

$1f_{7/2}$ 原子核的壳模型计算

廖 继 志

(四川 大学)

摘 要

本文采用纯组态壳模型和从实验数据抽取的两体有效剩余相互作用, 对于 $40 < A < 56$ 区域内若干原子核的能谱学量进行了计算。这些计算的结果与实验数据进行比较以后使我们相信: 简单的 $(1f_{7/2})^n$ 模型对于质量数在 40 到 56 之间的很多原子核的低伏态和高角动量态, 是一种好的近似。但也存在着一些矛盾, 表现了模型的局限性。

一、引 言

近十余年来, 对 40—56 质量区内的原子核作了大量的实验研究工作, 积累了很多有用的数据。重离子核反应用于核谱学研究的成功, 使人们对高角动量态的认识又前进了一步。在积累数据的同时, 也出现了不少理论计算。这些计算, 大多数采用壳层模型。

在壳模型计算中, 塔尔米等人^[1,2]提出的有效相互作用方法得到了广泛的应用。麦克库仑等人^[3]用这种方法研究了除 $23 \leq Z, N \leq 25$ 之外的 $1f_{7/2}$ 原子核的能谱学, 吉洛丘等人^[4]用同样方法计算了^{46,47}V 的能谱。他们的计算(以下简称 MBZ)采用当时的⁴²Sc 能谱作为两体相互作用矩阵元。那能谱中 $T = 0$ 各态的能量与近代的数据相差很大。随后, 狄泊林克等人^[4]用最小二乘方法从若干 $1f_{7/2}$ 核的 34 条能级的数据求出有效相互作用矩阵元(简称 DB 矩阵元), 并用以计算 K、Ca、Sc 的反常宇称态。不久前, 布鲁特^[5]用 KB 矩阵元^[6]和 DB 矩阵元重新作了 MBZ 的计算, 这两种相互作用得到的能谱基本特点相同, 但也有一些重要的差异。 $1f_{7/2}$ 原子核的混合组态壳模型计算主要集中于钙同位素和 $N = 28$ 同中子异荷素^[7-9]。应用集体模型研究 $1f_{7/2}$ 核的工作有[10, 11]。

我们想用近代更精确的数据对纯组态模型在 $1f_{7/2}$ 壳层区的适用性作进一步的探讨, 也将分析这个模型的局限性和困难所在, 以期加深我们的认识。

二、 $(1f_{7/2})^n$ 模型简介

这一节的必要理论基础见[2, 3]及有关角动量理论方面的著作, 文中不再一一引述。

1. 理论 假定质量数 $A = Z + N$ 在 40 到 56 之间的原子核是由 ${}_{20}^{40}\text{Ca}$ 惰性核心

加处在 $1f_{7/2}$ 轨道中的 $m = Z - 20$ 粒质子和 $n = N - 20$ 粒中子组成的。这里 N 和 Z 分别是原子核的中子数和质子数。模型哈密顿可以写成

$$H = H_0 + \sum_{i=1}^{m+n} H_{i-0} + U_c + \sum_{1 \leq i < k}^{m+n} H_{ik}, \quad (1)$$

其中 H_0 是核心哈密顿, H_{i-0} 是第 i 粒 $1f_{7/2}$ 核子与核心的相互作用, U_c 是 $1f_{7/2}$ 质子相互间及它们与核心之间的库仑相互作用能, H_{ik} 是第 i 和第 k 粒 $1f_{7/2}$ 核子之间的剩余相互作用能。对于 $1f_{7/2}$ 轨道中有 m 粒质子和 n 粒中子的体系, 选取下列矢量耦合波函数作基矢

$$[\phi_{12\dots m}(j^m v_p L_p) \phi_{12\dots n}(j^n v_n L_n)]_M^J, \quad (2)$$

这里 $\phi_{12\dots k}(j^k v L)$ 是 j 轨道中 k 粒全同粒子的、具有辛弱数 v 、角动量 L 的反对称波函数, $[\phi^{L_p} \phi^{L_n}]_M^J$ 表示 L_p 和 L_n 矢量耦合成总角动量 J 。于是本征函数可按 (2) 式展开

$$\phi_M^{aJ} = \sum_{v_p L_p} \sum_{v_n L_n} D_{v_p L_p, v_n L_n}^{aJ} [\phi_{12\dots m}(j^m v_p L_p) \phi_{12\dots n}(j^n v_n L_n)]_M^J, \quad (3)$$

其中求和遍及所有能耦合成 J 的 $v_p L_p$ 和 $v_n L_n$, 系数 D 由剩余相互作用能量矩阵的对角化确定。

应用 cfp 展开和矢量耦合、重耦合技术不难求出剩余相互作用能量矩阵的矩阵元的一般表示式

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\alpha, \alpha'}^J &= \left\langle [\phi(j^m v_p L_p) \phi(j^n v_n L_n)]_M^J \left| \sum_{1 \leq i < k}^{m+n} H_{ik} \right| [\phi(j^m v'_p L'_p) \phi(j^n v'_n L'_n)]_M^J \right\rangle \\ &= \delta_{\alpha \alpha'} \left\{ \sum_{I \in \mathbb{N}} \left[\frac{m(m-1)}{2} \sum_{vQ} (j^{m-2} v Q; j^2 I \parallel j^m v_p L_p)^2 \right] E_I \right. \\ &\quad \left. + \sum_{I \in \mathbb{N}} \left[\frac{n(n-1)}{2} \sum_{vQ} (j^{n-2} v Q; j^2 I \parallel j^n v_n L_n)^2 \right] E_I \right\} \\ &\quad + \sum_A \left[m \sum_{vL} (j^{m-1} v L; j \parallel j^m v_p L_p) (j^{m-1} v L; j \parallel j^m v'_p L'_p) U(L_j J L_n; L_p A) U(L_j J L'_n; L'_p A) \right] \\ &\quad \times (-1)^{L_n - L'_n} \sum_I \left[\sum_{vQ} (j^{n-1} v Q; j \parallel j^n v_n L_n) (j^{n-1} v Q; j \parallel j^n v'_n L'_n) \right. \\ &\quad \left. \times U(Q j A_j; L_n I) U(Q j A_j; L'_n I) \right] E_I, \quad (4) \end{aligned}$$

其中 α 代表量子数组 $v_p L_p v_n L_n$, $E_I = \langle \phi(j^2 I) | H_{12} | \phi(j^2 I) \rangle$ 是两体剩余相互作用能, $I = 0, 1, 2, \dots, 7$ 。假定核力与电荷无关, 则质子与质子间, 中子与中子间以及质子与中子间的 E_I 都是一样的。另外, 本文中一致地用 j 代表 $7/2$ 。

设 $N_0 = 2j + 1$, 根据粒子-空穴共轭原理^[3], 具有 n 个质子空穴和 m 个中子空穴的原子核的、角动量为 J 的第 a 个状态的波函数是

$$\phi^{aJM} = \sum_{v_n L_n} \sum_{v_p L_p} D_{v_n L_n, v_p L_p}^{aJ} [\phi_{12\dots N_0-m}(j^{-m} v_n L_n) \phi_{12\dots N_0-n}(j^{-n} v_p L_p)]_M^J, \quad (5)$$

