第4卷 第6期 高能物理与核物理 Vol. 4, No. 6
1980年11月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Nov., 1980

静态延展外源时 $SU(2)$ 和 $SU(3)$ 规范场静态解的时间依赖关系

东方晓 周咸建 黄涛 薛丕友
(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文我们讨论有静态外源时 $SU(2)$ 和 $SU(3)$ 规范场静态解的时间依赖关系. 引入一个新的规范不变量，利用新的规范协变量和规范势之间的时间关系，我们比文献[1]更精确地推出静态解时间关系. 进一步我们得到了具有静态外源时 $SU(3)$ 规范理论静态解的时间依赖关系.

一、

近来，有外源的 Yang-Mills 方程的经典解引起人们的兴趣[1-3]. 一个目的是想看一看，是否与无源的情况一样，有外源非阿贝尔的 Yang-Mills 方程具有一些阿贝尔情形所不具有的特殊形式的解，以及考察其物理意义是什么. 例如，所找到的屏蔽解[2-4]就是一例. 当前文献较多地讨论静态外源的情形. Magg[1] 讨论了在延展静态外源时，$SU(2)$ 规范场的静态解对时间的依赖关系. 本文多用了一个新的规范不变量，并运用一个新的规范协变量与规范势之间的时间自洽性，从而对文献[1]静态解的时间依赖关系作更严格的推导.而且更明显地表明文献[2]所得的屏蔽解确实不是静态解.进一步，推广到 $SU(3)$ 情形，我们得到了，在延展静态外源时，$SU(3)$ 规范场的静态解对时间的几种依赖关系.

二、$SU(2)$ 情形

规范群 $SU(N)$ 的规范场，在有外源 j_μ^a 时，所满足的方程是

$$\partial_\nu F_{\nu\mu}^a + gC^{abc}A_\nu^b F_{\nu\mu}^c + j_\mu^a = 0, \tag{1}$$

其中

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gC^{abc}A_\mu^b A_\nu^c,$$

这里 A_μ^a 是规范势，C^{abc} 是群 $SU(N)$ 的结构常数. 我们取泡利度规. 有时把 (1) 写成矩阵形式更方便些，这时方程 (1) 为

$$D_\nu F_{\nu\mu} + j_\mu = 0, \tag{2}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + g[A_\mu, A_\nu], \quad D_\nu F_{\nu\mu} \equiv \partial_\nu F_{\nu\mu} + g[A_\nu, F_{\nu\mu}].$$

其中

$$A_\mu \equiv -iT^a A_\mu^a, \quad F_{\mu\nu} \equiv -iT^a F_{\mu\nu}^a, \quad j_\mu \equiv -iT^a j_\mu^a.$$

T^a 是群 $SU(N)$ 基础表示（它的矩阵为 U）的生成元矩阵. $U = \exp(-iT^a\xi^a)$, ξ^a 是实参数. T^a 满足如下对易关系

$$[T^a, T^b] = iC^{abc}T^c.$$

在 $SU(2)$ 时 $T^a = \frac{\tau^a}{2}$, τ^a 为泡利矩阵 ($a = 1, 2, 3$).

本文1979年8月31日收到.

在 $SU(3)$ 时 $T^a = \frac{\lambda^a}{2}$, λ^a 为 Gell-Mann 矩阵 ($a = 1, 2, \cdots, 8$).

在规范变换下，

$$A_\mu \to A'_\mu = UA_\mu U^{-1} - \frac{1}{g}(\partial_\mu U)U^{-1}, \quad F_{\mu\nu} \to F'_{\mu\nu} = UF_{\mu\nu}U^{-1},$$

$$D_\lambda F_{\mu\nu} \to (D_\lambda F_{\mu\nu})' = U(D_\lambda F_{\mu\nu})U^{-1}, \quad j_\mu \to j'_\mu = Uj_\mu U^{-1}. \tag{4}$$

如果我们要求方程 (2) 具有规范协变形式 (这是理论的规范不变性所要求), 则应有上面最后一式外源的变换形式.

任意一量(矩阵形式) $S = -iT^aS^a$, 若在规范变换下做如下变换

$$S \to S' = USU^{-1}, \tag{5}$$

则易验证它的规范协变导数

$$D_\lambda S = \partial_\lambda S + g[A_\lambda, S], \tag{6}$$

亦按 (5) 式变换, 即

$$D_\lambda S \to (D_\lambda S)' = U(D_\lambda S)U^{-1}.$$

如果外源 j_μ 在某个惯性系中，它的空间分量为 0, 即 $j_i = 0$, ($i = 1, 2, 3$), 则称这样的外源为静态外源. 对于任意外源, 由方程 (2) 都有

$$D_\mu j_\mu = \partial_\mu j_\mu + g[A_\mu, j_\mu] = 0.$$

以下, 我们取 $A_4 = 0$ 的规范. 在此规范下, 由静态源, 可得 $\partial_t j_4 = 0$, 即 j_4 仅依赖于空间坐标, 即 $j_4 = j_4(\boldsymbol{r})$. 若取 $j_4^a = iq^a(\boldsymbol{r})$, $q^a(\boldsymbol{r})$ 是 $\boldsymbol{r}$ 的实函数, $j_4 = T^aq^a(\boldsymbol{r})$, 是轭米的, 并且它的矩阵迹为零. 我们作任一仅依赖于空间坐标的规范变换, 仍能使得变换后 $A_4 = 0$. 这样, 我们总可以找到一个规范变换 $U(\boldsymbol{r})$, 使得 $U(\boldsymbol{r})j_4(\boldsymbol{r})U^{-1}(\boldsymbol{r})$ 对角化. 对角化后对角矩阵元为 $\boldsymbol{r}$ 的实函数. 并且对角化后矩阵的迹仍为零, 这样此矩阵必可表为 $SU(N)$ 的$(N-1)$个对角的互易的 T^a 矩阵的线性组合, 其系数为 $\boldsymbol{r}$ 的实函数. 这样, j_4 作某个仅依赖空间坐标的规范变换后, 只有嘉当 (Cartan) 子代数中的分量. 例如对于 $SU(2)$, 总可以有

$$j_4 = \frac{1}{2}\tau_3 q(\boldsymbol{r}). \tag{7.a}$$

对于 $SU(3)$, 总可以有

$$j_4 = \frac{1}{2}[\lambda^3 q^3(\boldsymbol{r}) + \lambda^8 q^8(\boldsymbol{r})] \tag{7.b}$$

