

重核裂变瞬发中子能谱的 蒸发模型理论

胡济民 王正行
(北京大学)

摘 要

本文用蒸发模型计算了重核裂变碎片的瞬发中子能谱,发现在约化后基本上是普适谱。用算得的碎片蒸发中子谱计算了^{235, 238}U、^{239, 240}Pu的裂变瞬发中子谱,平均中子数及中子平均能量,得出了计算平均中子数及中子平均能量的普遍近似公式。入射中子能量为0—18 MeV,计算结果一般在5%以内与实验符合。在较严格的蒸发模型计算的基础上重新推出了 Terrell 公式。本工作表明蒸发模型的概念运用于裂变瞬发中子的情形基本上是成功的,但需要引入约10%的断裂前中子。

一、前 言

对重核裂变瞬发中子谱已进行过不少实验研究^[1]。对快中子引起的裂变,多数工作在入射中子能量 E_n 小于 6 MeV 的能区,在 $E_n \sim 14$ MeV 附近也有少数测量点。所有测得的瞬发中子谱形都比较接近 Maxwell 谱(以后简称麦氏谱),也可以用 Watt 谱来拟合^[2]。目前的测量精度还不能对它们作出选择。麦氏谱为

$$G_M(E) = \frac{2E^{1/2}}{\pi^{1/2}T^{3/2}} e^{-E/T}, \quad (1)$$

由于它比较简单,只含一个参数 T ,所以用得较多。

瞬发中子的平均能量 ε 一般在 2 MeV 左右,随 E_n 的变化很缓慢。对于麦氏谱, $\varepsilon = 3T/2$ 。Terrell 从蒸发模型的一般概念出发,得到 ε 与平均中子数 ν 之间的一个半经验公式^[3]

$$\varepsilon = a + b\sqrt{1 + \nu}, \quad (2)$$

其中常数 a 、 b 可由拟合实验数据定出。

由于在 $0 < E_n < 18$ MeV 的整个能区内对平均中子数 ν 已经测量得相当精确^[4],所以若在 $6 < E_n < 14$ MeV 能区内的中子谱也是麦氏谱,利用上述关系就可以根据 ν 的测量值确定这个空白能区的中子谱。但是这里有两个问题:麦氏谱并未经过理论论证;

Terrell 公式也还缺乏严格的理论基础, 常数 a 、 b 各家定出的结果也有较大的歧异. 本工作在蒸发模型的基础上作了较严格的计算, 解决了这两个问题.

对于裂变瞬发中子谱, 已有的理论工作多是针对特定裂变现象(如 ^{252}Cf 自发裂变)的计算, 又大都做了一些不十分合理的近似^[5-7], 这就难以对计算结果作出较普遍的明确结论. 系统的理论计算存在以下三方面的困难.

第一是裂变中子的来源问题. 一般认为大部份裂变中子是碎片的蒸发中子, 但理论和实验均不排除部份中子是在核断裂时或将断裂时发出的, 简称断裂前中子^[8]. 目前还不能对这类中子所占份额和能谱进行可靠的实验测定或理论计算. 我们在计算时将先不考虑这类中子, 在最后将计算结果与实验比较时再考虑这一现象, 对计算作唯象的修正.

第二, 对于给定质量数 A_i 和电荷数 Z_i 的碎片, 须要知道它的产额、激发能和动能分布, 才能计算由它蒸发的中子能谱及其对裂变瞬发中子谱的贡献. 然而这方面的实验知识极其缺乏, 也难以在理论上进行可靠的计算. 怎样绕过这一困难, 对裂变中子谱进行近似的然而可靠的计算, 将是本文要讨论的主题.

第三, 这些裂变碎片均系远离 β -稳定线的核素, 对于它们的质量和能级密度缺乏直接的实验数据. 关于质量我们采用了[9]用 Myers-Swiatecki 公式^[10]计算的值, 能级密度采用了 Gilbert-Cameron 公式及其参数^[11]. 由此在计算中可能引入的误差将在二中讨论.

为了适当减轻计算量, 我们在重核裂变的碎片质量分布范围内, 只选择了产额较大的 18 个碎片, 见表 1. 它们在 ^{235}U 热中子裂变碎片产额中占 26%, 在 ^{238}U 2 MeV 中子裂变中占 15%, 在 ^{239}Pu 热中子裂变和 ^{240}Pu 0.8 MeV 中子裂变中各占 20% 以上.

表 1 典型碎片表

轻碎片 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A_i	88	90	92	93	96	98	101	103	104
Z_i	34	35	36	37	38	39	40	41	42
重碎片 i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A_i	148	146	144	143	140	138	135	133	132
Z_i	58	57	56	55	54	53	52	51	50

二、碎片质心系中子谱

碎片蒸发中子谱可用简化的蒸发模型计算^[12]. 若忽略中子带走的角动量, γ -竞争和反俘获截面随 E_n 的变化, 则蒸发中子能量在 E 到 $E + dE$ 之间的几率为

$$P(E)dE = \frac{E\rho(E_0 - E)}{N(E_0)} dE, \quad (3)$$

式中 ρ 为剩余核能级密度, E_0 为其最大激发能,

$$N(E_0) = \int_0^{E_0} E\rho(E_0 - E)dE \quad (3')$$

为归一化因子.

