

复杂级联过程的衰变规律

杨福家 汤家镛

(复旦大学)

摘 要

本文给出多能级级联过程的衰变规律。把它应用于测量高自旋态平均寿命的脉冲束方法,可以修正以前只计及单能级衰变规律而得到的全部寿命数据。

一、引 言

随着重离子反应、在束 γ 谱学的发展^[1],对高自旋态的研究有了很多进展^[2],它对核结构的研究具有重要意义。在高自旋态的研究中,能级平均寿命的测量是很重要的课题。

平均寿命的测量需要知道能级衰变的规律。但在重离子反应中激发的能级数目很多,能级间的跃迁是一种复杂的级联过程。即使只涉及到三条能级(图1),情况也相当复杂,

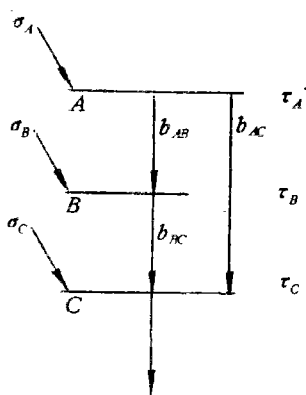


图1

因为产生C能级的方式是多种多样的,不仅有直接激发来的,而且有从A、B衰变来的,又有从A经过B而到C的。

由于A、B能级都有一定寿命,因此从C释放的 γ 强度与时间的关系决不是简单的指数规律。能级的数目愈多,情况愈是复杂。因此, Yamazaki 等人在用脉冲束方法测量毫微秒量级的高自旋态寿命的大量工作中^[1],实际上是忽略了能级间的耦合,而把状态的衰变当作单能级的衰变来处理。

对于那些平均寿命短于 10^{-11} 秒的态,许多相邻能级的寿命往往是可以相比拟的,必须求解一系列耦合微分方程,才能求得某一能级的衰变规律;而这一点被认为是难以做到的^[3]。文[4]虽然列出了一个具体公式,但是只能适用于反冲距离方法(RDM),涉及到的能级也只有三条(文

[5]也是如此)。本文利用我们以前对核素衰变系列得到的结果^[6,7],求得多能级级联衰变规律的一般表达式,它能够适用于任意多条能级之间、按照各种可能的分支比进行的级联过程。所得到的结果可以方便地移用于脉冲束方法和反冲距离方法,从而有可能对以前只计及单能级衰变规律而得到的平均寿命数据作出必要的修正。

* 本文1978年3月6日收到。

二、复杂级联过程的衰变规律

先考虑三能级间的跃迁, 并假定分支比 b_{AB} 和 b_{BC} 都是 100%, b_{AC} 为零(参看图 1). 这时, 根据文献[6]的结果, 可以写出 C 态 γ 辐射的活性 $\mathcal{A}_C(T)$ 随时间 T 的变化规律为(参见附录):

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_C(T) = & \left\{ \left[\frac{\tau_A^2}{(\tau_A - \tau_B)(\tau_A - \tau_C)} F_A + \frac{\tau_B^2}{(\tau_B - \tau_A)(\tau_B - \tau_C)} F_B \right. \right. \\ & + \left. \frac{\tau_C^2}{(\tau_C - \tau_A)(\tau_C - \tau_B)} F_C \right] \sigma_A + \left[\frac{\tau_B}{\tau_B - \tau_C} F_B \right. \\ & \left. \left. + \frac{\tau_C}{\tau_C - \tau_B} F_C \right] \sigma_B + F_C \sigma_C \right\} I n, \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$F_i = [1 - e^{-t/\tau_i}] e^{-T/\tau_i} \quad i = A, B \text{ 或 } C \quad (2)$$

有赖于时间 t 和 T ; t 是通过核反应激发产生这些能级的作用时间 (feeding time), T 的零点从作用结束算起; τ_A 、 τ_B 和 τ_C 分别表示态 A 、 B 和 C 的平均寿命; σ_A 、 σ_B 和 σ_C 分别表示态 A 、 B 和 C 的激发截面; I 是束流强度; n 则是单位面积内的靶核数.