其中 $q(\boldsymbol{r})$, $q_3(\boldsymbol{r})$ 和 $q_8(\boldsymbol{r})$ 为仅依赖空间坐标的实函数. 在取 (7.a) 或 (7.b) 形源时, 仍保持 $A_4 = 0$ 规范.

文献 [1] 中静态解的定义是: 若由方程(2)的解 A^a_μ 构成的所有规范不变量都不依赖时间, 则这样的解称为静态解. 为方便起见, 我们称这类静态解为广义静态解. 还可以定义如下的狭义静态解, 对于这类解, 总可以选取某个规范, 使得规范势 A^a_μ 不依赖于时间. 显然, 狭义静态解一定是广义静态解. 本文讨论的是广义静态解对时间的依赖关系. 初看起来, 仅从定义出发要得到广义静态解对时间的依赖形式是较困难的. 我们仿照文[1]的方法, 从广义静态解定义出发, 适当地选择一些规范不变量, 由它们不依赖时间, 逻辑地推

得这样的解应满足的时间依赖关系．进一步证明，这样依赖关系的解就是狭义静态解．

下面讨论 $SU(2)$ 情形．取 $A_4=0$ 规范，并且源取为 (7.a) 形．取任意两个按 (5) 变换的量 S 和 Q，它们是由广义静态解 A_μ 构成的量．

1. 由 $\mathrm{Tr}[j_4S]$，$\mathrm{Tr}[j_4Q]$ 为规范不变量，所以应不依赖时间．其中 Tr 为矩阵求迹符号．如果假定 $q(\boldsymbol{r})$ 在整个空间不为零（即外源延展整个空间，称这样外源为延展外源），则有 S^3, Q^3 不依赖时间．以后我们简记例如 $Q^3=p$ 表示 Q^3 不依赖时间．下面 $q(\boldsymbol{r})\neq 0$ 这条件常用到，一般不提了．

2. 由 $\mathrm{Tr}[SQ]=p$，可得 $S^1Q^1+S^2Q^2=p$，若定义

$$S^\pm=\frac{1}{\sqrt{2}}(S^1\pm iS^2),\quad Q^\pm=\frac{1}{\sqrt{2}}(Q^1\pm iQ^2),$$

则有

$$S^+Q^-+S^-Q^+=p.$$

由 $\mathrm{Tr}\{j_4[S,Q]\}=p$，可得 $S^1Q^2-S^2Q^1=p$，由此得，

$$S^+Q^--S^-Q^+=p.$$

这样最后有

$$S^-Q^+=p,\quad S^-Q^+=p. \tag{8}$$

3. 由 $\mathrm{Tr}[j_4D_\lambda S]=p$，得 $A_\lambda^1S^2-A_\lambda^2S^1=p$ 或 $A_\lambda^+S^--A_\lambda^-S^+=p$，由我们找到的新规范不变量 $\mathrm{Tr}[j_4(D_\lambda j_4)S]=p$ 得

$$A_\lambda^1S^1+A_\lambda^2S^2=p \text{ 或 } A_\lambda^+S^-+A_\lambda^-S^+=p.$$

这样最后有

$$A_\lambda^+S^-=p,\quad A_\lambda^-S^+=p. \tag{9}$$

同样

$$A_\lambda^\pm=\frac{1}{\sqrt{2}}[A_\lambda^1\pm iA_\lambda^2].$$

现在取 $S=F_{\mu\nu}$，$Q=F_{K\lambda}$，则由 (8) 有

$$F_{\mu\nu}^+F_{K\lambda}^-=p. \tag{10}$$

由 (10) 可以证明

$$F_{\mu\nu}^\pm(\boldsymbol{r},t)=F_{\mu\nu}^\pm(\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(\boldsymbol{r},t)\}, \tag{11}$$

其中 $\Lambda(\boldsymbol{r},t)$ 是一个实函数，它不依赖于下指标 μ,ν.

由 (9) 式有

$$A_\lambda^\pm(\boldsymbol{r},t)\cdot F_{\mu\nu}^\mp(\boldsymbol{r},t)=p,$$

只要 $F_{\mu\nu}^+$ 有一个分量不为零，则总有

$$A_\lambda^\pm(\boldsymbol{r},t)=A_\lambda^\pm(\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(\boldsymbol{r},t)\}. \tag{12}$$

但若 $F_{\mu\nu}^+(\boldsymbol{r},t)$ 都为零，因为在 $A_4=0$ 规范下，有

$$\partial_tA_i^a(\boldsymbol{r},t)=iF_{4i}^a(\boldsymbol{r},t), \tag{13}$$

则 $A_i^\pm(\boldsymbol{r},t)$ 不随时间变化，因此也可以表示成 (12) 式，只是此时 $\Lambda(\boldsymbol{r},t)$ 也不随时间变化．

由 (9) 式知，只要 $A_\lambda^+(\boldsymbol{r},t)$ 有一个分量不为零，则总有

$$S^\pm(\boldsymbol{r},t)=S^\pm(\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(\boldsymbol{r},t)\} \tag{14}$$

