$

它们的证明很简单, 如在式(34)的左端作变数变换 $p_i - \frac{k}{2} = t$, 则

$$\begin{aligned} \int d^4 p p_i \chi_i(p-k) \chi_i(p) &= \int dp_2 dp_3 dp_0 dt \left(t - \frac{k}{2} \right) \\ &\cdot \chi_i \left(\sqrt{\left(t - \frac{k}{2} \right)^2 + p_2^2 + p_3^2 - p_0^2} \right) \chi_i \left(\sqrt{\left(t + \frac{k}{2} \right)^2 + p_2^2 + p_3^2 - p_0^2} \right), \end{aligned}$$

显见 $\chi_i^* \chi_i$ 是 t 的偶函数, 于是(34)得证. (35)式可类似地证明.

这样, 就得到如下的表式

$$\begin{aligned} F(k^2) &= \frac{-2ie}{(2\pi)^4} \int d^4 p \left\{ -\frac{1}{2} \chi_1^* \chi_1 + M \chi_1^* \chi_2 - \frac{1}{8} \mu^2 \chi_2^* \chi_2 \right. \\ &\quad - (2p^2 - p_1 k + 2p_0^2) \chi_1^* \chi_4 + M k p_1 \chi_2^* \chi_4 \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left[-(\mu^2 + 2k^2) p^2 + \frac{k^2}{2} (k^2 + \mu^2) + k^2 p_1^2 + (k^2 - \mu^2) p_0^2 \right] \chi_4^* \chi_4 \right\}. \end{aligned} \quad (36)$$

在 Wick 旋转

$$p_0 \rightarrow i p_4 \quad (37)$$

下, 有

$$p^2 \rightarrow \bar{P}^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2, \quad (38)$$

由于式(27)的选择, k_0 的延拓实际毋须进行. 经过无量纲化处理^[5]:

$$\begin{aligned} F_1(\bar{P}) &= \chi_1(\bar{P}), \\ F_2(\bar{P}) &= M \chi_2(\bar{P}), \\ F_4(\bar{P}) &= M^2 \chi_4(\bar{P}), \end{aligned} \quad (39)$$

同时定义

$$\begin{aligned} P &= \frac{\bar{P}}{M}, & P_i &= \frac{p_i}{M}, \\ B &= \frac{\mu}{2M}, & K &= \frac{k}{M}, \end{aligned} \quad (40)$$

最后得到类空 0^- 介子电磁形状因子的如下的表达式:

$$\begin{aligned}
 F(K^2) = & \frac{1}{N} \int d^4P \left\{ F_1(P-K)F_1(P) - 2F_1(P-K)F_2(P) \right. \\
 & + B^2F_2(P-K)F_2(P) + 2(2P^2 - 2P_4 - P_1K)F_1(P-K)F_4(P) \\
 & - 2P_1KF_2(P-K)F_4(P) + \left[4B^2(P^2 - P_4^2) + K^2 \right. \\
 & \left. \left. \cdot \left(2P^2 + P_4^2 - 2B^2 - \frac{K^2}{2} - 2P_1^2 \right) \right] F_4(P-K)F_4(P) \right\}, \quad (41)
 \end{aligned}$$

其中 N 为归一化因子,

$$\begin{aligned}
 N = & \int d^4P \{ F_1^2(P) - 2F_1(P)F_2(P) + B^2F_2^2(P) \\
 & + 4(P^2 - P_4^2)F_1(P)F_4(P) + 4B^2(P^2 - P_4^2)F_4^2(P) \}, \quad (42)
 \end{aligned}$$

它保证了

$$F(0) = 1. \quad (43)$$

在式 (41)、(42) 中的各 F_i 正是由 Wick 旋转后的 B-S 方程中解出的介子波函数的各个分量. 通过式 (41), 就可直接利用这些欧氏空间的波函数(而且是数字解形式的)而算出 0^- 介子的类空电磁形状因子.