式(1)形式对称, 物理意义清晰, 因而容易扩充. 设想 A 态也有直接跃迁到 C 态的几率(b_{AC} , 见图 1), 则有

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_C(T) = & \left\{ \left[\frac{\tau_A^2 F_A}{(\tau_A - \tau_B)(\tau_A - \tau_C)} + \frac{\tau_B^2 F_B}{(\tau_B - \tau_A)(\tau_B - \tau_C)} \right. \right. \\ & + \left. \frac{\tau_C^2 F_C}{(\tau_C - \tau_A)(\tau_C - \tau_B)} \right] \sigma_A b_{AB} b_{BC} + \left[\frac{\tau_B F_B}{\tau_B - \tau_C} + \frac{\tau_C F_C}{\tau_C - \tau_B} \right] \sigma_B b_{BC} \\ & \left. + \left[\frac{\tau_A F_A}{\tau_A - \tau_C} + \frac{\tau_C F_C}{\tau_C - \tau_A} \right] \sigma_A b_{AC} + F_C \sigma_C \right\} I n, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 b_{ij} 表示 $i \rightarrow j$ 的分支比.

一般地, 位于 C 态之上的那些能级, 凡有直接跃迁到 C 态的(图 2), 就有两项贡献于 $\mathcal{A}_C(T)$, 总的贡献可以表为

$$\sum_i \left[\frac{\tau_i F_i}{\tau_i - \tau_C} + \frac{\tau_C F_C}{\tau_C - \tau_i} \right] \sigma_i b_{iC} I n, \quad (4)$$

此处 \sum_i 表示要对所有符合上述条件的那些能级求和.

同样, 位于 C 态之上的那些能级, 凡是通过一个中间能级跃迁到 C 态的(图 3), 都有三项贡献于 $\mathcal{A}_C(T)$, 总的贡献应该表为

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} \left[\frac{\tau_i^2 F_i}{(\tau_i - \tau_j)(\tau_i - \tau_C)} + \frac{\tau_j^2 F_j}{(\tau_j - \tau_i)(\tau_j - \tau_C)} \right. \\ \left. + \frac{\tau_C^2 F_C}{(\tau_C - \tau_i)(\tau_C - \tau_j)} \right] \sigma_i b_{ij} b_{jC} I n, \end{aligned} \quad (5)$$

此处 i 和 j 分别表示初态和中间态, \sum_{ij} 表示要对所有各组 (i, j) 能级求和.

至于那些通过两个中间能级跃迁到C态 ($i \rightarrow j \rightarrow k \rightarrow C$) 的能级 (图4), 贡献于 $\mathcal{A}_C(T)$ 的将为四项, 而总的贡献则为

$$\sum_{i,j,k} \left[\frac{\tau_i^3 F_i}{(\tau_i - \tau_j)(\tau_i - \tau_k)(\tau_i - \tau_C)} + \frac{\tau_j^3 F_j}{(\tau_j - \tau_i)(\tau_j - \tau_k)(\tau_j - \tau_C)} \right. \\ \left. + \frac{\tau_k^3 F_k}{(\tau_k - \tau_i)(\tau_k - \tau_j)(\tau_k - \tau_C)} + \frac{\tau_C^3 F_C}{(\tau_C - \tau_i)(\tau_C - \tau_j)(\tau_C - \tau_k)} \right] \sigma_i b_{i,i} b_{j,k} b_{k,C} \ln s, \quad (6)$$

此处 $\sum_{i,j,k}$ 表示应对所有各组 (i, j, k) 能级求和。

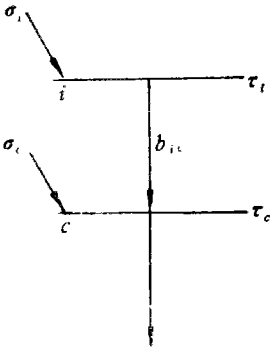


图 2

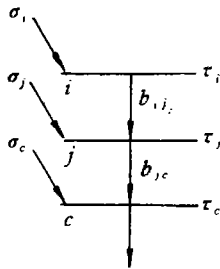


图 3

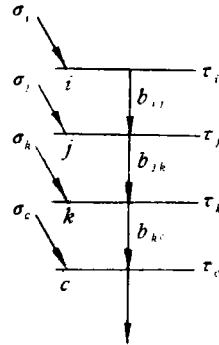


图 4

仿此, 所有需要计及的能级贡献都可以写出, 最后得到复杂级联过程的衰变规律的一般表达式。

三、应用和讨论

1. 脉冲束方法

设每个束流脉冲的宽度为 Δt_d , 间隔为 t_d (一般, $t_d \gg \Delta t_d$)。脉冲束方法所测量的就是被激发的能级在脉冲间隔 $0 \rightarrow t_d$ 内的衰变情况。