现取 $S_{\mu\lambda}=D_\mu D_\lambda j_4$，它按 (5) 式变换．如果假定 $A_\lambda^\pm(\boldsymbol{r},t)$ 中至少有一个分量不为零，则

$S^{\pm}_{\mu\lambda}(\boldsymbol{r}, t)$ 有如(14)的表式。另一方面它可以由 A^a_μ 与 $q(\boldsymbol{r})$ 表示出来，为了能与 $A^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r}, t)$ 的(12)式相容，可以进一步得到 $\Lambda(\boldsymbol{r}, t)$ 的时间依赖关系．选择量 $S_{\mu\lambda}$ 是本文特点，它使得讨论更简洁和严格．

容易得到

$$(D_\mu D_\lambda j_4)^{\pm} = \pm g\partial_\mu[q(\boldsymbol{r})A^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r}, t)] \pm g[\partial_\lambda q(\boldsymbol{r})]A^{\pm}_\mu(\boldsymbol{r}, t) + ig^2 q(\boldsymbol{r})A^3_\mu(\boldsymbol{r}, t)A^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r}, t), \tag{15}$$

上式中取 $\mu = 4$，并乘以 $\exp\{\mp i\Lambda(\boldsymbol{r}, t)\}$，则有

$$q(\boldsymbol{r})[\partial_t \Lambda(\boldsymbol{r}, t)]\cdot A^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r}) = p.$$

由于 $q(\boldsymbol{r}) \neq 0$，$A^{+}_\lambda(\boldsymbol{r})$ 中总有一个分量不为零，得 $\partial_t \Lambda(\boldsymbol{r}, t) = p$ 或

$$\Lambda(\boldsymbol{r}, t) = \Lambda(\boldsymbol{r})t + \Lambda(\boldsymbol{r}, t=0). \tag{16}$$

由 $F^3_{\mu\nu} = p$ 和(13)式有

$$A^3_i(\boldsymbol{r}, t) = iF^3_{4i}(\boldsymbol{r})t + A^3_i(\boldsymbol{r}, t=0), \tag{17}$$

(15)式中取 $\mu = i (i = 1, 2, 3)$，并在两端乘以 $\exp\{\mp i\Lambda(\boldsymbol{r}, t)\}$，可得

$$t[i\partial_i \Lambda(\boldsymbol{r}) - gF^3_{4i}(\boldsymbol{r})]q(\boldsymbol{r})A^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r}) = p,$$

这样就有

$$i\partial_i \Lambda(\boldsymbol{r}) - gF^3_{4i}(\boldsymbol{r}) = 0. \tag{18}$$

这样我们逻辑地得到，在 $SU(2)$ 规范群情形，$A^a_\mu(\boldsymbol{r}, t)$ 以及 $F^a_{\mu\nu}(\boldsymbol{r}, t)$ 依赖于时间的两种形式

1. $A^{+}_\lambda(\boldsymbol{r}, t)$ 中至少有一个分量不为零，则有

$$\left.\begin{aligned} &A^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r}, t) = A^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(\boldsymbol{r})t\}, \quad A^3_i(\boldsymbol{r}, t) = iF^3_{4i}(\boldsymbol{r})t + A^3_i(\boldsymbol{r}, t=0), \\ &F^{\pm}_{\mu\nu}(\boldsymbol{r}, t) = F^{\pm}_{\mu\nu}(\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(\boldsymbol{r})t\}, \quad F^3_{\mu\nu}(\boldsymbol{r}, t) = F^3_{\mu\nu}(\boldsymbol{r}) \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

且有(18)式．这里把 $\exp\{\pm i\Lambda(\boldsymbol{r}, t=0)\}$ 吸收到 $A^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r})$ 或 $F^{\pm}_{\mu\nu}(\boldsymbol{r})$ 中去了．

2. $A^{+}_\lambda(\boldsymbol{r}, t) = 0$，因此有 $A^{-}_\lambda(\boldsymbol{r}, t) = 0$，这时

$$\left.\begin{aligned} &A^{1,2}_\lambda(\boldsymbol{r}, t) = 0, \quad A^3_i(\boldsymbol{r}, t) = iF^3_{4i}(\boldsymbol{r})t + A^3_i(\boldsymbol{r}, t=0), \\ &F^{1,2}_{\mu\nu}(\boldsymbol{r}, t) = 0, \quad F^3_{\mu\nu}(\boldsymbol{r}, t) = F^3_{\mu\nu}(\boldsymbol{r}), \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

这时为了使 $F^3_{\mu\nu}(\boldsymbol{r})$ 与 $A^a_i(\boldsymbol{r}, t)$ 时间关系上相容，还要求

$$\partial_j F^3_{4i}(\boldsymbol{r}) - \partial_i F^3_{4j}(\boldsymbol{r}) = 0. \tag{21}$$

这样，我们由一些规范不变量推得了广义静态解 A^a_μ 必须满足的时间依赖关系，但这样的时间关系能否使所有由 A^a_μ 构成的规范不变量不依赖于时间呢？是能够的，下面来证明这一点．

作一规换变换 $U = \exp\left\{-ix(\boldsymbol{r})t\,\frac{\tau_3}{2}\right\}$，按(4)式变换后

$$A'^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r}, t) = A^{\pm}_\lambda(\boldsymbol{r}, t)\exp\{\pm ix(\boldsymbol{r})t\},$$

$$A'^3_i(\boldsymbol{r}, t) = A^3_i(\boldsymbol{r}, t) - \frac{1}{g}\,\partial_i x(\boldsymbol{r})t,$$

$$A'^3_4(\boldsymbol{r}, t) = \frac{i}{g}\,x(\boldsymbol{r}),$$

$$F'^{\pm}_{\mu\nu}(\boldsymbol{r}, t) = F^{\pm}_{\mu\nu}(\boldsymbol{r})\exp\{\pm ix(\boldsymbol{r})t\}, \quad F'^3_{\mu\nu} = F^3_{\mu\nu}$$

由此可见,在情况1时,只要选择: $\chi(\boldsymbol{r})=-\Lambda(\boldsymbol{r})$, 就可以使规范变换后的规范势不随时间变化.(注意这时要用到对情况1成立的(18)式).