其中系数 D 与 (3) 式中的系数有相同的值。由 (3) 和 (5) 描述的一对原子核称为交叉共轭核, 例如 ${}_{22}^{32}\text{Sc}_{22}$ 和 ${}_{26}^{36}\text{Fe}_{27}$, ${}_{24}^{46}\text{Ti}_{24}$ 和 ${}_{26}^{54}\text{Cr}_{26}$ 等都是交叉共轭对。

必须指出, J 为定值的能量矩阵是同位旋混合的, 即它包含具有相同 J 值的不同同位

旋态。但是由于(4)式满足核力的电荷无关性要求,所以在矩阵对角化以后,不同同位旋的态自动分开,得到的波函数具有确定的同位旋。

2. 参量值 单粒子能: 取 ^{41}Ca 基态(相对于 ^{40}Ca 基态的)结合能作为单粒子能 $E_b = 8.364 \text{ MeV}$ 。

库仑能: 根据库仑能差的实验数据^[7,12],应用最小二乘拟合方法可求得 Sc、Ti、V、Cr 的库仑能 E_c 分别为 7.226、14.808、22.582、30.712 MeV。

剩余相互作用能: 我们用 ^{43}Sc 实验谱^[13,14] 和 ^{46}Sc 实验谱^[15] 决定两体能,以兼顾粒子-粒子态和粒子-空穴态,所得结果见表1和图1中部。

表1 $1f_{7/2}$ 两体相互作用能(MeV)

J		T = 1				T = 0			
		0	2	4	6	1	3	5	7
E_J	本工作	2.719	1.265	0.225	-0.082	2.407	1.429	1.330	2.481
	KB	1.81	0.78	0.09	-0.23	0.53	0.21	0.50	2.19
ΔE_J	本工作	0	1.454	2.494	2.801	0.312	1.290	1.389	0.238
	KB	0	1.03	1.72	2.04	1.28	1.60	1.31	-0.38
	MBZ	0	1.51	3.00	3.40	1.04	2.25	1.96	0.62

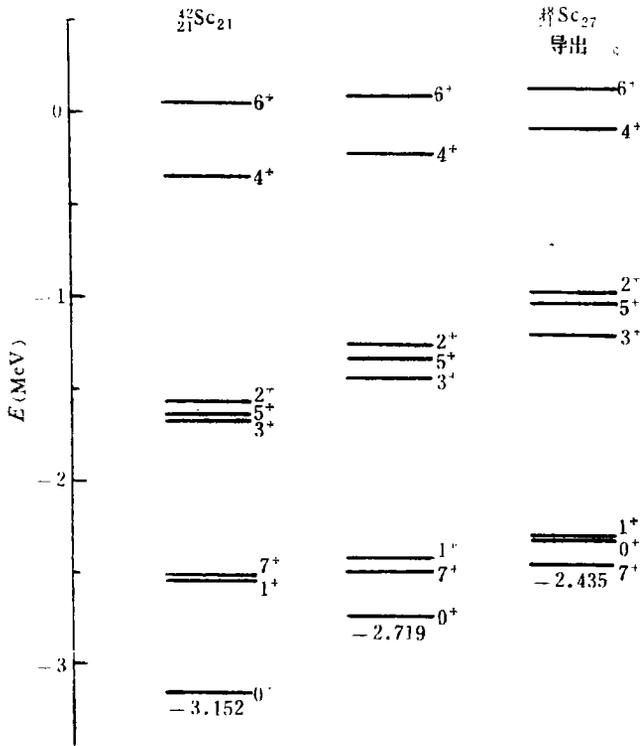


图1 两体等效相互作用

表中还列出了 KB 和 MBZ 的结果以资比较。为方便起见,我们把结合能取成正数。

三、计算结果及其与实验的比较

1. 基态结合能

表 2 给出了基态结合能计算值和实验值。

表 2 $1f_{7/2}$ 核基态结合能 (MeV)

核	J^π	结 合 能		核	J^π	结 合 能		核	J^π	结 合 能	
		计算	实验 ¹⁾			计算	实验			计算	实验
⁴² Ca	0+	19.447	19.835	⁴³ Sc	7/2-	46.013	45.788	⁴⁷ Ti	7/2-	65.793	64.854
⁴³ Ca	7/2-	27.738	27.760	⁴⁶ Sc	6+	55.576	54.502		5/2-	65.646	65.014
⁴⁴ Ca	0+	38.748	38.898		4+	55.452	54.554	⁴⁸ Ti	0+	78.677	76.642
⁴⁵ Ca	7/2-	46.967	46.320	⁴⁷ Sc	7/2-	67.309	65.196	⁴⁶ V	0+	47.868	48.294
⁴⁶ Ca	0+	57.904	56.719	⁴⁸ Sc	6+	76.487	73.447	⁴⁷ V	5/2-	61.822	61.228
⁴⁷ Ca	7/2-	66.050	64.00	⁴³ Ti	7/2-	16.900	17.144		3/2-	60.680	61.316
⁴⁸ Ca	0+	76.914	73.940	⁴⁴ Ti	0+	31.880	33.531	⁴⁸ V	2+	73.773	71.538
⁴² Sc	0+	12.221	12.654	⁴⁵ Ti	5/2-	42.441	42.910		4+	73.744	71.847
⁴³ Sc	7/2-	24.482	24.760		7/2-	42.354	42.947	⁴⁸ Cr	0+	70.380	69.664
⁴⁴ Sc	2+	34.455	34.469	⁴⁶ Ti	0+	55.642	56.139				

1) 取自 J. H. E. Mattauch et al., *Nucl. Phys.*, **67** (1965), 1.

2. 核能谱

按 $(1f_{7/2})^n$ 模型,核能谱完全是由于剩余相互作用使 $(1f_{7/2})^n$ 组态的可能态分裂开而产生的。因而所有这些态的字称相同。我们用电子计算机计算了全部 $1f_{7/2}$ 核的能谱,这里报导部分结果。

(1) 奇 A 核

属于这一类的有 ⁴³Sc-⁵³Fe, ⁴⁵Sc-⁵¹Cr, ⁴⁷Sc-⁴⁹Ti, ⁴⁵Ti-⁵¹Mn, ⁴⁷Ti-⁴⁹V 和 ⁴⁷V-⁴⁹Cr 等交叉共轭对。这一类核的能谱比较复杂,从实验谱中辨认 $(1f_{7/2})^n$ 组态成员不是很容易的。但在 $J \geq 9/2$ 的高角动量态方面情况要好得多。综观这一类核的能谱,可以看到以下几个特点: (1) 奇 Sc 同位素及其共轭核的基态都是 $7/2^-$; (2) ⁴⁶Ti、⁴⁷Ti、⁴⁷V 的基态及基态附近能谱与自己的共轭伴不同,共轭对中只有一个核有低伏的 $3/2^-$ 态; (3) 它们的最低 $9/2^-$ 、 $11/2^-$ 态出现在 $1-2\text{MeV}$ 之间, $13/2^-$ 、 $15/2^-$ 态出现在 $2-3.5\text{MeV}$ 之间, $17/2^-$ 、 $19/2^-$ 态在 $3-4.5\text{MeV}$ 之间; (4) 低自旋态的数目很多,而且有时出现在 1MeV 以下(如 ⁴³Sc、⁴⁵Sc)。