忽略反俘获截面随 E_n 的变化对低能中子是有影响的, 这将在五中讨论. 有证据表

明裂变碎片一般具有较大的角动量^[8]。在蒸发中子过程中碎片角动量近似保持不变，因而相应的转动能也保持不变，这部份能量将在蒸发过程结束后由 γ 射线带走。我们在应用(3)式时已将这部份能量扣除。

设 ρ_i 、 N_i 、 B_i 、 X_i 、 X_{0i} 分别为蒸发了 i 个中子后的剩余核的能级密度、归一化因子、中子结合能、激发能和最大激发能，并令 $D_i = \sum_{s=1}^i B_s$ ， $D_{ij} = D_i - D_j$ ， E_0 为初始激发能，则第 i 个中子的能谱 $G^{(i)}(E_0, E)$ 为

$$G^{(i)}(E_0, E) = \int_{D_{i1}+E}^{X_{01}} P_1(X_{01}, X_1) \int_{D_{i2}+E}^{X_{02}} P_2(X_{02}, X_2) \cdots \int_{D_{ii-1}+E}^{X_{0i-1}} P_{i-1}(X_{0i-1}, X_{i-1}) \cdot \frac{E \rho_i(X_{0i} - E)}{N_i(X_{0i})} \prod_{n=1}^{i-1} dX_n, \quad (4)$$

式中

$$P_i(X_{0i}, X_i) = (X_{0i} - X_i) \rho_i(X_i) / N_i(X_{0i}), \quad i = 1, 2, 3, 4;$$

$$X_{01} = E_0 - B_1; \quad X_{0i} = X_{i-1} - B_i, \quad i = 2, 3, 4, 5.$$

另外，裂变碎片的初始激发能有一个分布，根据对裂变过程的现有实验知识和理论结果，我们可以合理地假设它是宽度为 σ 的 Gauss 分布

$$K(U_0, F_0) = C e^{-(U_0 - E_0)^2 / 2\sigma^2}, \quad (5)$$

式中 C 为归一化因子，

$$C = \left[\int_0^\infty e^{-(U_0 - E_0)^2 / 2\sigma^2} \cdot dE_0 \right]^{-1}.$$

由此算出的碎片平均激发能 U 为

$$U = U_0 + \frac{C\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-U_0^2 / 2\sigma^2}. \quad (5')$$

于是第 i 个中子的平均能谱为

$$F^{(i)}(U, E) = \int_{D_i+E}^\infty K(U_0, F_0) G^{(i)}(E_0, E) dE_0, \quad (6)$$

碎片的蒸发中子能谱为

$$G(U, E) = \sum_{i=1}^5 F^{(i)}(U, E). \quad (7)$$

由于我们的讨论限于 $0 < E_n < 18$ MeV 的能区，5次以上的级联发射可以忽略。从碎片蒸发中子谱即可算出碎片平均蒸发中子数 ν 及碎片质心系中子平均能量 ε ：

$$\nu(U) = \int_0^\infty G(U, E) dE, \quad (8)$$

$$\varepsilon(U) = \int_0^\infty E \cdot G(U, E) dE / \nu(U). \quad (9)$$

我们采用的 Gilbert-Cameron 能级密度公式包括对校正因子 $P(N, Z)$ ，其量级为 $0 \sim 2$ MeV。当 $E < P$ 时，核能级已很少，连续的能级密度公式不再适用。对于裂变碎片，我们不知道这态低些能的能级分布。为了判断低激发态能级分布对计算结果的影响，我们分别计算了两个极端的情形：假设1，Gilbert-Cameron 公式一直适用到基态 $E = 0$ ；假

设 2, 当 $E < P$ 时 $\rho(E) = 0$. 结果相差不过百分之几. 这就表明碎片蒸发中子谱不强烈依赖于低激发态的能级分布, 对碎片能级分布认识得不精确并不会对计算结果产生强烈的影响.

为了对激发能的分布求平均, 还需要确定 U_0 和 σ 的值. U_0 值可以由入射中子能量 E_n 来确定, 这在三中讨论. 关于激发能的分布宽度 σ , 我们从碎片蒸发中子的分布可以作出粗略的估计. 对于自发裂变或热中子引起的裂变, 瞬发中子数的分布宽度略大于 1 个中子^[6]. 对 ^{252}Cf 自发裂变, 测定过一对碎片的的中子分布宽度, 约为 1.2—1.3 个中子^[13]. 但是引起中子数分布的原因, 除了激发能分布以外, 还有碎片的电荷分布和动能分布等. 此外, 不同的碎片其激发能分布也很可能是不同的. 幸而我们所求的是一些对激发能分布求平均的量, 这些量可能在一定范围内对激发能的分布不敏感. 我们估计, 由激发能的分布宽度而引起的蒸发中子数分布宽度应小于 1 个中子. 激发能每变更 7—8 MeV, 蒸发中子数变化为 1, 因此取 $\sigma = 6$ MeV 是合理的. 我们同时还计算了 $\sigma = 4$ MeV 的情况, 两者的结果相差仅百分之几. 这表明计算结果对激发能分布也不敏感.

我们用数值方法计算了 U_0 在 6—26 MeV 区间的蒸发中子谱 $G(U, E)$ 、平均中子数 $\nu(U)$ 和中子平均能量 $\varepsilon(U)$, 得到下述结果:

1. 所有 18 个碎片不同 U_0 值的谱都很相似. 若用约化能量 $\eta = E/\varepsilon$ 化成约化谱¹⁾

$$f(\eta) = \frac{\varepsilon}{\nu} G(U_0, \varepsilon\eta), \quad (10)$$

则计算结果表明约化谱对碎片的特征 (电荷、质量、激发能) 依赖不大, 在百分之五的偏差以内是一个普适谱. 在 $\eta > 1.5$ 后近似为麦氏谱, 在 $\eta < 1.5$ 时随 η 的减小而逐渐偏离麦氏谱, 在 $\eta = 0.2$ 时 $f(\eta)$ 值显著地低于麦氏谱. 这种普适性与 Bowman 等人^[14]对 ^{252}Cf 自发裂变六个碎片质心系中子谱的测量是一致的, 但在数值上有差别, 在 $\eta = 0.2$ 处计算值显著地低于实验值, 见图 1. 关于这个问题在五中还要讨论.