在情况2,为了使得 $A_i'^3$ 不随时间变化,必须选择 $\chi(\boldsymbol{r})$, 使得: $\partial_i\chi(\boldsymbol{r})=igF_{4i}^3(\boldsymbol{r})$.

一般而言,当 $F_{i4}^3(\boldsymbol{r})$ 满足情况2所要求的(21)式时,是可以满足上式的.这样,在情况2,也可以通过一个规范变换,使规范势不随时间变化.这样,情况1、2都是狭义静态解,因此也是广义静态解.

在情况1,当 $\Lambda(\boldsymbol{r})=0$ 时,由(13)和(18),有

$$E_i^a=-iF_{4i}^a=0\quad(a=1,2,3).$$

在情况2,则有 $$E_i^1=E_i^2=0.$$

由此可见,因为 E_i^2, $E_i^3\neq 0$, 文献[2]在 $\Lambda(\boldsymbol{r})=0$ 情况下,得到的屏蔽解,不可能是静态的,它与情况1(当 $\Lambda(\boldsymbol{r})=0$)、或情况2都不能相容.

三、$SU(3)$ 情形

下面讨论 $SU(3)$ 情形.此时,不能简单地仿照 $SU(2)$ 情形,就能得到 $SU(3)$ 静态解的时间依赖关系.

1. 取两个按(5)变换的任意量 S 和 Q,它们是由广义静态解表示的.这样,规范不变量

$$\mathrm{Tr}(j_4^n s)=p,$$

其中 j_4 的幂次 n 为非负整数.易得

$$j_4^n=\frac{1}{2^n}(a_n+b_n\lambda^3+c_n\lambda^8),$$

例如: $a_0=1$, $b_0=0$, $c_0=0$; $a_1=0$, $b_1=q_3(\boldsymbol{r})$, $c_1=q_8(\boldsymbol{r})$; $a_2=\frac{2}{3}(q_3^2+q_8^2)$, $b_2=\frac{2}{\sqrt{3}}q_3q_8$, $c_2=\frac{1}{\sqrt{3}}(q_3^2-q_8^2)$, 如此等等.于是可得

$$b_ns^3+c_ns^8=p,$$

当 $n=1,2$ 时, $q_3s^3+q_8s^8=p$, $\frac{2}{\sqrt{3}}q_3\cdot q_8s^3+\frac{1}{\sqrt{3}}(q_3^2-q_8^2)s^8=p$.

如果 $$q_3(\boldsymbol{r})\neq 0;\quad q_3^2(\boldsymbol{r})\neq 3q_8^2(\boldsymbol{r}),\tag{22}$$

则有 $$s^3=p,\quad s^8=p.\tag{23}$$

同样在条件(22)下, $Q^3=p$, $Q^8=p$.

我们把条件(22)作为 $SU(3)$ 的延展源条件.这个条件,今后常用到.

2. 由规范不变量 $\mathrm{Tr}[j_4^nSj_4^mQ]=p$,(其中 n, m 是非负整数次幂),可以得到

$$S^{\pm}(a,b;\boldsymbol{r},t)Q^{\mp}(a,b,\boldsymbol{r},t)=p\tag{24}$$

这里 $$S^{\pm}(a,b;\boldsymbol{r},t)\equiv\frac{1}{\sqrt{2}}(S^a\pm iS^b);\quad Q^{\pm}(a,b)\equiv\frac{1}{\sqrt{2}}[Q^a\pm iQ^b]$$

数对 (a,b) 可取(1,2)、(4,5)或(6,7).

3. 由规范不变量 $\mathrm{Tr}[J_4^m(D_\lambda J_4^n)S]=p$（$m, n$ 为非负整数次幂），可得

$$A_\lambda^\pm(a, b; \boldsymbol{r}, t)S^\mp(a, b; \boldsymbol{r}, t)=p. \tag{25}$$

现若取 $S=F_{\mu\nu}$, $Q=F_{K\lambda}$，则 (24)、(25) 即为

$$F_{\mu\nu}^\pm(a, b; \boldsymbol{r}, t)\cdot F_{K\lambda}^\mp(a, b; \boldsymbol{r}, t)=p; \quad A_\lambda^\pm(a, b; \boldsymbol{r}, t)F_{\mu\nu}^\mp(a, b; \boldsymbol{r}, t)=p. \tag{26}$$

类似于 $SU(2)$，由 (26) 可得

$$\left.\begin{aligned} F_{\mu\nu}^\pm(a, b; \boldsymbol{r}, t)&=F_{\mu\nu}^\pm(a, b; \boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(a, b; \boldsymbol{r}, t)\} \\ A_\lambda^\pm(a, b; \boldsymbol{r}, t)&=A_\lambda^\pm(a, b; \boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(a, b; \boldsymbol{r}, t)\} \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

若取 $B_\lambda\equiv D_\lambda j_4$，易得

$$\left.\begin{aligned} B_\lambda^\pm(1, 2; \boldsymbol{r}, t)&=\pm q_3A_\lambda^\pm(1, 2; \boldsymbol{r}, t), \\ B_\lambda^\pm(4, 5; \boldsymbol{r}, t)&=\pm\frac{1}{2}(q_3+\sqrt{3}q_8)A_\lambda^\pm(4, 5; \boldsymbol{r}, t), \\ B_\lambda^\pm(6, 7; \boldsymbol{r}, t)&=\mp\frac{1}{2}(q_3-\sqrt{3}q_8)A_\lambda^\pm(6, 7; \boldsymbol{r}, t). \end{aligned}\right\}. \tag{28}$$