五、近平底势中 0^- 介子类空电磁形状因子

迄今尚未有工作能从 B-S 方程中解出式 (41) 中各 F_i 的解析形式. 在我们以前的工作中曾对 ν 势^[9] 和近平底势^[5] 借助数字求解得出欧氏空间的各 $F_i(P)$. 下面以近平底势下, 标量耦合时几组不同参量下算得的 0^- 介子的 $F_i(P)$ 代入式 (41) 作为介子的类空电磁形状因子计算的例子.

由于式 (27) 的选择, $\chi_i^* \chi_j$ 除 P_1 分量外, P_2, P_3, P_4 这三个分量是处于对称地位的, 利用这点可以把 (41) 式的四维积分为二维积分而简化计算.

令

$$\begin{aligned}
 P_2^2 + P_3^2 + P_4^2 & \equiv \mathcal{D}^2, \\
 F_i^* & \equiv F_i(\sqrt{(P_1 - K)^2 + \mathcal{D}^2}), \\
 F_i & \equiv F_i(\sqrt{P_1^2 + \mathcal{D}^2}), \quad (44)
 \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned}
 F(K^2) = & \frac{4\pi}{N} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} dP_1 \int_0^{\infty} \mathcal{D}^2 d\mathcal{D} \left[F_1^* F_1 - 2F_1^* F_2 + B^2 F_2^* F_2 \right. \right. \\
 & + \frac{8}{3} \mathcal{D}^2 F_1^* F_4 + \left(\left(\frac{8}{3} B^2 + \frac{7}{3} K^2 \right) \mathcal{D}^2 - K^2 \left(2B^2 + \frac{K^2}{2} \right) \right) F_4^* F_4 \left. \right. \\
 & - 2K \int_{-\infty}^{\infty} P_1 dP_1 \int_0^{\infty} \mathcal{D}^2 d\mathcal{D} (F_1^* + F_2^*) F_4 \\
 & \left. + 4 \int_{-\infty}^{\infty} P_1^2 dP_1 \int_0^{\infty} \mathcal{D}^2 d\mathcal{D} (F_1^* + B^2 F_4^*) F_4 \right\}, \quad (45)
 \end{aligned}$$

而 N 可简化为一维的积分

$$N = 2\pi^2 \int_0^\infty P^3 dP [F_1^2 - 2F_1 F_2 + B^2 F_2^2 + 3P^2 F_1 F_4 + 3B^2 P^2 F_4^2]. \quad (46)$$

由于 F_i 在其宗量变大时很快地趋于零,所以式(45)及(46)的无穷积分限均可在足够大的数值处作截断处理. 图7给出标量耦合的近平底势下 0^- 介子的类空电磁形状因子在若干组参数下的行为. 图中实验曲线取自[6]以资比较,各参数 0.007/0.2 等表示

$$B = 0.007, \quad E = 0.2$$

等,其中 B 的定义见式(40), E 是近平底势的一个参数^[5].