2. 18 个碎片的 ν 值随 U 的变化都很相似, 在 $10 < U < 20$ MeV 能区内近似地有

$$\nu_i = a_i U + b_i, \quad i = 1, 2, \dots, 18. \quad (11)$$

a_i 对不同碎片差别不大. 在 U 的同样能区内, ε 和 ν 也有一个简单的近似关系

$$\varepsilon_i = A_i \sqrt{1 + 2\nu_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 18. \quad (12)$$

A_i 对不同碎片差别不大.

由于表 1 所选 18 个碎片都是产额较大的碎片, 为了判断上述性质的普适范围, 我们又计算了 18 个碎片, 包括了产额低的对称裂变区域和远离对称裂变区域的碎片, 如表 2. 结果表明上述结论仍然成立, a_i 与 A_i 的平均值分别只差 6% 和 3%. 这就使我们相信上述结论对于所有重核的裂变碎片都是适用的. 这种普适性说明计算结果和能级密度参数的选取以及所用的核质量公式关系不大, 这些方

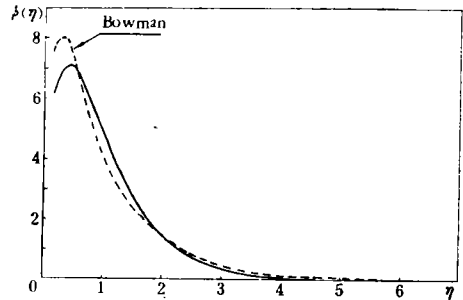


图 1 碎片蒸发中子谱. 实线为我们计算的一个约化谱, 虚线为 Bowman 等人^[14]的普适谱

* 约化谱 $f(\eta)$ 满足关系 $\int_0^{\infty} f(\eta) d\eta = \int_0^{\infty} \eta f(\eta) = 1$.

面可能的误差不会严重影响计算结果。所以会出现这种情况,无疑是因为多次的级联发射在事实上已经对碎片性质进行了有效的平均,再加上对激发能分布的平均,最后的中子谱已经不强烈地依赖于个别碎片的性质了。

表2 新增碎片表

轻碎片 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A_i	82	84	89	94	100	106	110	114	118
Z_i	32	33	35	37	39	42	43	44	46
重碎片 i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A_i	118	122	126	130	136	142	147	152	154
Z_i	47	48	49	50	53	55	57	59	60

三、裂变瞬发中子谱

设中子随第 i 个碎片运动的平均动能为 E_{ki} , 则根据质心系中子谱 $G_i(U_i, E)$ 可以算出实验室系的中子谱^[3] $G_i(U_i, E_{ki}, E)$,

$$G_i(U_i, E_{ki}, E) = \frac{1}{4\sqrt{E_{ki}}} \int_{(\sqrt{E_{ki}}-\sqrt{E})^2}^{(\sqrt{E_{ki}}+\sqrt{E})^2} \frac{1}{\sqrt{E'}} G_i(U_i, E') dE'. \quad (13)$$

在这里假设了在碎片质心系中子发射是各向同性的,并略去了碎片动能的分布。后者对
中子动能的影响不过为 0.1 MeV 左右。

对各种裂变方式求平均,即可得到裂变瞬发中子谱

$$G_f(E) = 2 \sum_i Y_i G_i(U_i, E_{ki}, E) / \sum_i Y_i, \quad (14)$$

其中 Y_i 为碎片 i 的产额;碎片平均激发能 U_i 可由碎片平均蒸发中子数 ν_i 定出:

$$\int_0^\infty G_i(U_i, E_{ki}, E) dE = \int_0^\infty G_i(U_i, E) dE = \nu_i. \quad (15)$$

图2是这样算出的 ^{235}U 、 ^{239}Pu 热中子裂变瞬发中子谱。 Y_i 值由[8]和[15]经适当处理而得, E_{ki} 取自[8]和[16], ν_i 由[13]和[17]经适当处理而得。能谱的实验值是肖振喜等^[18]测量的。计算结果基本与实验相符,在
高能端虽然看上去差别较大,但绝对数值的差别并不大。低能端的计算值明显地低于实验值,在图中已经加上了断裂前中子修正(见五的讨论)。

对于快中子引起的裂变,因为 ν_i 没有测定过,不能用(14)式。考虑到不同碎片的蒸发中子谱形很相近,大多数碎片平均激发能偏离平均值 $U = \sum_i Y_i U_i / \sum_i Y_i$ 不过 2 MeV 左右,因此可以将(14)式近似为

$$G_f(E_n, E) = \frac{2}{\sum_i Y_i} \left[\sum_{i=1}^9 Y_i G_i(U, E_i, E) + \sum_{i=10}^{18} Y_i G_i(U, E_h, E) \right]. \quad (16)$$