纯组态模型基本上再现了(1)和(3)两个特点。对于(2)理论谱只出现低伏的 $5/2^-$ 和 $7/2^-$ 态,最低 $3/2^-$ 态的激发能比实验值高 $0.6-1\text{MeV}$ 左右。由于 ⁴⁵Ti、⁴⁷Ti、⁴⁷V 与它们的共轭核在基态附近能谱相似性不好,所以纯组态模型在这一能区至多只能描述共轭对中的一个核。但在描述 $J \geq 9/2$ 的高角动量态时,结果较好。下面简要讨论两个例子。

⁴⁷Ti^[18-20] 和 ⁴⁹V^[16,17,21]: 这一对核的 $J \geq 5/2$ 以上的能级与纯组态的预言符合较好,特别是 ⁴⁹V, 激发能偏差在 0.3MeV 以内。通过 ⁴⁵Sc($\alpha, n\gamma$)⁴⁷Ti, ⁴⁶Ti(α, p)⁴⁹V 找到了这

一对核的很多高自旋态。 ^{47}Ti 的两个 $11/2^-$ 态1.444和2.684 MeV分别与理论的前两个 $11/2^-$ 态(1.068和2.207 MeV)对应。 ^{49}V 的两个 $11/2^-$ 态在1.022和2.671 MeV。 ^{47}Ti 的第二个 $13/2^-$ 态激发能为3.289 MeV与理论值3.104 MeV很接近,与此对照, ^{49}V 的自旋宇称可能值为 $9/2^{(-)}$ — $13/2^{(-)}$ 的3.134 MeV态,很可能是纯组态的第二个 $13/2^-$ 。这样,关于在3 MeV附近出现两个靠得很近的 $13/2^-$ 态(能量差为0.23 MeV)的理论预言,得到了证实(^{49}V 的两个 $13/2^-$ 态相差0.27 MeV,对 ^{47}Ti 这个差要大一些,约为0.62 MeV)。但是, ^{49}V 的0.153 MeV $3/2^-$ 态,纯组态模型不能解释。事实上,这个态在($^3\text{He}, d$)反应中被激发, $l_p = 1$ 。 ^{47}Ti 的第一个 $3/2^-$ 态激发能为1.548 MeV,它在(d, p)反应中以 $l_n = 1$ 强烈激发。所以这两个态都含有 p 态成份,见图2。

$^{47}\text{V}^{[17,22,23]}$ 和 $^{49}\text{Cr}^{[16,18,24]}$:它们可能是纯组态模型最难解释的。果然, ^{47}V 的 $3/2^-$ 基

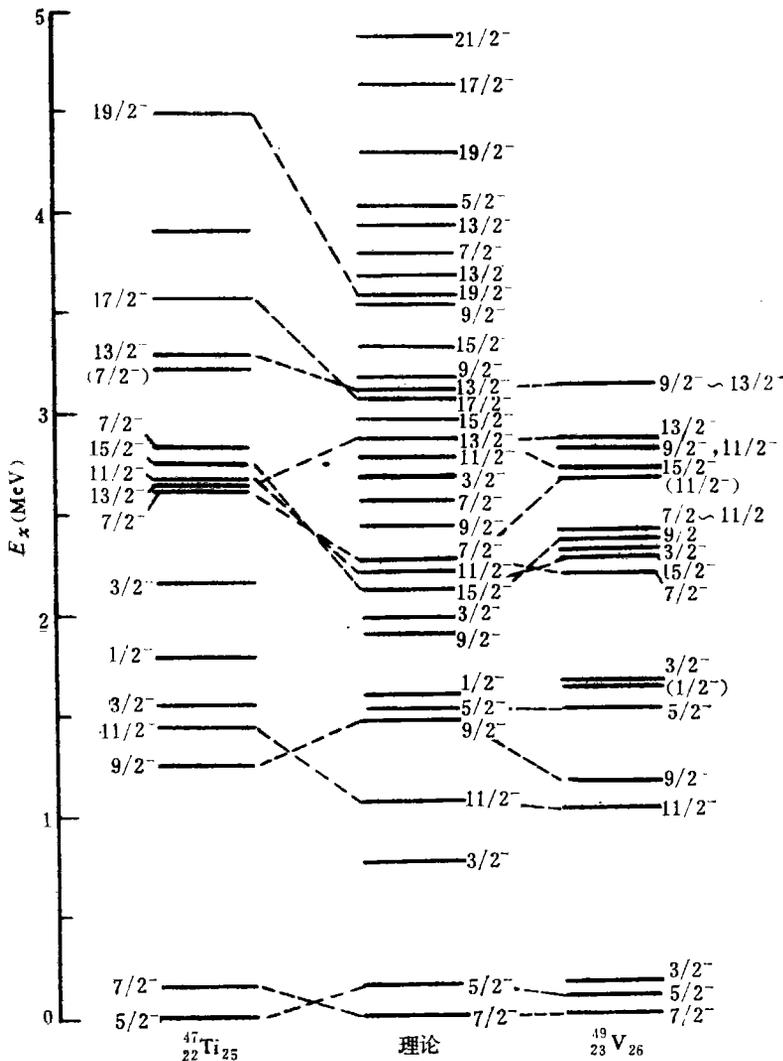


图2 ^{47}Ti - ^{49}V 能谱

态, 纯组态模型无法解释。但很靠近基态的、接近简并的 $5/2^-$ 、 $7/2^-$ 态与理论谱符合。计算的 $7/2^-$ 态激发能为 0.026 MeV , 实际上与基态 $5/2^-$ 简并。在 ${}^{46}\text{Ti}({}^3\text{He}, d){}^{47}\text{V}$ 反应中 $l_p = 3$ 强激发的 $2.544 \text{ MeV}(5/2^-)$ 、 $2.724 \text{ MeV}(5/2^-, 7/2^-)$ 、 $3.005 \text{ MeV}(5/2^-, 7/2^-)$ 和 $3.241 \text{ MeV}(5/2^-)$ 态, 可以分别与纯组态的第二 $5/2^-$ (2.428 MeV), 第二、第三 $7/2^-$ ($2.291 \text{ MeV}, 3.034 \text{ MeV}$) 和第三 $5/2^-$ (3.428 MeV) 四个态对应。 ${}^{40}\text{Ca}({}^{10}\text{B}, 2pn){}^{47}\text{V}$ 反应中出现的 1.272 MeV 态自旋为 $7/2$ 或 $9/2$, 宇称未定, 与 ${}^{49}\text{Cr}$ 的 $1.084 \text{ MeV}, 9/2^-$ 态对照, 可假设它是 ${}^{47}\text{V}$ 的第一 $9/2^-$ 态。由核反应 ${}^{40}\text{Ca}({}^{12}\text{C}, 2pn)$ 和 ${}^{40}\text{Ca}({}^{14}\text{N}, \alpha p)$ 确定的 ${}^{49}\text{Cr}$ 的高自旋态与计算符合甚好。但计算的前两个 $13/2^-$ 态接近简并(能量差为 0.063 MeV), 未得到证实。理论预言 $15/2^-$ 、 $15/2^-$ 、 $17/2^-$ 、 $19/2^-$ 的激发能是 2.306 、 3.183 、 3.544 、 3.300 MeV 。 ${}^{47}\text{V}$ 和 ${}^{49}\text{Cr}$ 的 $15/2^-$ 分别在 2.615 和 3.190 MeV 处(图 3)。