令

$$B_\lambda^\pm(a, b; \boldsymbol{r}, t)\equiv B_\lambda^\pm(a, b; \boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(a, b; \boldsymbol{r}, t)\},$$

再取 $T_{\mu\nu}=D_\mu B_\lambda$，显然它按 (5) 变换，且由广义静态解 A_μ 构成，因此它满足 (25) 式，现在我们分以下一些情况讨论：

1. 对于每对 (a, b)，都至少有一个 $A_\lambda^\pm(a, b)$ 分量不为零，由 (25) 就有

$$T_{\mu\nu}^\pm(a, b; \boldsymbol{r}, t)=T_{\mu\nu}^\pm(a, b; \boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(a, b; \boldsymbol{r}, t)\}, \tag{29}$$

(a, b) 可以是 $(1, 2)$、$(4, 5)$ 或 $(6, 7)$。且易求得

$$\begin{aligned} T_{\mu\lambda}^\pm(1, 2; \boldsymbol{r}, t)=\partial_\mu B_\lambda^\pm(1,2;\boldsymbol{r}, t)+g\Big\{&\pm iA_\mu^3B_\lambda^\pm(1, 2; \boldsymbol{r}, t) \\ &\mp iB_\lambda^3A_\mu^\pm(1, 2; \boldsymbol{r}, t)\pm\frac{i}{\sqrt{2}}B_\lambda^\mp(6, 7; \boldsymbol{r}, t)A_\mu^\pm(4, 5; \boldsymbol{r}, t) \\ &\mp\frac{i}{\sqrt{2}}A_\mu^\mp(6, 7; \boldsymbol{r}, t)\times B_\lambda^\pm(4, 5; \boldsymbol{r}, t)\Big\}. \end{aligned} \tag{30}$$

类似于 $SU(2)$，取 $\mu=4$，并在上式两端乘以 $\exp\{\mp i\Lambda(1, 2; \boldsymbol{r}, t)\}$，得

$$[\partial_t\Lambda(1, 2; \boldsymbol{r}, t)]B_\lambda^\pm(1, 2; \boldsymbol{r}, t)=p.$$

由 (28) 和 (22)，知 $B_\lambda^\pm(a, b;, \boldsymbol{r}, t)$ 对每对 (a, b)，总有一个 $B_\lambda^\pm(a, b; \boldsymbol{r}, t)$ 的分量不为零，这样，就有

$$\partial_t\Lambda(1, 2; \boldsymbol{r}, t)=p$$

或

$$\Lambda(1, 2; \boldsymbol{r}, t)=\Lambda(1, 2; \boldsymbol{r})t+\Lambda(1, 2; \boldsymbol{r}, t=0). \tag{31}$$

把 (31) 代入 (30)，并两端乘以 $\exp\{\mp i\Lambda(1, 2; \boldsymbol{r}, t)\}$，就有

$$\begin{aligned} &t[i\partial_j\Lambda(1, 2; \boldsymbol{r})-gF_{4j}^3]q_3A_\lambda^\pm(1, 2; \boldsymbol{r})+g\frac{1}{2\sqrt{2}}[(q_3-\sqrt{3}q_8)A_\lambda^\mp(6,7;\boldsymbol{r})\cdot A_j^\pm(4,5;\boldsymbol{r}) \\ &\quad-(q_3+\sqrt{3}q_8)A_j^\mp(6, 7; \boldsymbol{r})A_\lambda^\pm(4, 5; \boldsymbol{r})]\exp[\pm i(\Lambda(4, 5; \boldsymbol{r}, t)-\Lambda(6, 7; \boldsymbol{r}, t) \\ &\quad-\Lambda(1, 2; \boldsymbol{r}, t))]=p \end{aligned}$$

这样必有

$$\left.\begin{array}{l} t[i\partial_j A(1,2;\boldsymbol{r},t)-gF^3_{4j}]q_3A^{\pm}_{\lambda}(1,2;\boldsymbol{r})=p,\\ [(q_3-\sqrt{3}q_8)A^{\mp}_{\lambda}(6,7;\boldsymbol{r})A^{\pm}_{j}(4,5;\boldsymbol{r})-(q_3+\sqrt{3}q_8)A^{\mp}_{j}(6,7;\boldsymbol{r})A^{\pm}_{\lambda}(4,5;\boldsymbol{r})]\\ \quad\times\exp\{\pm i[A(4,5;\boldsymbol{r},t)-A(6,7;\boldsymbol{r},t)-A(1,2;\boldsymbol{r},t)]\}=p. \end{array}\right\} \tag{32}$$

由第一式得

$$i\partial_j A(1,2;\boldsymbol{r})-gF^3_{4j}=0. \tag{33}$$

在(32)第二式中，若 $q_8\neq 0$，且 $A^{+}_{j}(4,5)$，$A^{+}_{\lambda}(6,7)$ 中至少各有一分量不为零，则总有

$$A(4,5;\boldsymbol{r},t)-A(1,2;\boldsymbol{r},t)-A(6,7;\boldsymbol{r},t)=p. \tag{34}$$

用同样的方法可以讨论 $T^{\pm}_{\mu\lambda}(4,5)$ 和 $T^{\pm}_{\mu\lambda}(6,7)$.

$$\begin{aligned} T^{\pm}_{\mu\lambda}(4,5)=\partial_\mu B^{\pm}_{\lambda}(4,5)+g\Big\{&\pm\frac{i}{2}A^3_\mu B^{\pm}_{\lambda}(4,5)\mp\frac{i}{2}B^3_\lambda A^{\pm}_{\mu}(4,5)\\ &\mp\frac{\sqrt{3}}{2}iB^8_\lambda A^{\pm}_{\mu}(4,5)\pm\frac{\sqrt{3}}{2}iA^8_\mu B^{\pm}_{\lambda}(4,5)\mp\frac{i}{\sqrt{2}}A^{\pm}_{\mu}(6,7)B^{\pm}_{\lambda}(1,2)\\ &\pm\frac{i}{\sqrt{2}}B^{\pm}_{\lambda}(6,7)A^{\pm}_{\mu}(1,2)\Big\}. \end{aligned} \tag{35}$$