式中 E_i 及 E_h 分别为中子随轻、重碎片运动的平均动能,每组中 E_{ki} 偏离这些平均值很

小。我们假设 E_i 及 E_h 不随 E_n 变化, 这是很好的近似。根据热中子裂变时的瞬发中子数 ν_0 可以由下式确定热中子裂变时碎片平均激发能 $U(0)$:

$$\int_0^{\infty} G_i(0, E) dE = \nu_0. \quad (17)$$

由于实验表明碎片平均动能基本上不随入射中子能量变化, 因此入射中子动能全部分给了碎片, 于是由 $U(0)$ 和 E_n 即可决定碎片平均激发能:

$$U(E_n) = U(0) + E_n/2. \quad (18)$$

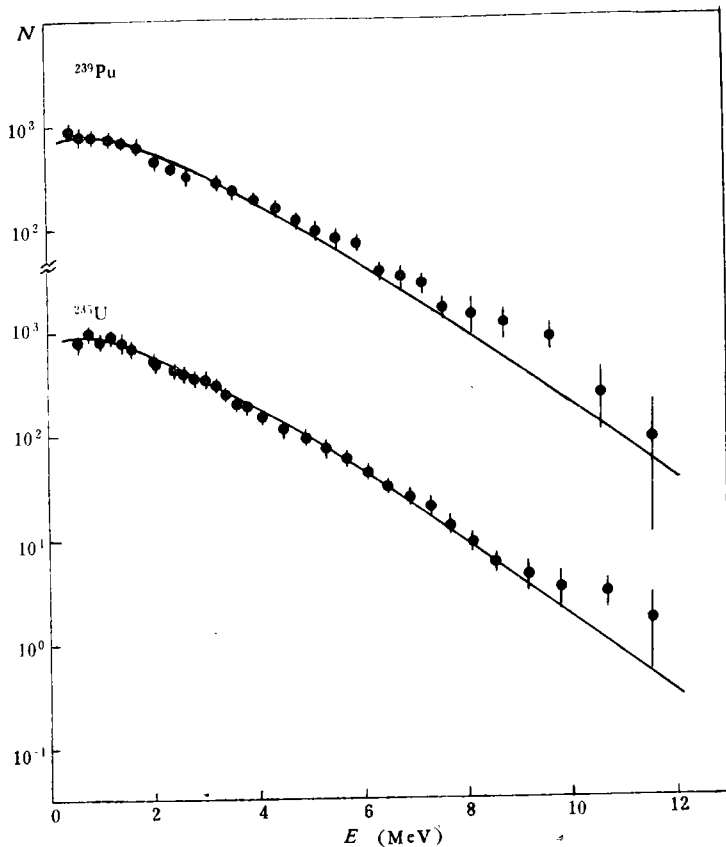


图 2 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的热中子裂变瞬发中子谱。实线为我们的计算结果, 实验点是肖振喜等人^[11]的测量值

(16)式中的 Y_i 值我们假定不随 E_n 变化, 取其热中子测量值。当 $E_n < 7 \text{ MeV}$ 时, 这是近似成立的。当 $E_n > 7 \text{ MeV}$ 时, Y_i 渐趋于均匀化, 这个假定就不能成立。但是我们试算了 $Y_i = 1$ 的极端情况, 发现在这种情况下能谱和平均能量的变化也不过百分之几。因此作为一个实际可行的工作假设, 不会引起大的误差。

为了判断(16)式的近似程度, 我们对热中子引起的 ^{235}U 和 ^{239}Pu 裂变瞬发中子谱, 分别用(14)式和(16)式作了计算, 发现相差一般不过 1—2%, 只是在高能端 ($E > 6 \text{ MeV}$) 能谱值已经很小时, 对 ^{239}Pu 两式相差才超过 10%。这表明 (16) 式是相当好的近似。用两式算出的裂变中子平均能量的比较见表 3。

表3 ^{235}U 、 ^{239}Pu 热中子裂变平均能量的比较

	(14)式	(16)式	编评值 ^[1]
$^{235}\text{U} + n(\text{热})$	2.055	2.058	1.979
$^{239}\text{Pu} + n(\text{热})$	2.069	2.107	2.070

四、存在次级裂变时的中子谱

当 E_n 超过 6 MeV 时, 会发生次级裂变 ($n, n'f$), 超过 12 MeV 时会发生 ($n, 2nf$) 反应. 在计算裂变中子谱时, 不但要考虑这些次级裂变的贡献, 还要考虑附加的蒸发中子谱¹⁾. 若 B_i 、 E_{fi} 、 ρ_i 、 N_i 、 X_i 、 X_{0i} 和 γ_i 分别表示蒸发 i 个中子后剩余核的中子结合能、裂变位垒、能级密度、能级密度归一化积分、激发能、最大激发能和能级宽度比 Γ_i/Γ , 则三种裂变的分支比为^[10]

$$R_0 = \gamma_0/\Delta,$$

$$R_1 = \frac{(1 - \gamma_0)\gamma_1}{\Delta} \int_{E_{f1}}^{E_n} \frac{(E_n - X_1)\rho_1(X_1)}{N_1(E_n)} dX_1, \quad (19)$$

$$R_2 = \frac{(1 - \gamma_0)(1 - \gamma_1)\gamma_2}{\Delta} \int_{E_{f2+B_2}}^{E_n} \frac{(E_n - X_1)\rho_1(X_1)}{N_1(E_n)} \cdot \int_{E_{f2}}^{X_1-B_2} \frac{(X_1 - B_2 - X_2)\rho_2(X_2)}{N_2(X_1 - B_2)} dX_2 dX_1,$$

式中 Δ 为保证 $R_0 + R_1 + R_2 = 1$ 的归一化因子.