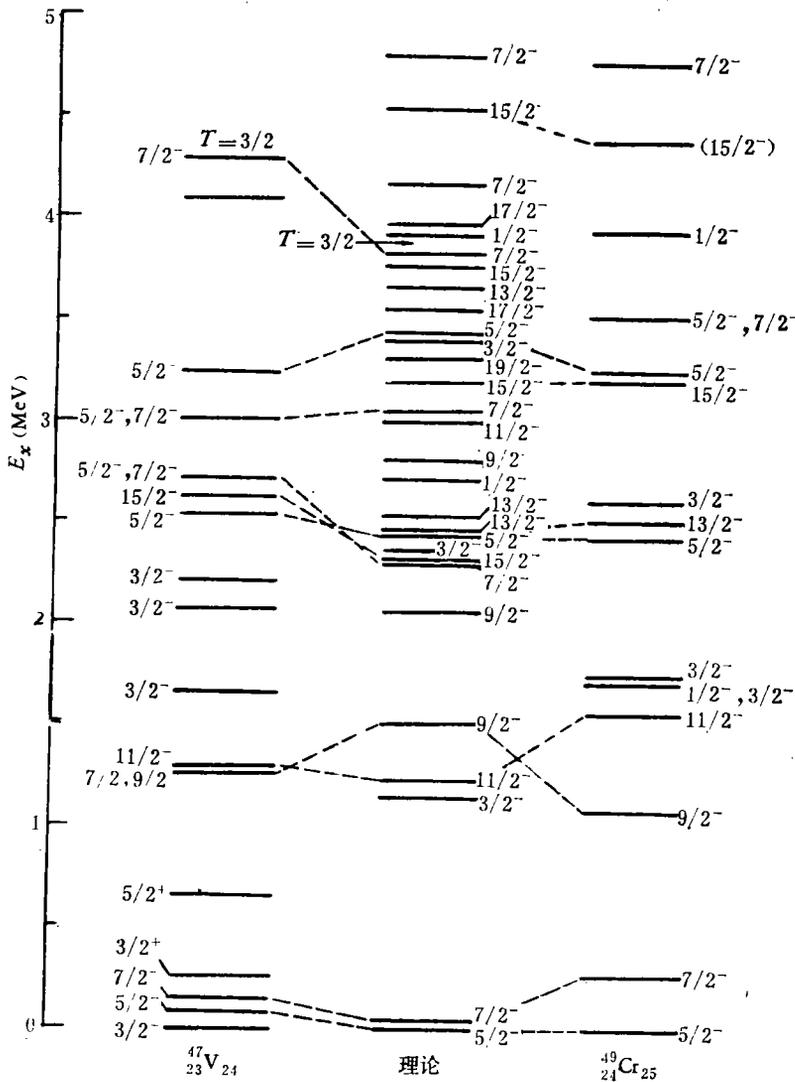
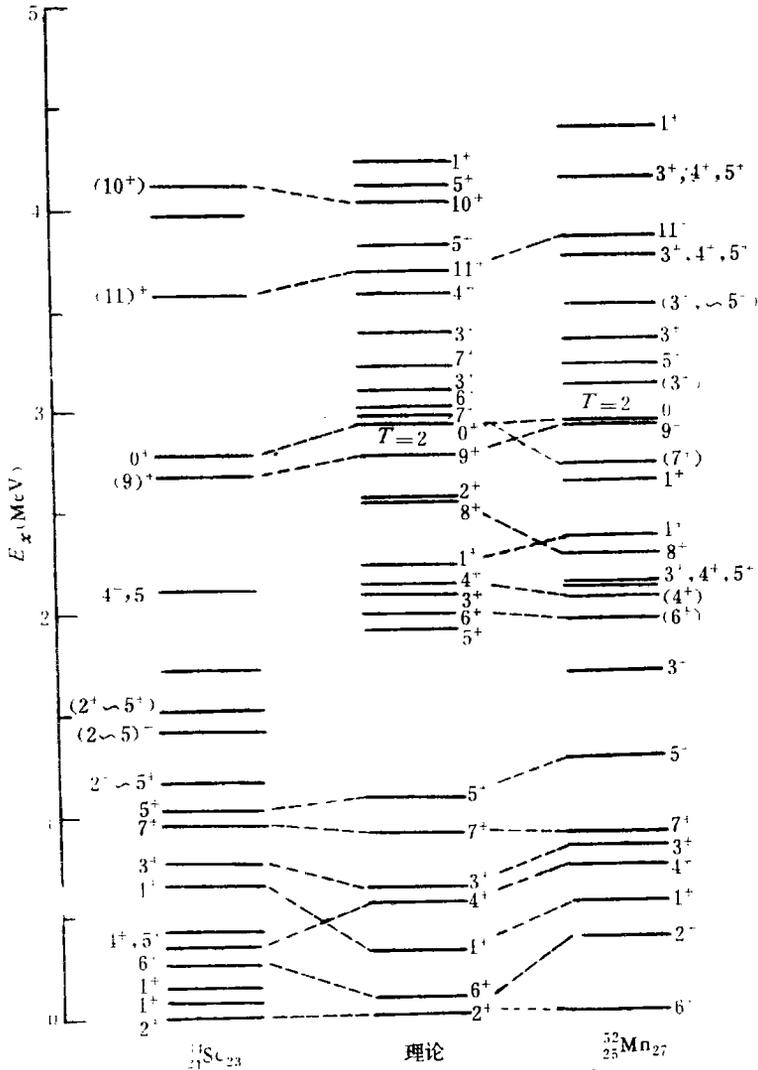


图 3 ${}^{47}\text{V}$ - ${}^{49}\text{Cr}$ 能谱

(2) 奇奇核

N 和 Z 都是奇数的交叉共轭对有 $^{44}\text{Sc}-^{52}\text{Mn}$, $^{46}\text{Sc}-^{50}\text{V}$, $^{46}\text{V}-^{50}\text{Mn}$, 两个自共轭核 ^{48}Sc 和 ^{48}V 也属于这一类。这一类核的主要特点是低能区能级较多, 在大约 1MeV 以下 1^+ 到 7^+ 各态至少出现一次。同时, 基态自旋可为 0^+ 到 6^+ 之间的任何值。纯组态模型比较好地再现了这两个特点。

图4 $^{44}\text{Sc}-^{52}\text{Mn}$ 能谱

^{44}Sc ^[25,26] 和 ^{52}Mn ^[27,28]: 这一对核的低伏态与理论谱符合较好(图4)。计算的 (^3He , d), (^3He , α) 反应核谱因子与实验值的符合也还可以(表3)。在 $^{28}\text{Si}(^{19}\text{F}, 2p\gamma)^{44}\text{Sc}$ 反应中被激发的 2.671 , 4.113 和 3.567 MeV 三个态, 自旋可能值分别是 9^+ , 10^+ 和 11^+ 。这三个态的计算激发能分别是 2.760 , 4.017 , 3.681 MeV , 与实验值很接近。对于 ^{52}Mn 能谱,

不仅低伏态符合,而且第二 6^+ 、 7^+ 态, $0^+(T=2)$ 态的符合也很好. 在 $^{39}\text{K}(^{16}\text{O}, 2pn)^{52}\text{Mn}$ 反应中观察到 8^+ 、 9^+ 和 11^+ 态分别在 2.285, 2.907 和 3.836 MeV, 计算值是 2.542, 2.760, 3.681 MeV.