类似地，当 $\mu=4$ 时，可得

$$\partial_t A(4,5;\boldsymbol{r},t)=p$$

或

$$A(4,5;\boldsymbol{r},t)=A(4,5;\boldsymbol{r})t+A(4,5;\boldsymbol{r},t=0). \tag{36}$$

同样，由(35)还可得

$$\left.\begin{array}{l} t\left[i\partial_j A(4,5;\boldsymbol{r})-\dfrac{g}{2}F^3_{4i}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}gF^8_{4i}\right](q_3+\sqrt{3}q_8)A^{\pm}_{\lambda}(4,5)=p,\\ \left[q_3A^{\pm}_{j}(6,7;\boldsymbol{r})A^{\pm}_{\lambda}(1,2;\boldsymbol{r})+\dfrac{1}{2}(q_3-\sqrt{3}q_8)A^{\pm}_{\lambda}(6,7;\boldsymbol{r})A^{\pm}_{j}(1,2;\boldsymbol{r})\right]\\ \quad\times\exp\{\pm i[A(1,2;\boldsymbol{r},t)+A(6,7;\boldsymbol{r},t)-A(4,5;\boldsymbol{r},t)]\}=p. \end{array}\right\} \tag{37}$$

同样，由(37)第一式可得

$$i\partial_j A(4,5;\boldsymbol{r})-\frac{g}{2}F^3_{4i}-\frac{\sqrt{3}}{2}gF^8_{4j}=0. \tag{38}$$

由(37)第二式，当 $\dfrac{3}{2}q_3-\dfrac{\sqrt{3}}{2}q_8\neq 0$，就一定可得到(34)．最后，

$$\begin{aligned} T^{\pm}_{\mu\lambda}(6,7)=\partial_\mu B^{\pm}_{\lambda}(6,7)+g\Big\{&\mp\frac{\sqrt{3}}{2}iB^8_\lambda A^{\pm}_{\mu}(6,7)\pm\frac{\sqrt{3}}{2}iA^8_\mu B^{\pm}_{\lambda}(6,7)\\ &\mp\frac{i}{2}A^3_\mu B^{\pm}_{\lambda}(6,7)\pm\frac{i}{2}B^3_\lambda A^{\pm}_{\mu}(6,7)\pm\frac{i}{\sqrt{2}}B^{\pm}_{\lambda}(4,5)A^{\mp}_{\mu}(1,2)\\ &\mp\frac{i}{\sqrt{2}}A^{\pm}_{\mu}(4,5)B^{\mp}_{\lambda}(1,2)\Big\}, \end{aligned} \tag{39}$$

同样可得

$$\partial_t A(6,7;\boldsymbol{r},t)=p$$

或

$$A(6,7;\boldsymbol{r},t)=A(6,7;\boldsymbol{r})t+A(6,7;\boldsymbol{r},t=0). \tag{40}$$

同样，还有

$$\left.\begin{array}{l} t\left[i\partial_j\Lambda(6,7;\boldsymbol{r})+\frac{g}{2}F_{4j}^3-\frac{\sqrt{3}}{2}gF_{4j}^8\right][q_3-\sqrt{3}q_8]A_\lambda^{\pm}(6,7)=p,\\ \left[\frac{1}{2}(q_3+\sqrt{3}q_8)A_\lambda^{\pm}(4,5;\boldsymbol{r})A_j^{\mp}(1,2;\boldsymbol{r})+q_3A_j^{\pm}(4,5;\boldsymbol{r})A_\lambda^{\mp}(1,2;\boldsymbol{r})\right]\\ \exp\{\pm i[\Lambda(4,5;\boldsymbol{r},t)-\Lambda(1,2;\boldsymbol{r},t)-\Lambda(6,7;\boldsymbol{r},t)]\}=p. \end{array}\right\}\tag{41}$$

由此得到

$$i\partial_j\Lambda(6,7;\boldsymbol{r})+\frac{g}{2}F_{4j}^3-\frac{\sqrt{3}}{2}gF_{4j}^8=0.\tag{42}$$

当 $\frac{3}{2}q_3+\frac{\sqrt{3}}{2}q_8\neq 0$ 时，又可得 (34)。

我们看到，只要 $q_8\neq 0$, $\frac{3}{2}q_3-\frac{\sqrt{3}}{2}q_8\neq 0$, $\frac{3}{2}q_3+\frac{\sqrt{3}}{2}q_8\neq 0$ 三式中有一式满足，(34) 成立。事实上为了不与 $q_3\neq 0$ 矛盾，此三式中总有两式是满足的，因此 (34) 总是成立的。这样，我们得到了情况 1，亦即对于每对 (a,b)，都至少有一个 $A_\lambda^\pm(a,b)$ 分量不为零的情况下，A_λ 和 $F_{\mu\nu}$ 的时间关系

$$\left.\begin{array}{l} F_{\mu\nu}^{\pm}(a,b;\boldsymbol{r},t)=F_{\mu\nu}^{\pm}(a,b;\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(a,b;\boldsymbol{r})t\},\\ F_{\mu\nu}^3=p,\quad F_{\mu\nu}^8=p,\\ A_\lambda^{\pm}(a,b;\boldsymbol{r},t)=A_\lambda^{\pm}(a,b;\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(a,b,\boldsymbol{r})t\},\\ A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^3(\boldsymbol{r})t+A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t=0),\\ A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^8(\boldsymbol{r})t+A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t=0). \end{array}\right\}\tag{43}$$