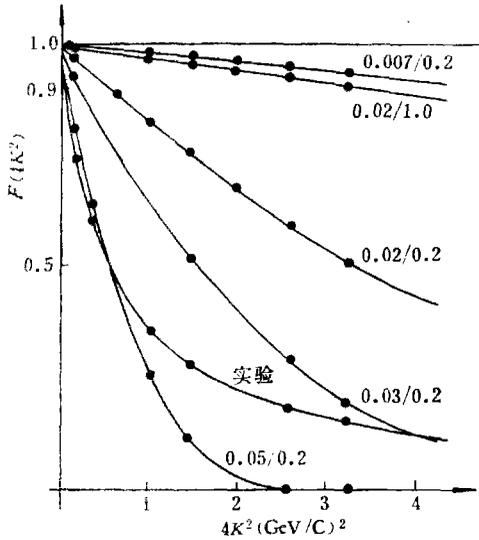


图 7

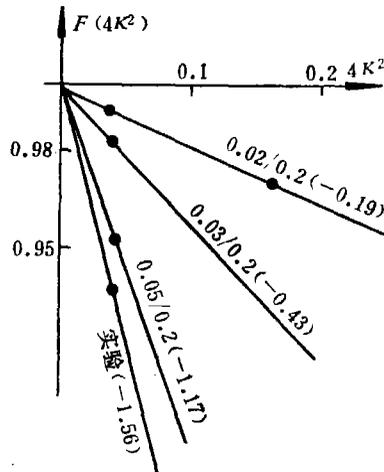


图 8

可以看出,当 B 固定时,随 E 之减小形状因子曲线将下降,而当 E 固定时,形状因子曲线将随 B 的增大而下降. 如果我们取 $M = 10 \text{ GeV}$, 则 π 介子对应于 $B = 0.007$, 在文献[5]中我们曾经指出,要计算出 π 介子的物理半径, E 值要取得很小. 从图7上形状因子曲线的一般行为来看,适当调整参数以及适当选择耦合类型,给出符合实验的形状因子是完全可能的.

π 介子的平均电磁半径通过公式

$$\langle r^2 \rangle = -6 \frac{\partial}{\partial K^2} F(K^2) |_{K^2=0} \quad (47)$$

由图7的小比例图上得出(如图8所示). 显然,形状因子较之电磁半径包含了更多的物理内容. 要挑选能得到介子半径的参数是较容易的,而要使理论算得的形状因子与实验相符,对模型的参量的要求就严格了. 比如说,如果 B 取得很大,我们虽然很容易算得大的半径,但同时 $F(K^2)$ 却急剧地下降到零,这就与实验结果不符了.

以上我们解决了用欧氏空间的 B - S 波函数直接计算 0^- 介子类空区电磁形状因子的问题. 并以近平底势下标量耦合算得的 0^- 介子波函数为例进行了计算. 从初步的结果看来,通过适当调整势参数及耦合类型,很有希望得出与实验结果一致的 π 介子的电磁形状因子. 在对耦合类型调整时的工作量相当大,其结果将另行报导.

作者感谢朱洪元同志对本工作的支持及讨论。

参 考 文 献

- [1] E. B. Dally et al., *Phys. Rev. Lett.*, **39** (1977), 1176.
由该文可追溯到更早的工作。
[2] 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能, 1966, 6—7, 439.
[3] 王明中、郑希特、汪克林、章正刚、洗鼎昌, 高能物理与核物理, **2** (1977), 109.
[4] 洗鼎昌、郑希特、王明中、汪克林、章正刚, 物理学报, **27**(1977), 94.
[5] C. L. Hammer, V. S. Zidell, R. W. Reimer and T. A. Weber, *Phys. Rev.*, **D15** (1977), 696.

THE ELECTROMAGNETIC FORM FACTOR OF THE 0^- MESON IN THE STRATON MODEL

WANG MING-ZHONG ZHENG XI-TE

(*Chengtu University of Science and Technology*)

WANG KE-LIN

(*University of Science and Technology of China*)

XIAN DING-CHANG

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ZHANG ZHENG-GANG

(*Chengtu Institute of Geology*)

ABSTRACT

In the straton model, the wave functions of the 0^- meson can be obtained numerically from the Wick rotated Bethe-Salpeter equation. The problem of comparing experiment with the mesonic electromagnetic form factor calculated by analytical continuation of the wave functions from the Euclidean space back to the Minkowski space is an unsolved problem. On the basis of analyzing the analytic property of the form factor, we proved that by choosing a special reference system in which the photon is space-like, one may calculate the physical space-like electromagnetic form factor directly from the Euclidean B-S wave functions of the meson in the Euclidean space. As an example, we calculated the electromagnetic form factor of the pseudoscalar meson by using the wave functions corresponding various choices of parameters. Preliminary results show that the theoretical calculation may be in accordance with experiment by appropriately choosing the parameters.