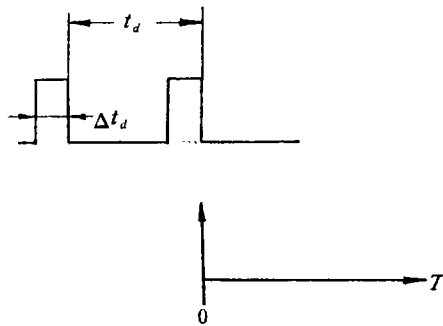


图 5

原先不考虑能级之间的耦合。对于某条能级来说, 如果寿命 $\tau \ll t_d$, 则只需考虑单个脉冲束的激发, 因而从它发出的 γ 活性随时间 T 的衰减为

$$\mathcal{A}(T) = \sigma I n(1 - e^{-\Delta t_d/\tau}) e^{-T/\tau}, \quad (7)$$

式中各符号的意义同前, 时间坐标的取法参见图 5。

如果 $\tau \ll t_d$ 不满足, 那末其前所有脉冲束的激发均需计及, 因而,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(T) &= \sigma I n(1 - e^{-\Delta t_d/\tau}) e^{-T/\tau} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-m t_d/\tau} \\ &= \sigma I n(1 - e^{-\Delta t_d/\tau}) e^{-T/\tau} (1 - e^{-t_d/\tau})^{-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

文献 [1] 基于 (8) 式, 测量了大量高自旋态的平均寿命。对于其中不少数据, 多能级级联衰变的修正是十分必要的, 但由于所述困难而未进行^[3]。现在, 根据本文式 (1)、(3) — (6), 可以方便地进行任何必需的修正, 只要把各式中的函数因子 F_i 改为

$$F_i = (1 - e^{-\Delta t_d/\tau_i}) e^{-T/\tau_i} (1 - e^{-t_d/\tau_i})^{-1} \quad (9)$$

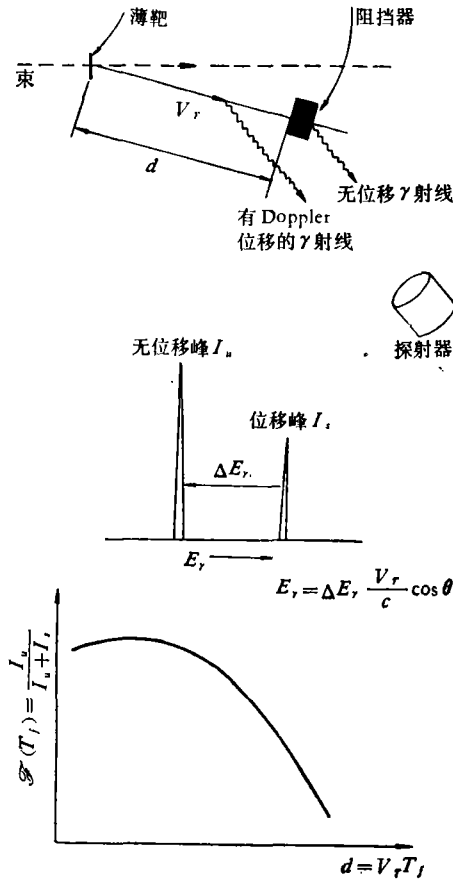


图 6 反冲距离法测能级寿命示意图

图中 c 是光速, θ 是探测器与入射束方向夹角, v_r 是反冲核速度。其它符号的意义见正文

即可。如果 $\Delta t_d \ll \tau_i$, 则还可简化为:

$$F_i = \frac{(\Delta t_d / \tau_i) e^{-T/\tau_i}}{1 - e^{-\Delta t_d / \tau_i}} \quad (10)$$