表 3 ^{44}Sc 的 $l=3$ 核谱因子

J^π		2+	6+	4+	1+	3+	7+	5+	(2+~5+)	0+
$E_x(\text{MeV})$	实验	0	0.271	0.345	0.669	0.758	0.971	1.056	1.187	2.784
	计算	0	0.082	0.551	0.307	0.631	0.902	1.077		2.933
$(^3\text{He}, d)$	$S_{\text{实验}}$	0.28	0.34	0.45	0.15	0.166	1.62	0.34	0.49	0.11
	$S_{\text{计算}}$	0.234	0.530	0.505	0.08	0.399	1.205	0.791		0.03
$C^2S_{(d,t)}$		0.35	0.48	0.35	0.32	0.20	1.29	0.25	0.26	0.22
$C^2S_{(^3\text{He}, \alpha)}$		0.35	0.50	0.37	0.32	0.14	1.37	0.23	0.23	0.10
$C^2S_{\text{计算}}$		0.411	0.504	0.327	0.264	0.332	1.413	0.264		0.175

$^{48}\text{V}^{[29-31]}$: 自共轭核 ^{48}V 的理论谱与实验谱直到 2MeV 附近都符合得相当好. 实验谱中前三个 5^+ 态分别在 0.428、1.099 和 1.265 MeV 处, 计算值是 0.542、0.889 和 1.307 MeV; 前两个 6^+ 态在 0.627 和 1.686 MeV 处, 计算值是 0.361 和 1.542 MeV. $^{34}\text{S}(^{16}\text{O}, pn)^{48}\text{V}$ 反应中被激发的 1.255、1.650 和 2.627 MeV 态分别是 7^+ 、 8^+ 和 9^+ 态, 计算激发能对应为 0.981, 1.974 和 2.210 MeV. 0.775 MeV 态自旋可能值是 3^+ 或 5^+ , 由于理论的前两个 3^+ 态在 0.867 和 0.944 MeV 处, 故这个态被看成第二 3^+ 态. 这样, 2 MeV 以下的实验能级都可解释成纯组态成员, 尽管顺序不完全一致. 此外, 模型预言 10^+ 、 11^+ 和 12^+ 态激发能为 3.824, 3.672 和 5.970 MeV (图 5).

(3) 偶偶核

属于这一类的有 ^{44}Ti - ^{52}Fe , ^{46}Ti - ^{50}Cr 共轭对和自共轭核 ^{48}Ti , ^{48}Cr . 与奇奇核相反, 偶偶核在 2 MeV 以下能级结构很简单, 通常只有一二个激发态. 能谱的显著特点是基态为 0^+ , 第一激发态 2^+ 在 1 MeV 附近. 另一个特点是最低偶角动量态 (0^+ , 2^+ , ...) 是按能量增大的顺序依次出现的. 纯组态谱正确地再现了这些特点. 但是实验谱的第一 0^+ 激发态总是比计算的位置低得多 (见后文图 8).

$^{48}\text{Ti}^{[16,32,33]}$: 从图 6 看出, 在 3.5 MeV 以下, 理论谱与实验谱的符合是比较满意的, 除 0^+ 态外的所有态都得到解释. 特别是实验谱中一直引人注目的 3.332 MeV 和 3.508 MeV 两个靠得很近的 6^+ 态 (能量差 0.176 MeV), 得到了解释. 两个 6^+ 态的计算能量是 2.824、2.903 MeV, 相距 0.079 MeV. $^{44}\text{Ca}(^7\text{Li}, 2np)^{48}\text{Ti}$ 反应确定了 8^+ 和 10^+ 态分别在 4.564 和 6.102 MeV 处, 计算值分别是 3.914 和 5.612 MeV, 约低 0.6 MeV. 奇角动量态的实验数据只有二个, 即 3.224 MeV (3^+) 和 3.710 MeV (1^+), 纯组态的计算值是: 1^+ (3.499 MeV), 3^+ (2.849 MeV), 5^+ (3.861 MeV), 7^+ (4.716 MeV), 9^+ (5.451 MeV), 11^+ (6.449 MeV). 最后, 比较一下 4^+ 态的数据是很有趣的, 按纯组态模型 ^{48}Ti 共有 11 个 4^+ 态, 实验上发现了 9 个 4^+ 态:

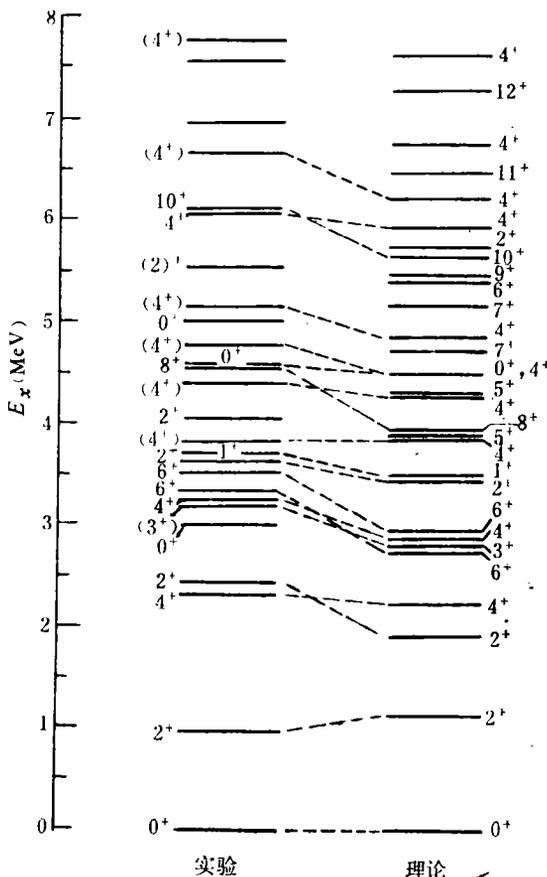


图 6 ${}^{48}\text{Ti}_{26}$ 能谱

$pn\gamma$) 和 ${}^{34}\text{S}({}^{16}\text{O}, 2n)$ 反应确定了 ${}^{48}\text{Cr}$ 的基带 $0^+, 2^+, 4^+, 6^+$ 和 8^+ 态的激发能依次是 0, 0.752, 1.859, 3.534, 4.064 MeV. 对应的计算激发能是 0, 1.096, 1.989, 3.082, 4.378, 除 6^+ 态偏差稍大外, 其余各态与实验值在 0.3 MeV 以内符合. 从图 7 看出, 在 5—7 MeV 之间, 实验谱中有三个 0^+ 激发态, 理论谱中也有三个 0^+ 态, 对应能量差小于 0.5 MeV. 但 $T = 2$ 的 0^+ 态能量约比实验值小 1 MeV. 此外, 计算谱中 3 MeV 以下有两个 4^+ 态: 1.989 和 2.777 MeV, 但实验谱中只有一个 4^+ 态. 3.5 MeV 附近有一个自旋宇称未定的二重态^[36], 其中是否包含一个 4^+ 态有待实验确定. 最后, 模型预告: $1^+, 3^+, 5^+, 7^+$ 态能量为 5.073, 5.294, 3.927, 5.336 MeV.