在裂变前蒸发一个中子时此中子的平均能量 ε_1 , 及裂变前蒸发两个中子时它们的总平均能量 ε_2 各为

$$\varepsilon_1 = \frac{\int_{E_{f1}}^{E_n} \frac{(E_n - X_1)^2 \rho_1(X_1)}{N_1(E_n)} dX_1}{\int_{E_{f1}}^{E_n} \frac{(E_n - X_1)\rho_1(X_1)}{N_1(E_n)} dX_1}, \quad (20)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\int_{E_{f2+B_2}}^{E_n} dX_1 \int_{E_{f2}}^{X_1-B_2} dX_2 \frac{(E_n - B_2 - X_2)(E_n - X_1)(X_1 - B_2 - X_2)\rho_1(X_1)\rho_2(X_2)}{N_2(X_1 - B_2)}}{\int_{E_{f2+B_2}}^{E_n} dX_1 \int_{E_{f2}}^{X_1-B_2} dX_2 \frac{(E_n - X_1)(X_1 - B_2 - X_2)\rho_1(X_1)\rho_2(X_2)}{N_2(X_1 - B_2)}}. \quad (20')$$

平均蒸发中子数 ν_V 、蒸发中子平均能量 ε_V 和蒸发中子谱 $G_V(E)$ 分别为

$$\nu_V = R_1 + 2R_2, \quad (21)$$

$$\varepsilon_V = (R_1\varepsilon_1 + R_2\varepsilon_2)/\nu_V, \quad (22)$$

$$G_V(E) = \frac{1}{\Delta} \left[\gamma_1(1 - \gamma_0)K(E_n, E, E_{f1}) + \gamma_2(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_0)K(E_n, E, E_{f2} + B_2) \right. \\ \left. \times \int_{E_{f2}}^{E_n - E - B_2} (E_n - B_2 - E - X_2) \frac{\rho_2(X_2)dX_2}{N_2(E_n - E - B_2)} \right]$$

1) 在实验上无法区别这两类中子.

$$+ \gamma_2(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_0) \int_{E_{f2}+E+B_2}^{E_n} \frac{E(E_n - X_1)\rho_1(X_1)\rho_2(X_1 - B_2 - E)dX_1}{N_1(E_n)N_2(X_1 - B_2)} \Big], \quad (23)$$

上式中函数 $K(X, Y, Z)$ 的定义为

$$X < Y + Z, K(X, Y, Z) = 0;$$

$$X \geq Y + Z, K(X, Y, Z) = Y\rho_1(X - Y)/N_1(X).$$

于是, 裂变中子谱 G_f 、裂变平均中子数 ν_f 及裂变中子平均能量 ε_f 分别为

$$G_f(E_n, E) = R_0 G_f^{(0)}(E_n, E) + R_1 G_f^{(1)}(E'_n, E) + R_2 G_f^{(2)}(E''_n, E), \quad (24)$$

$$\nu_f(E_n) = R_0 \nu_f^{(0)}(E_n) + R_1 \nu_f^{(1)}(E'_n) + R_2 \nu_f^{(2)}(E''_n), \quad (25)$$

$$\varepsilon_f(E_n) = [R_0 \nu_f^{(0)} \varepsilon_f^{(0)}(E_n) + R_1 \nu_f^{(1)} \varepsilon_f^{(1)}(E'_n) + R_2 \nu_f^{(2)} \varepsilon_f^{(2)}(E''_n)] / \nu_f(E_n), \quad (26)$$

式中 E'_n 、 E''_n 为等效入射中子能量:

$$E'_n = E_n - B_2 - \varepsilon_1, E''_n = E_n - B_2 - B_3 - \varepsilon_2. \quad (27)$$

(24)–(26)式中上标 0、1、2 分别标明初始裂变核和蒸发了一个和两个中子后的裂变核. 由于缺乏实验数据, 不能分别计算这些核的裂变中子谱. 但在三中已经指出, 这些谱的不同主要是由于 ν_0 不同, Y_f 的不同影响甚微. 对于铀和钚, 不同的同位素其 ν_0 值差别很小^[8]. 因此我们可以假定 $G_f^{(1)}$ 及 $G_f^{(2)}$ 均可用 $G_f^{(0)}$ 来近似, 仅将 E_n 换成 E'_n 及 E''_n . 对于 $\nu_f^{(1)}$ 、 $\nu_f^{(2)}$ 、 $\varepsilon_f^{(1)}$ 、 $\varepsilon_f^{(2)}$ 也采用同样的近似.

总的中子谱 G_t 、瞬发中子数 ν_t 及中子总平均能量 ε_t 分别为

$$G_t(E_n, E) = G_f(E_n, E) + G_v(E_n, E), \quad (28)$$

$$\nu_t(E_n) = \nu_f(E_n) + \nu_v(E_n), \quad (29)$$

$$\varepsilon_t(E_n) = (\nu_f \varepsilon_f + \nu_v \varepsilon_v) / \nu_t. \quad (30)$$

五、计算结果讨论及断裂前中子修正

我们计算了 E_n 在 0—18 MeV 能区的 ^{235}U 、 ^{238}U 、 ^{239}Pu 、 ^{240}Pu 的裂变中子谱、蒸发中子谱、总中子谱以及相应的平均中子数和中子平均能量. 所用的 ^{238}U 与 ^{240}Pu 的实验数据 Y_i 、 E_{ki} 等取自[20]和[21]. 能够与实验详细比较的是平均瞬发中子数. 与实验编评值^[4]相比, 偏离为 2—3%, 见图 3.