2. 反冲距离方法 (RDM)

反冲距离方法可用于测量更短的寿命, 方法原理图见图 6. 被激发核从薄靶中反冲出来, 最后阻塞在阻挡器内. 由于到达阻挡器前, 在反冲路程上发射的 γ 射线能量发生 Doppler 位移, 而从阻挡器内发射的则无位移 (反冲核停滞时间只有约 10^{-13} 秒), 因此测量从某条能级发出的 γ 辐射时, 在 γ 能谱上会呈现出两个峰 (图 6), 其中位移峰强度

$$I_s = \int_0^{T_f} \mathcal{A}(T) dT \quad (11)$$

而无位移峰的强度

$$I_u = \int_{T_f}^{\infty} \mathcal{A}(T) dT \quad (12)$$

此处 T_f 是反冲核在距离 d 上飞行的时间. I_s 和 I_u 可由两个峰下的面积量得, 然后再从无位移峰强度 I_u 所占的比例

$$\mathcal{F}(T_f) = \frac{I_u}{I_u + I_s} = \frac{\int_{T_f}^{\infty} \mathcal{A}(T) dT}{\int_0^{\infty} \mathcal{A}(T) dT} \quad (13)$$

随反冲距离 d 或飞行时间 T_f 的变化关系探求几个相关能级的平均寿命. 为此, 必须知道 $\mathcal{F}(T_f)$ 的解析表达式.

为了说明清楚, 我们举 ^{39}K 的 2814 keV 能级的寿命测定为例. 图 7 是 ^{39}K 的部份能级

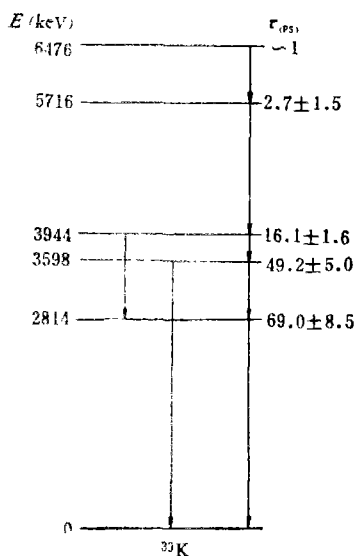


图 7

图. 文献 [8] 利用 $^6\text{Li}(^{35}\text{Cl}, d)^{39}\text{K}$, 按反冲距离法研究 2814 keV 能级时只考虑上面一条能级 (3598 keV) 的影响, 文 [4] 利用 $^{24}\text{Mg}(^{18}\text{O}, p2n\gamma\gamma\cdots)^{39}\text{K}$, 考虑了两条能级 (3598, 3944 keV) 的影响, 较之 [8] 有所改进. 现在, 依照我们在上节中得到的一般规律, 不论考虑多少能级, 都可容易地求得 $\mathcal{F}(T_f)$ 的表示式.

由于在我们的一般表达式中, 时间因子都包含在 F_i 函数内, 因此对时间的积分是十分容易的. 不论对应于图 1 至图 4 哪种情况, 只要把 (1)、(3)–(6) 各式中的函数因子 F_i 改为

$$F_i = (1 - e^{-t/\tau_i}) e^{-T_f/\tau_i} \tau_i \approx t e^{-T_f/\tau_i} \quad (14)$$

就得到相应于各种情况下的积分值 $\int_{T_f}^{\infty} \mathcal{A}(T) dT$, 即式 (13) 的分子; 如果

$$F_i = (1 - e^{-t/\tau_i}) \tau_i \approx t, \quad (15)$$

则得到 $\int_0^{\infty} \mathcal{A}(T) dT$, 即 (13) 式的分母. 式中 t 代表

核反应作用阶段的时间, 显然有 $t \ll \tau_i$.