最后, 我们简要讨论偶偶核的 0^+ 激发态问题. 纯组态理论的第一 0^+ 激发态激发能比实验值高得多, 而接近观测到的第二 0^+ 激发态的能量(图 8). 如果像[34]那样把实验观测到的第一 0^+ 激发态解释为核心激发态, 那么, 从能量上看, 第二 0^+ 激发态可能是 $(1f_{7/2})^n$ 组态的成员. 图 8 清楚地显示了这一点. 图中也画出了[34]的核心激发计算结果.

3. 磁矩和容许跃迁的 $\log ft$ 值

表 4 列出了磁矩的计算结果和对应的实验值. 可以看出, 除个别例外, 计算与实验的

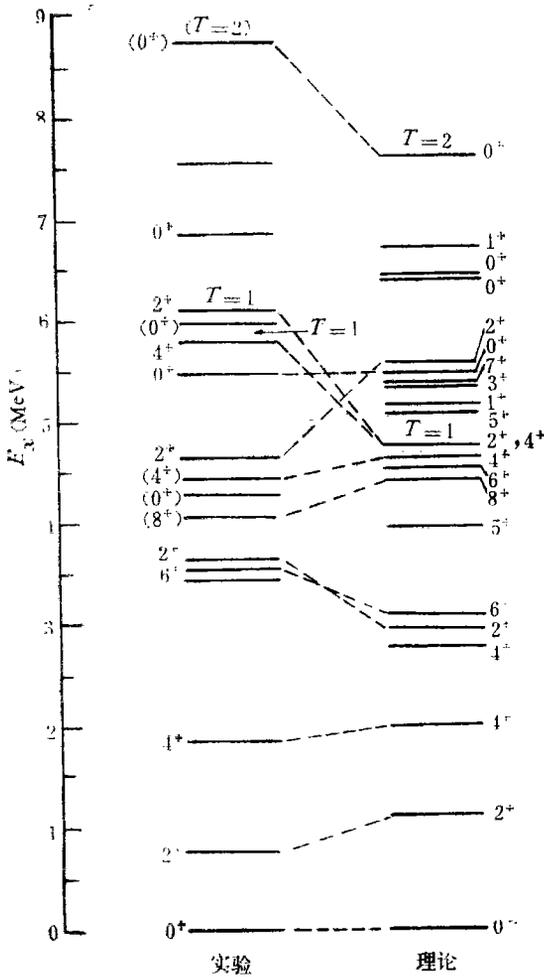


图7 ${}^{44}\text{Cr}_{24}$ 能谱

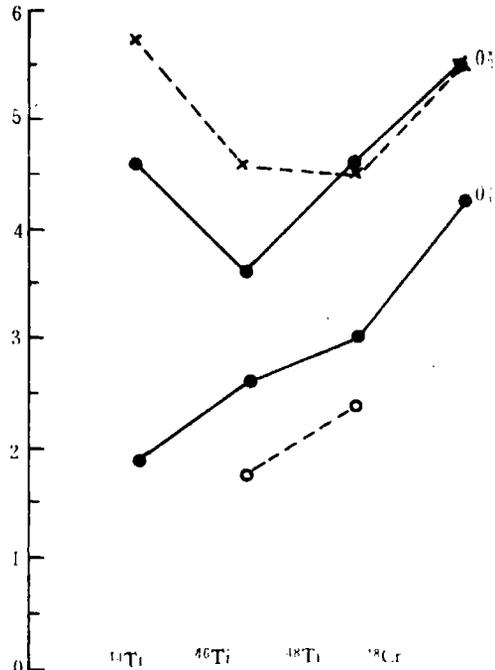


图8 偶偶核 0^+ 激发态

●——实验值;
 ×—— $(1/2)^+$ 理论值;
 ○——核心激发计算值

符合是相当好的 (参量 $g_p = 1.484$, $g_n = -0.376$).

表4 $1f_{7/2}$ 原子核的磁矩 (μ_N)

核	J^π	$\mu_{\text{计}}$	$\mu_{\text{实}}$	核	J^π	$\mu_{\text{计}}$	$\mu_{\text{实}}$	核	J^π	$\mu_{\text{计}}$	$\mu_{\text{实}}$
${}^{41}\text{Ca}$	$7/2^-$	-1.316	-1.595	${}^{43}\text{Sc}$	$7/2^-$	4.480	4.46	${}^{44}\text{Sc}$	2^+	2.191	2.56
${}^{43}\text{Ca}$	$7/2^-$	-1.316	-1.317	${}^{45}\text{Sc}$	$7/2^-$	4.752	4.756		6^+	3.454	3.96
${}^{45}\text{Ti}$	$7/2^-$	-0.511	± 0.095	${}^{47}\text{Sc}$	$7/2^-$	4.993	5.31	${}^{46}\text{Sc}$	4^+	2.871	3.03
	$5/2^-$	-0.734		${}^{49}\text{V}$	$5/2^-$	3.103		${}^{46}\text{V}$	5^+	2.770	
${}^{47}\text{Ti}$	$7/2^-$	-0.871	-1.104	${}^{49}\text{V}$	$7/2^-$	4.749	4.46	${}^{48}\text{V}$	4^+	2.216	
	$5/2^-$	-0.750	-0.788	${}^{51}\text{V}$	$7/2^-$	5.194	5.148	${}^{50}\text{V}$	6^+	3.373	3.347
${}^{49}\text{Ti}$	$7/2^-$	-1.135	-1.104	${}^{51}\text{Mn}$	$5/2^-$	3.504	± 3.60	${}^{52}\text{Mn}$	6^+	3.194	3.08
${}^{49}\text{Cr}$	$5/2^-$	-0.222	± 0.48		$7/2^-$	4.388			2^+	0.025	± 0.0077
				${}^{53}\text{Mn}$	$7/2^-$	5.194	5.050				