裂变中子平均能量基本上随 E_n 的增加而缓缓上升, 只是当 E_n 在 6—7 MeV 间由于开始出现 $(n, n'f)$ 反应而有微弱的下降, 总的中子平均能量则由于蒸发中子的影响而在此区间和 12.5—13.5 MeV 间出现强烈的下降, 见图 4. 与实验值^[1]比较, 对于 ^{235}U 和 ^{238}U , 在 $E_n < 6$ MeV 时实验值总的趋势低于计算值, 而对 ^{239}Pu , 当 $E_n > 2$ MeV 时实验值普遍高于理论值. 应该指出, 所有 ^{239}Pu 在 E_n 为 2—6 MeV 的实验值都是[22]的, 此工作没有区分非弹散射中子和裂变中子, 所得的平均能量是在较小的能区内假定麦氏谱用最小二乘法拟合求出的, 可能的误差较大. E_n 在 14 MeV 附近的裂变中子平均能量, ^{235}U 的计算值比实验值偏高, 但是这种比较牵涉到谱形问题, 在实验上只有先假设裂变中子为麦氏谱, 才能将裂变中子和蒸发中子分开. 总的说来符合情况还好, 但由于实验数据少, 精度不高, 这种比较还是很初步的.

计算的裂变中子谱形接近麦氏谱, 但在 $E < 1.5$ MeV 的低能区和 $E > 6$ MeV 的高

能区都低于麦氏谱。但在 $E_n < 2 \text{ MeV}$ 时, 实验测得的裂变中子谱在低能区没有发现明显地偏离麦氏谱, 这是很多实验测定的一致结论。在理论计算上低估了低能中子份额的因素可能有两个。第一是断裂前中子的影响, 这类中子由于没有随碎片运动, 而且发射时核处于大变形状态, 核温度较低, 因此可能集中于低能区。第二是我们在计算碎片蒸发谱时忽略了中子反俘获截面随中子能量的变化。此截面一般随中子能量的减小而增大, 在 $E < 1-2 \text{ MeV}$ 时尤为显著。因此考虑了截面随中子能量的变化会提高低能中子的份额。由于对断裂前中子很难进行理论计算, 我们不分别考虑这两个因素, 而笼统地对低能中子作一不大的唯象的修正, 简称为断裂前中子修正。假设这种断裂前中子的能谱为麦氏谱

$$G_s(E) = \frac{2A}{T_s} \sqrt{\frac{E}{\pi T_s}} e^{-E/T_s} \quad (31)$$

为了简单起见, 假定 A 及 T_s 不随 E_n 改变, 并且对所计算的四个核都相同。这相当于假设断裂前中子发射主要决定于断裂时裂变核的形变。应该预期这四个核的形变差别不会很大, 也不强烈依赖于 E_n 。为了保证总的瞬发中子数不变, 修正后的裂变中子谱和中子平均能量为

$$G_f(E_n, E) = \left(1 - \frac{A}{\nu_f}\right) G_f(E_n, E) + G_s(E), \quad (32)$$

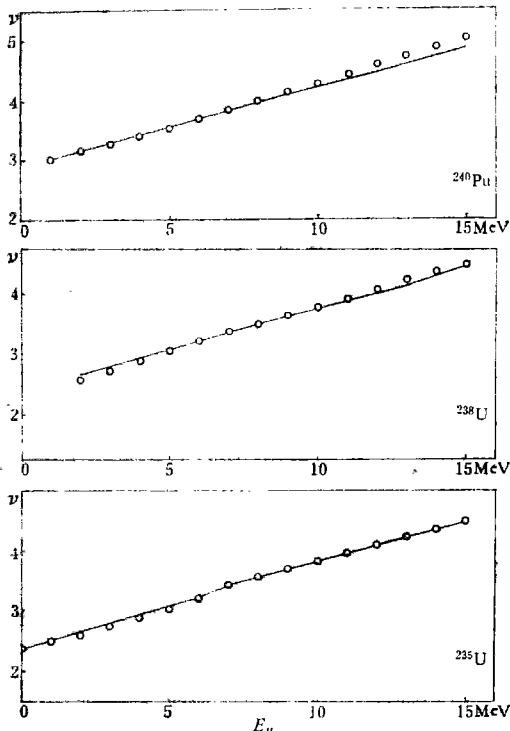


图3 平均瞬发中子数随入射中子能量的变化。实线为我们计算的结果, 圆圈是实验编评值^[1]

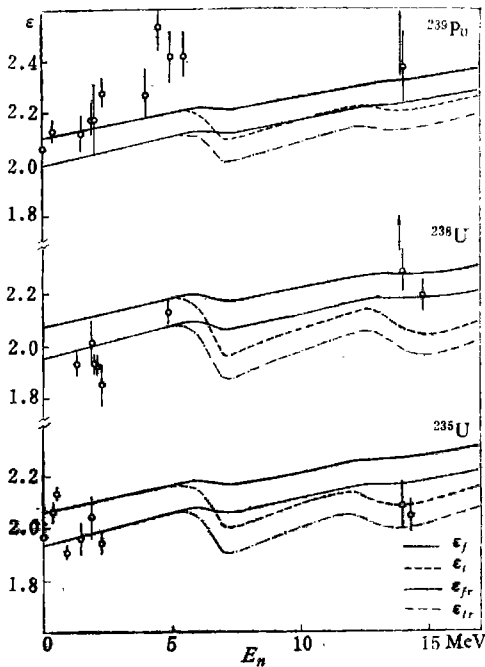


图4 瞬发中子平均能量随入射中子能量的变化。实线为我们计算的结果, 圆圈为实验编评值^[1]

$$G_{fr}(E_n, E) = G_{fr}(E_n, E) + G_v(E_n, E), \quad (32')$$

$$\varepsilon_{fr}(E_n) = \varepsilon_f \left(1 - \frac{A}{\nu_f}\right) + \frac{3}{2} \frac{A}{\nu_f} T_s, \quad (33)$$

$$\varepsilon_{fr}(E_n) = (\varepsilon_{fr}\nu_f + \varepsilon_v\nu_v)/\nu_s. \quad (33')$$