同时，　$i\partial_j\Lambda(1,2;\boldsymbol{r})-gF_{4j}^3(\boldsymbol{r})=0$, $i\partial_j\Lambda(4,5;\boldsymbol{r})-\frac{g}{2}F_{4j}^3-\frac{\sqrt{3}}{2}gF_{4j}^8=0$,

$$i\partial_j\Lambda(6,7;\boldsymbol{r})+\frac{g}{2}F_{4j}^3-\frac{\sqrt{3}}{2}gF_{4j}^8=0,$$

$$\Lambda(1,2;\boldsymbol{r})+\Lambda(6,7;\boldsymbol{r})-\Lambda(4,5;\boldsymbol{r})=0.$$

情况 2. 若三对 (a,b) 中，对于某一对 (a,b), $A_\lambda^\pm(a,b)=0$，而对于另外二对 (a,b) 的每一个，$A_\lambda^\pm(a,b)$ 中至少有一个分量不为零，为确切起见，例如选 $A_\lambda^\pm(1,2)=0$. 这时，显然对于 $A_\lambda^\pm(1,2)$ 来说，指数因子 $\Lambda(1,2;\boldsymbol{r},t)$ 已无意义. 但其它一些量，例如 $F_{\mu\nu}^\pm(1,2)$, $T_{\mu\nu}^\pm(1,2)$ 一般不为零. 这时，可以由 (24) 式确定，它们应有共同的 $\Lambda(1,2;\boldsymbol{r},t)$. 显然，由 (25) 式已得不到什么结果. 由 (30) 和 (28) 式知

$$T_{\mu\lambda}^{\pm}(1,2)=\pm\frac{i}{\sqrt{2}}[B_\lambda^{\mp}(6,7)A_\mu^{\pm}(4,5)-A_\mu^{\mp}(6,7)B_\lambda^{\pm}(4,5)]$$

一般不为零. 它对时间的依赖关系的指数部分为 $\exp\{\pm i[\Lambda(4,5;\boldsymbol{r},t)-\Lambda(6,7;\boldsymbol{r},t)]\}$，因此，这时可选

$$\Lambda(1,2;\boldsymbol{r},t)=\Lambda(4,5;\boldsymbol{r},t)-\Lambda(6,7;\boldsymbol{r},t)\tag{44}$$

对于 (a,b) 为 (4, 5)、(6, 7) 两种情形，仍可仿情况 1，可得 (36)、(38)、(40) 和 (42). 但由 (44)，(31) 和 (33) 事实上也成立. 而 (34) 现在改为限制性更强的 (44) 式了. 因

此情况 2 与情况 1 没有本质区别，只是 (43) 表式中有 $A_\lambda^\pm(1,2)=0$. 对于情况 2 的其它 $A_\lambda^\pm(a,b)$ 为零的情形，与 $A_\lambda^\pm(1,2)$ 为零的情况是一样的.

情况 3. 若三对 (a,b) 中，有某两对 (a,b)，使 $A_\lambda^\pm(a,b)=0$, 对于余下的一对 (a,b) 中至少有一分量不为零，例如令 $A_\lambda^\pm(a,b)=A_\lambda^\pm(4,5)=A_\lambda^\pm(6,7)=0$. 这时

$$T_{\mu\lambda}^\pm(1,2)=\partial_\mu B_\lambda^\pm(1,2)+g[\pm iA_\mu^3 B_\lambda^\pm(1,2)\mp iB_\lambda^3 A_\mu^\pm(1,2)],$$
$$T_{\mu\nu}^\pm(4,5)=T_{\mu\lambda}^\pm(6,7)=0.$$

由此可以得到

$$\Lambda(1,2;\boldsymbol{r},t)=\Lambda(1,2;\boldsymbol{r})t+\Lambda(1,2;\boldsymbol{r},t=0),\quad i\partial_j\Lambda(1,2;\boldsymbol{r})-gF_{4j}^3=0.$$

易验证，这时 $F_{\mu\nu}^\pm(4,5)=F_{\mu\nu}^\pm(6,7)=0$. 为了使得 $F_{\mu\nu}^a$ 与 A_λ^a 在时间关系上相容，还必须满足下面两个关系式:

$$\partial_i F_{4j}^3-\partial_j F_{4i}^3=0,\quad \partial_i F_{4j}^8-\partial_j F_{4i}^8=0. \tag{45}$$

因此，这时 A_λ 和 $F_{\mu\nu}$ 的时间依赖关系是:

$$\left.\begin{aligned}
&F_{\mu\nu}^\pm(1,2;\boldsymbol{r},t)=F_{\mu\nu}^\pm(1,2;\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(1,2;\boldsymbol{r})t\},\\
&F_{\mu\nu}^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)=F_{\mu\nu}^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)=0,\quad F_{\mu\nu}^3(\boldsymbol{r},t)=p,\\
&F_{\mu\nu}^8(\boldsymbol{r},t)=p,\quad A_\lambda^\pm(1,2;\boldsymbol{r},t)=A_\lambda^\pm(1,2;\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(1,2;\boldsymbol{r})t\}\\
&A_\lambda^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)=0,\quad A_\lambda^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)=0,\\
&A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^3(\boldsymbol{r})\cdot t+A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t=0),\\
&A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^8(\boldsymbol{r})\cdot t+A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t=0),\quad i\partial_j\Lambda(1,2;\boldsymbol{r})-gF_{4j}^3=0,
\end{aligned}\right\} \tag{46}$$

还要加上条件 (45).