表 5 列出 $\log ft$ 计算值和对应的实验值。可以看出, 计算值大体上与实验值符合。

表 5 一些容许跃迁的 $\log ft$ 值

衰 变	$J_i^- \rightarrow J_f^-$	log ft 值			$J_i^- \rightarrow J_f^-$	衰 变
		实 验	计 算	实 验		
$^{43}\text{Sc} \xrightarrow{\beta^+} ^{43}\text{Ca}$	$7/2^- \rightarrow 7/2^-$	5.1	4.496	5.5	$7/2^- \rightarrow 7/2^-$	$^{53}\text{Fe} \xrightarrow{\beta^+} ^{53}\text{Mn}$
	$7/2^- \rightarrow 5/2^-$	4.7	4.512	5.3	$7/2^- \rightarrow 5/2^-$	
$^{44}\text{Sc} \xrightarrow{\beta^+} ^{44}\text{Ca}$	$2^+ \rightarrow 2^+$	5.3	4.701	5.5	$2^+ \rightarrow 2^+$	$^{52}\text{Mn} \xrightarrow{\beta^+} ^{52}\text{Cr}$
	$6^+ \rightarrow 6^+$	5.8	4.909	5.5	$6^+ \rightarrow 6^+$	
$^{45}\text{Ca} \xrightarrow{\beta^-} ^{45}\text{Sc}$	$7/2^- \rightarrow 7/2^-$	5.7	5.068	5.4	$7/2^- \rightarrow 7/2^-$	$^{51}\text{Cr} \xrightarrow{EC} ^{51}\text{V}$
$^{47}\text{Ca} \xrightarrow{\beta^-} ^{47}\text{Sc}$	$7/2^- \rightarrow 7/2^-$	8.5	5.559	5.7	$7/2^- \rightarrow 7/2^-$	$^{49}\text{Sc} \xrightarrow{\beta^-} ^{49}\text{Ti}$
	$7/2^- \rightarrow 5/2^-$	6.0	5.046			
$^{45}\text{Ti} \xrightarrow{\beta^+} ^{45}\text{Sc}$	$7/2^- \rightarrow 7/2^-$	4.5	4.484			
$^{47}\text{Sc} \xrightarrow{\beta^-} ^{47}\text{Ti}$	$7/2^- \rightarrow 7/2^-$	5.2	5.200	6.2	$7/2^- \rightarrow 7/2^-$	$^{49}\text{V} \xrightarrow{\beta^+} ^{49}\text{Ti}$
	$7/2^- \rightarrow 5/2^-$	6.0	5.519			

4. E2 约化跃迁几率 $B(E2)$

引入有效电荷^[37] e_p 和 e_n , 不难求得

$$B(E2) = \frac{25}{84\pi} \cdot \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \langle f_{7/2} | r^2 | f_{7/2} \rangle^2 (Ae_p + Be_n)^2,$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } A &= m \sum_{LL_i L_f} (-1)^{L+L_i-J_i} D_{L_i L_i}^{a_i J_i} \cdot (-1)^{L+L_f-J_f} D_{L_f L_f}^{a_f J_f} \cdot U(J_f L 2 L_i; L_f J_i) \\ &\times \sum_{L'} (j^{m-1} L'; j \parallel j^m L_f) (j^{m-1} L'; j \parallel j^m L_i) U(L_f L' 2 j; j L_i), \\ B &= n \sum_{LL_i L_f} D_{LL_i}^{a_i J_i} D_{LL_f}^{a_f J_f} U(J_f L 2 L_i; L_f J_i) \\ &\times \sum_{L'} (j^{n-1} L'; j \parallel j^n L_f) (j^{n-1} L'; j \parallel j^n L_i) U(L_f L' 2 j; j L_i), \end{aligned} \tag{6}$$

在进行数值计算时, 我们用谐振子波函数作为单粒子波函数, 振子频率由 $\hbar\omega = 41A^{-1/3}$ 决定。

我们计算了 ^{43}Sc 、 ^{49}V 、 ^{44}Ti 和 ^{48}Ti 的一些 $B(E2)$ 值, 结果见表 6 和表 7。对于 ^{43}Sc 和 ^{49}V , 取有效电荷 $e_p = 2.2e$, $e_n = 1.2e$, 计算结果与实验数据的符合是合理的。

^{44}Ti 和 ^{48}Ti 核是 $N_p = N_n$ 或 $8-N_n$ 型的原子核。这类原子核的波函数对于中子和质子互换具有如下重要性质^[34]: $(-1)^{L_p+L_n-J} D_{L_p L_n}^{a_i J_i} = \pm D_{L_n L_p}^{a_i J_i}$, 即波函数在中子-质子互换下不变或反号。因此每个态可以加上一个“标志符号”, 即中子-质子交换下不变号的(上式右端取+号)称“+”标志态, 反之称“-”标志态。从(6)式不难得知, 这种性质使这类核的 $B(E2)$ 值或者比例于 $(e_p + e_n)^2$, 或者比例于 $(e_p - e_n)^2$ 。由于 $e_p - e_n = e$, 与极化电荷的大小无关, 所以这类跃迁的 $B(E2)$ 值提供了一种严格检验模型的手段。

表6 ^{43}Sc 和 ^{49}V 的 $B(E2)$

$J_i^\pi \rightarrow J_f^\pi$	$B(E2)$	
	实 验	计 算
$^{43}\text{Sc} [2^+]$		
$\frac{19^-}{2} \rightarrow \frac{15^-}{2}$	27.0 ± 0.8	21.14
$\frac{15^-}{2} \rightarrow \frac{11^-}{2}$	49 ± 4	39.03
$\frac{11^-}{2} \rightarrow \frac{7^-}{2}$	123 ± 14	35.62
$^{49}\text{V} [2^+]$		
$\frac{3^-}{2} 1 \rightarrow \frac{7^-}{2} 1$	197 ± 20	179.0
$\frac{11^-}{2} 1 \rightarrow \frac{7^-}{2} 1$	144 ± 28	181.7
$\frac{9^-}{2} 1 \rightarrow \frac{5^-}{2} 1$	83 ± 44	54.43
$\frac{5^-}{2} 2 \rightarrow \frac{5^-}{2} 1$	$>0.3, <435$	29.99
$\frac{7^-}{2} 2 \rightarrow \frac{5^-}{2} 1$	4.2 ± 3.4	0.913
$\frac{9^-}{2} 1 \rightarrow \frac{7^-}{2} 1$	58 ± 33	9.51
$\frac{15^-}{2} 1 \rightarrow \frac{11^-}{2} 1$	297 ± 128	176.1

表7 $^{44,48}\text{Ti}$ 的 $B(E2)$

$J_i^\pi \rightarrow J_f^\pi$	“符号”改变	$B(E2)$	
		实 验	计 算
$^{44}\text{Ti} [3^+]$			
$2^+ \rightarrow 0^+$	+	120 ± 30	157.6
$4^+ \rightarrow 2^+$	+	280 ± 60	200.7
$6^+ \rightarrow 4^+$	+	160 ± 20	89.32
$8^+ \rightarrow 6^+$	+	>14	91.07
$10^+ \rightarrow 8^+$	+	140 ± 30	103.5
$12^+ \rightarrow 10^+$	+	<60	54.79
$^{48}\text{Ti} [3^+]$			
$2^+ \rightarrow 0^+$	-	140 ± 5	65.58
$2^+ \rightarrow 2^+$	-	$63 \pm_{30}^{100}$	66.62
$3^+ \rightarrow 4^+$	-		39.20
$4^+ \rightarrow 2^+$	-	88 ± 26	92.87
$6^+ \rightarrow 4^+$	-	53 ± 5	61.67
$2^+ \rightarrow 0^+$	+	13.9 ± 3.4	6.304
$4^+ \rightarrow 2^+$	+	≤ 0.5	3.034
$3^+ \rightarrow 2^+$	+	16 ± 4	8.718