我们发现,如取 $A = 0.255$, $T_s = 0.595$ MeV, 则四个核的裂变中子谱在 $0 < E_n < 6$ MeV 能区内都很接近麦氏谱,在能谱的高能端虽然仍低于麦氏谱,不过在那区域能谱的绝对值差别并不大,也不明显地与实验不符(参看图 2). 修正后的裂变中子平均能量大体上平均降低了 5%, 对于 ^{235}U 和 ^{238}U 来说一般与实验符合得较好, 对于 ^{239}Pu 来说更低于实验值, 但当 $E_n < 2$ MeV 时也不过低 5% 左右, 见图 4.

六、裂变瞬发中子数及中子平均能量的近似公式

把近似公式(11)式对不同裂变方式求平均,可以得到

$$\nu_j = 2\bar{\nu}_j = 2\Sigma Y_i \nu_i / \Sigma Y_i = 2aU + 2b + 2\Sigma Y_i \Delta a_i \Delta U_i / \Sigma Y_i, \quad (34)$$

式中

$$U = \bar{U}_i, \quad a = \bar{a}_i, \quad b = \bar{b}_i, \quad \Delta U_i = U_i - U, \quad \Delta a_i = a_i - a.$$

上式最后一项比较小,而且随 E_n 变化缓慢,可以近似看成常数. 于是应用(18)式可得到

$$\nu_j = aE_n + \nu_0. \quad (35)$$

对 ^{235}U 、 ^{238}U 、 ^{239}Pu 、 ^{240}Pu 这四个核, a 值差别不大,分别为 0.1335, 0.1324, 0.1318, 0.1316. 这表明 Y_i 值对结果的影响不大. 取其算术平均值 $a = 0.1324$, (35) 式就成为对这四个核普适的近似公式. 它可以近似地用于 $E_n < 20$ MeV 的区域,但在 $E_n > 6$ MeV 时有蒸发中子和次级裂变中子的贡献,应把它代入(25)式.

类似地,把近似公式(12)式对不同裂变方式求算术平均,可得碎片质心系中子平均能量 ε_c 与一个碎片平均蒸发中子数 $\bar{\nu}$ 的关系

$$\begin{aligned} \varepsilon_c &= A[\sqrt{1 + 2\bar{\nu}} + (\Delta\nu)^2/\bar{\nu}\sqrt{1 + 2\bar{\nu}}] \\ &= A[\sqrt{1 + \nu_f} + 2(\Delta\nu)^2/\nu_f\sqrt{1 + \nu_f}], \end{aligned} \quad (36)$$

式中 $\bar{\nu} = \Sigma \nu_i / 18 = \nu_f / 2$, $(\Delta\nu)^2 = \Sigma(\nu_i - \bar{\nu})^2 / 18$, $A = \Sigma A_i / 18 = 0.693$. 方括号中第二项对 ε_c 的贡献不过 0.04 MeV 左右,忽略这一项,并化到实验室系,我们得到裂变中子的平均能量为

$$\varepsilon_j = \varepsilon_k + A\sqrt{1 + \nu_f}, \quad (37)$$

其中 ε_k 为中子随碎片运动的平均动能,对多种重核的裂变数据求得的平均值为 $\varepsilon_k = 0.778$ MeV,一般重核裂变对此平均值的偏离不超过 1.5%. 再考虑到断裂前中子的修正, ε_f 值应减小 5%, 于是最后可得

$$\varepsilon_{fr} = 0.74 + 0.66\sqrt{1 + \nu_f}, \quad (38)$$

这与 Terrell 公式(2)是一致的. 于是我们在较严格的蒸发模型计算的基础上,重新推出了 Terrell 公式. 从上述推导可以看出, Terrell 公式中的 ν 应该是裂变平均中子数,不包括裂变前的蒸发中子,这与 Batchelor 等人^[23]的看法一致.

公式(35)与(38)应该也适用于其它重核裂变现象,从表4与图5可以看出,与实验的符合是较满意的。

表4 重核裂变瞬发中子平均能量

核	裂变类型	ν_f	$e_f(\text{MeV})$			文献
			实验	计算	Terrell	
^{252}Cf	自裂	3.724	2.179	2.182	2.163	24
^{239}Th	热中子	2.06	1.86	1.891	1.887	25
^{235}U	热中子	2.453	2.09	1.964	1.958	平均值
^{238}Pu	热中子	2.861	2.02	2.036	2.027	25
^{241}Pu	热中子	2.88	2.003	2.039	2.030	26
^{240}Pu	自裂	2.14	1.784	1.906	1.902	27
^{242}Pu	自裂	2.13	1.815	1.904	1.900	28
^{249}Cf	热中子	(4.37)	2.33	2.289	2.256	25
^{243}Cm	热中子	3.39	2.15	2.126	2.112	29
^{244}Cm	自裂	2.73	2.066	2.013	2.005	29
^{245}Cm	热中子	3.79	2.25	2.193	2.173	25, 29
^{246}Cm	自裂	2.97	2.09	2.055	2.045	29
^{247}Cm	热中子	(4.02)	2.20	2.231	2.206	29
^{248}Cm	自裂	3.12	2.15	2.080	2.069	29