如果考虑 ^{39}K 的 2814、3598 和 3944 keV 三条能级的耦合, 测量 2814—0 的 γ 跃迁, 情况即与图 1 相应, 那时可利用 (3) 式, 再注意到 (14)、(15) 式的替换, 代入 (13) 式得到

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(T_j) = & \left[\frac{\tau_A^2}{(\tau_A - \tau_B)(\tau_A - \tau_C)} e^{-T_j/\tau_A} + \frac{\tau_B^2}{(\tau_B - \tau_A)(\tau_B - \tau_C)} e^{-T_j/\tau_B} \right. \\ & \left. + \frac{\tau_C^2}{(\tau_C - \tau_A)(\tau_C - \tau_B)} e^{-T_j/\tau_C} \right] A_0 b_{AB} b_{BC} \\ & + \left[\frac{\tau_B}{\tau_B - \tau_C} e^{-T_j/\tau_B} + \frac{\tau_C}{\tau_C - \tau_B} e^{-T_j/\tau_C} \right] B_0 b_{BC} \\ & + \left[\frac{\tau_A}{\tau_A - \tau_C} e^{-T_j/\tau_A} + \frac{\tau_C}{\tau_C - \tau_A} e^{-T_j/\tau_C} \right] A_0 b_{AC} + e^{-T_j/\tau_C} C_0. \end{aligned} \quad (16)$$

式中

$$A_0 = \frac{\sigma_A}{\sigma_A(b_{AB}b_{BC} + b_{AC}) + \sigma_B b_{BC} + \sigma_C}, \quad (17)$$

若把分子改为 σ_B 或 σ_C , 即得 B_0 或 C_0 。

式 (16) 正是文献 [4] 给出的式子(该文有印误); 这里我们作为特例得到了, 而且给出了各系数的具体表示式 (17), 从而更明确了它们的物理意义。从 (17) 式可知, (16) 式各系数具有归一化的特征。

附 录

文献 [6] 或 [7] 讨论沉积在滤膜上的放射性 $A, B, C, \dots (A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots)$ 在采样时间 t 内, 以及在采样结束后的一段时间 T 内的生长和衰变规律。在采样阶段, 滤膜上任何一种核素的原子数目 N_i 服从下列微分方程组:

$$\frac{dN_i}{dt} = \theta C_i^0 - \lambda_i N_i + \lambda_{i-1} N_{i-1}, \quad (\text{附 } 1)$$

此处 λ_i 为第 i 种核素的衰变常数 (该种核素的平均寿命 $\tau_i = 1/\lambda_i$), C_i^0 为第 i 种核素在空气中的浓度, 每单位体积的原子数。 Q 为采样速率。

在 $t = 0$ 时 $N_i = 0$ 且 C_i^0 为常数的初条件下, 可以解得各核素的活性 $\mathcal{A}_i = \lambda_i N_i$ 随时间 t 的变化规律为

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{A}_A(t) &= (1 - e^{-t/\tau_A}) C_A \tau_A Q \\ \mathcal{A}_B(t) &= \left[\left(1 - \frac{\tau_A}{\tau_A - \tau_B} e^{-t/\tau_A} - \frac{\tau_B}{\tau_B - \tau_A} e^{-t/\tau_B} \right) C_A \tau_A + (1 - e^{-t/\tau_B}) C_B \tau_B \right] Q \\ \mathcal{A}_C(t) &= \left[\left(1 - \frac{\tau_A}{\tau_A - \tau_B} \frac{\tau_A}{\tau_A - \tau_C} e^{-t/\tau_A} - \frac{\tau_B}{\tau_B - \tau_A} \frac{\tau_B}{\tau_B - \tau_C} e^{-t/\tau_B} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\tau_C}{\tau_C - \tau_A} \frac{\tau_C}{\tau_C - \tau_B} e^{-t/\tau_C} \right) C_A \tau_A + \left(1 - \frac{\tau_B}{\tau_B - \tau_C} e^{-t/\tau_B} - \frac{\tau_C}{\tau_C - \tau_B} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot e^{-t/\tau_C} \right) C_B \tau_B + (1 - e^{-t/\tau_C}) C_C \tau_C \right] Q \end{aligned} \right\}, (\text{附 } 2)$$

式中 $C_i = \lambda_i C_i^0$ 。采样 t 时间以后, 改用新的时间坐标 T , 即令采样结束时 $T = 0$, 并考虑到滤膜上各种核素的亲属关系, 将 (附 2) 代入文献 [6] 中的相应方程 (5), (6), (7), 最后可将各核素的活性随时间 T 的变化规律归纳成为