表7中列出了 $^{44,48}\text{Ti}$ 的一些 $B(E2)$ 计算值和实验值。计算中所用有效电荷,对 ^{44}Ti 取 $e_p = 2.2e, e_n = 1.2e$;对 ^{48}Ti 取 $e_p = 1.7e, e_n = 0.7e$ 。表中“符号”改变栏内“+”表示跃迁前后状态有相同的“标志符号”,“-”表示有相反的“标志符号”。 $B(E2)$ 值与实验的符合情况比起磁矩、 $\log f_t$ 值来,要差一些。

四、结 论

$(1f_{7/2})^n$ 模型能够再现 $1f_{7/2}$ 原子核的低能能谱特点,特别是有关高角动量态和基态附近能区的能谱特点. 例如,它满足奇 A 核基态自旋为 $7/2^-$ 或 $5/2^-$,并有接近基态的 $5/2^-$ 或 $7/2^-$ 态的要求;它正确地预言了高角动量态的出现能区;它满意地再现了偶偶核第一个 0^+ 、 2^+ 、 4^+ 、 6^+ 、 8^+ 、 10^+ 、 12^+ 按激发能增大的顺序依次出现的规律,和向壳层中部接近时 2^+ 态能量降低的趋势;更为可贵的是它在解释奇奇核低能激发态方面获得成功. 同时,模型也给出了合理的结合能、磁矩和 $\log ft$ 值. 如果让质子的有效电荷在 $1.7-2.2e$ 间取值,并保持 $e_p - e_n = e$ 的关系,纯组态模型也能给出很多 $E2$ 跃迁的合理的 $B(E2)$ 值. 这些成就说明了 $(1f_{7/2})^n$ 模型对于 $A = 40$ 到 56 区域内的很多原子核是一种好的近似.

但是,这个模型也遇到不少困难,分析这些困难是很有益处的. 奇 A 核能谱中普遍存在的低伏反常宇称态(特别是 $3/2^+$ 态)以及偶偶核能谱中低伏 0^+ 态的出现,说明 ^{40}Ca 并不是一个完善的情性核心,核心中的壳层,特别是 $1d_{3/2}$ 壳层有明显的影响. 对于正常宇称态,观测到的能级数目一般都多于模型能级的数目,这说明上部壳层,如 $2p_{3/2}$ 、 $1f_{5/2}$ 甚至 $2p_{1/2}$ 的混杂也是不能忽视的. 另外,在解释 γ 跃迁强度方面也碰到一些问题,特别是模型认为全同粒子态间的 $M1$ 跃迁是禁戒的,相同辛弱数能级之间的 $E2$ 跃迁也是禁戒的,实际情况却不是这样. 由于其它组态的少量混杂就足以破坏这种禁戒,所以实际的核态不是纯的、单一的组态. 这样看来,对 $1f_{7/2}$ 原子核进行壳模型组态混合计算可能是很有益的.

参 考 文 献

- [1] I. Talmi, *Rev. Mod. Phys.*, **34**(1962), 704.
- [2] A. de-Shalit and I. Talmi, "Nuclear Shell Theory" (Academic Press Inc. New York, 1963).
- [3] J. D. McCullen et al., *Phys. Rev.*, **134**(1964), 515. J. N. Ginocchio, *Phys. Rev.*, **144**(1966), 952.
- [4] A. E. L. Dieperink et al., *Nucl. Phys.*, **A106**(1968), 177.
- [5] F. Blum, *Can. J. Phys.*, **51**(1973), 2086.
- [6] T. T. S. Kuo and G. E. Brown, *Nucl. Phys.*, **A114**(1968), 241.
- [7] J. B. McGrory et al., *Phys. Rev.*, **C2**(1970), 186.
- [8] K. Linps et al., *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 1009.
- [9] T. Oda, K. Muto and H. Horie, *Lett. al Nuo. Cim.*, **18**(1977), 549.
- [10] F. B. Malik et al., *Phys. Rev.*, **150**(1966), 919. **153**(1966), 107.
- [11] B. Haas et al., *Nucl. Phys.*, **A246**(1975), 141.
- [12] R. Sherr et al., *Phys. Rev.*, **139**(1965), 1272.
- [13] J. J. Schwartz et al., *Phys. Rev. Lett.*, **19**(1967), 1482.
- [14] H. Grawe et al., Proc. Topical Conf. on the Struc. of $1f_{7/2}$ Nuclei, Legnaro, (1971).
- [15] H. Ohnuma et al., *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 496.
- [16] J. de Boer et al., Proc. Inter. Conf. Nucl. Phys. Munich (1973).
- [17] B. Cujer et al., *Phys. Rev.*, **179**(1969), 1060.
- [18] Z. P. Sawa et al., *Nucl. Phys.*, **A205**(1973), 257.
- [19] P. J. Plauger et al., *Nucl. Phys.*, **A152**(1970), 609.
- [20] L. Meyer-Schützmeister et al., *Nucl. Phys.*, **A199**(1973), 593; *Phys. Rev.*, **C14**(1976), 109.
- [21] B. Haas et al., *Phys. Rev.*, **C11**(1975), 1179.
- [22] P. Blasi et al., *Nuo. Cim.*, **15A**(1973), 521.

- [23] W. E. Dorenbusch et al., *Nucl. Phys.*, **A102**(1967), 681.
- [24] D. A. Blumenthal et al., *Phys. Rev.*, **C4**(1971), 415.
- [25] J. Rapaport et al., *Nucl. Phys.*, **A168**(1971), 177.
- [26] J. J. Kolata et al., *Phys. Rev.*, **C10**(1974), 1663.
- [27] A. Guichard et al., *Phys. Rev.*, **C11**(1975), 2027.
- [28] P. Gaillard et al., *Phys. Rev.*, **C7**(1973), 1147.
- [29] J. C. Manthuruthil et al., *Phys. Rev.*, **C11**(1975), 1141.
- [30] B. A. Brown et al., *Phys. Rev.*, **C11**(1975), 1122.
- [31] P. Taras et al., *Nucl. Phys.*, **A232**(1974), 99.
- [32] D. H. Kong-A-Siou et al., *Nucl. Phys.*, **A197**(1972), 568.
- [33] T. T. Bardin et al., *Phys. Rev.*, **C7**(1973), 190.
- [34] R. D. Lawson, *Nucl. Phys.*, **A173**(1971), 17.
- [35] R. Kamermans et al., *Phys. Rev.*, **C10**(1974), 620.
- [36] W. E. Dorenbusch et al., *Phys. Lett.*, **37B**(1971), 173.
- [37] A. de Shalit, in *Selected Topics in Nucl. Theo.*, 1963, p. 209.
- [38] B. A. Brown et al., *Phys. Rev.*, **C9**(1974), 1033.
- [39] J. J. Simpson et al., *Phys. Rev.*, **C12**(1975), 468.

SHELL MODEL CALCULATIONS ON $1f_{7/2}$ NUCLEI

LIAO JI-ZHI

(Sichuan University)

ABSTRACT

In this paper the pure configuration shell model with the two-body effective residual interactions deduced from the experimental data is used in the calculations of the spectroscopy properties of the nuclei in the region $40 < A < 56$. The results are compared with experimental data, then we believe that for many nuclei with mass number ranging from 40 to 56 the simple $(1f_{7/2})^n$ model is a good approach, especially in the explanation of the higher angular momenta states. But, there are some contraries exposing the limitation of this model.