说明:表中 ν_f 值取自[8],但据 ^{252}Cf 自发裂变 $\nu_f = 3.724$ 重新归一化。括号中的 ν_f 值是由自发裂变的 ν_f 值推算的。

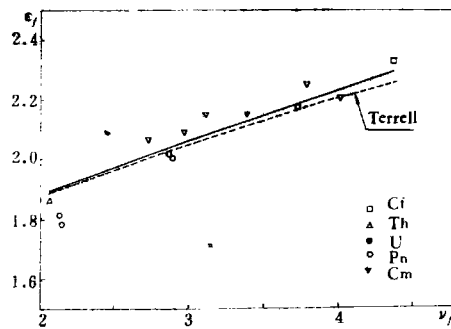


图5 重核裂变瞬发中子平均能量。

实线为我们的计算结果,虚线为 Terrell 公式的结果,实验值见表4

本工作的程序设计和数值计算是在陈俊珍同志的协助与合作下完成的。

参 考 文 献

- [1] 卢希庭,《 ^{235}U 、 ^{238}U 和 ^{239}Pu 的瞬发裂变中子谱》,北京大学内部报告,1976.
- [2] B. E. Watt, *Phys. Rev.*, **87**(1952), 1037.
- [3] J. Terrell, *Phys. Rev.*, **113** (1959), 527; “Physics and Chemistry of Fission”, IAEA, 2 (1965), 8.
- [4] 《关于 ^{235}U 、 ^{238}U 、 ^{240}Pu 裂变平均中子数的编评报告》,原子能研究所内部报告.
- [5] D. W. Lang, *Nucl. Phys.*, **53** (1964), 113.

- [6] G. Kluge, *Phys. Letters.*, **37B** (1971), 217.
 [7] D. N. Sharma et al., *Phys. Rev.*, **14C** (1976), 181.
 [8] R. Vandenbosch, J. R. Huizenga, "Nuclear Fission", 1973.
 [9] Landolt-Börnstein I/5a "Nuclear Reaction Energies", 1973.
 [10] W. D. Myers, W. J. Swiatecki, UCRL-11980, (1965).
 [11] A. Gilbert, A. G. W. Cameron, *Can. J. Phys.*, **43** (1965), 1446.
 [12] J. M. Blatt, V. F. Weisskopf, "Theoretical Nuclear Physics", 1952.
 [13] H. Nifenecker et al., "Physics and Chemistry of Fission", *IAEA.*, **2** (1973), 117.
 [14] H. R. Bowman et al., *Phys. Rev.*, **129** (1963), 2133.
 [15] S. Amiel, H. Feldstein, "Physics and Chemistry of Fission" IAEA-SM-174/25 (1973).
 [16] J. P. Unik et al., "Physics and Chemistry of Fission" IAEA-SH-174/209, (1973).
 [17] В. Ф. Апалин, и др., "Physics and Chemistry of Fission" IAEA., **1** (1965), 587.
 [18] 肖振喜、叶宗垣、张应、黄胜年, 物理学报, **18** (1962), 467.
 [19] 邱锡钧等, «推算瞬发平均中子数 $\bar{\nu}$ 的一个半经验理论», 未发表。
 [20] В. И. Сенченко, и др., *Я. Ф.*, **6** (1967), 708.
 [21] Н. Л. Дьяченко, и др., *Я. Ф.*, **23** (1976), 269.
 [22] H. H. Knitter et al., "Prompt Fission Neutron Spectrum", IAEA, Vienna, **41** (1971).
 [23] R. Batchelor et al., *Nucl. Phys.*, **65** (1965), 236;
 R. J. Howerton, R. J. Doyas, *Nucl. Sci. and Engin.*, **46** (1971), 414.
 [24] 孟江辰, «关于 ^{232}Cf 自发裂变中子谱的编评报告», 未发表。
 [25] Ю. С. Замятин, и др., Helsinki Conf. IAEA-CN26/90 (1970).
 [26] A. B. Smith et al., *Phys. Rev.*, **123** (1961), 2140.
 [27] T. W. Bonner, *Nucl. Phys.*, **23** (1961), 116.
 [28] Л. М. Болев, и др., *Я. Ф.* **9** (1969), 727.
 [29] К. Д. Зуравлев, и др., Obninsk Conf. USSR (1974).

THE EVAPORATION MODEL THEORY FOR THE FISSION PROMPT NEUTRON SPECTRUM OF HEAVY NUCLEI

HU JI-MIN WANG ZHENG-SHING
 (Peking University)

ABSTRACT

The fission prompt neutron spectrum, the average number of neutrons emitted per fission and the average energies of neutrons for neutron-induced fission of uranium and plutonium isotopes were calculated, using evaporation model with a universal pre-scission neutron component of about 10% added empirically. General approximation formulae for the average number of neutrons per fission and the average neutron energy were derived and Terrell's formula was rederived theoretically without adjustable constants. In the incident neutron energy range 0—18 MeV considered, the agreement between calculated and experimental results is satisfactory.

NUCLEAR FISSION: U, Pu (n, f); energy range 0—18 MeV;
 fission prompt neutron spectrum, average number of emitted
 neutrons and neutron average energy calculated.