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_A(T) &= F_A \tau_A C_A Q \\
 \mathcal{A}_B(T) &= \left[\left(\frac{\tau_A F_A}{\tau_A - \tau_B} + \frac{\tau_B F_B}{\tau_B - \tau_A} \right) F_A C_A + F_B \tau_B C_B \right] Q \\
 \mathcal{A}_C(T) &= \left[\left(\frac{\tau_A^2 F_A}{(\tau_A - \tau_B)(\tau_A - \tau_C)} + \frac{\tau_B^2 F_B}{(\tau_B - \tau_A)(\tau_B - \tau_C)} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\tau_C^2 F_C}{(\tau_C - \tau_A)(\tau_C - \tau_B)} \right) \tau_A C_A + \left(\frac{\tau_B F_B}{\tau_B - \tau_C} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\tau_C F_C}{\tau_C - \tau_B} \right) \tau_B C_B + F_C \tau_C C_C \right] Q
 \end{aligned} \quad (附3)$$

其中函数因子

$$F_i = (1 - e^{-t/\tau_i}) e^{-T/\tau_i}, \quad i = A, B, C. \quad (附4)$$

我们发现,核素衰变系列中各核素的这种生长、衰变规律完全可以移用于由重离子反应激发产生的多能级之间的级联过程.采样阶段的抽取正好相应于核反应阶段的激发,因而只要作一代换

$$\tau_i C_i Q_i \rightarrow \sigma_i I n, \quad (附5)$$

即可从(附3)和(附4)式直接写出C态 γ 辐射的活性 $\mathcal{A}_C(T)$ 随时间 T 的变化规律为

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_C(T) &= \left[\left(\frac{\tau_A^2 F_A}{(\tau_A - \tau_B)(\tau_A - \tau_C)} + \frac{\tau_B^2 F_B}{(\tau_B - \tau_A)(\tau_B - \tau_C)} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\tau_C^2 F_C}{(\tau_C - \tau_A)(\tau_C - \tau_B)} \right) \sigma_A + \left(\frac{\tau_B F_B}{\tau_B - \tau_C} + \frac{\tau_C F_C}{\tau_C - \tau_B} \right) \sigma_B \right. \\
 &\quad \left. + F_C \sigma_C \right] I n, \quad (附6)
 \end{aligned}$$

其中

$$F_i = (1 - e^{-t/\tau_i}) e^{-T/\tau_i}, \quad i = A, B, C, \quad (附7)$$

此处 t 是通过核反应激发产生这些能级的作用时间, T 的零点从作用结束算起. τ_A, τ_B 和 τ_C 分别表示态 A, B 和 C 的平均寿命, σ_A, σ_B 和 σ_C 分别表示态 A, B 和 C 的激发截面, I 是束流强度, n 则是单位面积内的靶核数.

(附6)和(附7)式就是文中的(1)和(2)式.

参 考 文 献

- [1] H. Morinaga and T. Yamazaki, *In-Beam Gamma-Ray Spectroscopy* (North-Holland Pub. Co., Amsterdam (1976).
- [2] R. M. Diamond, *Very High Spin States in Nuclei*. LBL-6505 (1977).
- [3] 引文 [1], Chap. 8.
- [4] J. J. Kolata et al., *Phys. Rev.*, **C9** (1974), 953.
- [5] E. K. Warburton et al., *Phys. Rev.*, **C16** (1977), 1027.
- [6] 杨福家、汤家镛, 复旦学报, 1976年3-4期, 81页.
- [7] Yang Fu-chia (杨福家) and Tang Chia-yong (汤家镛), *Health Physics*, **34**, No. 5 (1978), 501.
- [8] P. D. Bond and B. D. Kern, *Phys. Rev.*, **C** (1972), 873.

THE DECAY LAW OF COMPLEX CASCADE PROCESSES

YANG FU-CHIA AND TANG CHIA-YONG

(Fudan University)

ABSTRACT

The decay law of cascade processes involving many levels is presented. It can be used to correct all the data obtained by considering only one level in the determination of the mean lifetime of high spin states with the in-beam pulse method or the recoil distance method.