若令 $A_\lambda^\pm(1,2;\boldsymbol{r},t)=A_\lambda^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)=0$, 而 $A_\lambda^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)$ 中至少有一个分量不为 0, 则 (46) 改为

$$\left.\begin{aligned}
&F_{\mu\nu}^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)=F_{\mu\nu}^\pm(4,5;\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(4,5;\boldsymbol{r})t\},\\
&F_{\mu\nu}^\pm(1,2)=F_{\mu\nu}^\pm(6,7)=0,\quad F_{\mu\nu}^3=p,\quad F_{\mu\nu}^8=p,\\
&A_\lambda^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)=A_\lambda^\pm(4,5;\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(4,5;\boldsymbol{r})t\},\quad A_\lambda^\pm(1,2)=A_\lambda^\pm(6,7)=0,\\
&A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^3(\boldsymbol{r})t+A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t=0),\quad A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^8(\boldsymbol{r})t+A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t=0),\\
&i\partial_j\Lambda(4,5;\boldsymbol{r})-\frac{g}{2}F_{4j}^3-\frac{\sqrt{3}}{2}gF_{4j}^8=0,
\end{aligned}\right\} \tag{47}$$

还要加上条件 (45).

若令 $A_\lambda^\pm(1,2;\boldsymbol{r},t)=A_\lambda^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)=0$, 而 $A_\lambda^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)$ 至少有一分量不为 0, 则 A_λ, $F_{\mu\nu}$ 时间的依赖关系为

$$\left.\begin{aligned}
&F_{\mu\nu}^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)=F_{\mu\nu}^\pm(6,7;\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(6,7;\boldsymbol{r})t\},\\
&F_{\mu\nu}^\pm(1,2)=F_{\mu\nu}^\pm(4,5)=0,\quad F_{\mu\nu}^3=p,\quad F_{\mu\nu}^8=p,\\
&A_\lambda^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)=A_\lambda^\pm(6,7;\boldsymbol{r})\exp\{\pm i\Lambda(6,7;\boldsymbol{r})t\},\\
&A_\lambda^\pm(1,2)=A_\lambda^\pm(4,5)=0,\quad A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^3(\boldsymbol{r})t+A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t=0),\\
&A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^8(\boldsymbol{r})t+A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t=0);\\
&i\partial_j\Lambda(6,7;\boldsymbol{r})+\frac{g}{2}F_{4j}^3-\frac{\sqrt{3}}{2}gF_{4j}^8=0,
\end{aligned}\right\} \tag{48}$$

还要加上条件 (45).

(4) $A_\lambda^\pm(a,b)$ 都为 0，这样 A_λ, $F_{\mu\nu}$ 对时间的依赖关系为

$F_{\mu\nu}^\pm(a,b)=0$, $(a,b)=(1,2),(4,5)$ 或 $(6,7)$

$F_{\mu\nu}^3=p$, $F_{\mu\nu}^8=p$, $A_\lambda^\pm(a,b)=0$,

$A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^3(\boldsymbol{r})t+A_\lambda^3(\boldsymbol{r},t=0)$, $A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t)=iF_{4\lambda}^8(\boldsymbol{r})t+A_\lambda^8(\boldsymbol{r},t=0)$,

还有条件 (4, 5).

若我们做 $U=\exp\left\{-\frac{i}{2}\lambda_3X_1(\boldsymbol{r})t-\frac{i}{2}\lambda_8X_2(\boldsymbol{r})t\right\}$，则按 (4) 式，就有，

$$A_\mu'^\pm(1,2;\boldsymbol{r},t)=A_\mu^\pm(1,2;\boldsymbol{r},t)\exp\{\pm iX_1(\boldsymbol{r})t\},$$

$$A_\mu'^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)=A_\mu^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)\exp\left\{\pm\frac{i}{2}[X_1(\boldsymbol{r})+\sqrt{3}X_2(\boldsymbol{r})]t\right\},$$

$$A_\mu'^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)=A_\mu^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)\exp\left\{\mp\frac{i}{2}[X_1(\boldsymbol{r})-\sqrt{3}X_2(\boldsymbol{r})]t\right\},$$

$$A_4'^3=A_4^3+\frac{i}{g}X_1(\boldsymbol{r})=\frac{i}{g}X_1(\boldsymbol{r}),\quad A_4'^8=A_4^8+\frac{i}{g}X_2(\boldsymbol{r})=\frac{i}{g}X_2(\boldsymbol{r}),$$

$$A_i'^3=A_i^3-\frac{1}{g}\partial_iX_1(\boldsymbol{r})t,\quad A_i'^8=A_i^8-\frac{1}{g}\partial_iX_2(\boldsymbol{r})t,$$

$$F_{\mu\nu}'^\pm(1,2;\boldsymbol{r},t)=F_{\mu\nu}^\pm(1,2;\boldsymbol{r},t)\exp\{\pm iX_1(\boldsymbol{r})t\},$$

$$F_{\mu\nu}'^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)=F_{\mu\nu}^\pm(4,5;\boldsymbol{r},t)\exp\left\{\pm\frac{i}{2}(X_1+\sqrt{3}X_2)t\right\},$$

$$F_{\mu\nu}'^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)=F_{\mu\nu}^\pm(6,7;\boldsymbol{r},t)\exp\left\{\mp\frac{i}{2}(X_1-\sqrt{3}X_2)t\right\},$$

$$F_{\mu\nu}'^3=F_{\mu\nu}^3,\quad F_{\mu\nu}'^8=F_{\mu\nu}^8,$$

这样我们可以看到，在情况 1 下，若选

$X_1(\boldsymbol{r})=-\Lambda(1,2;\boldsymbol{r})$，再选 $X_2(\boldsymbol{r})$ 满足 $\frac{1}{2}(X_1+\sqrt{3}X_2)=-\Lambda(4,5;\boldsymbol{r})$，由 (43) 最后一式有

$\Lambda(6,7;\boldsymbol{r})=\frac{1}{2}(X_1-\sqrt{3}X_2)$，这样 $A_\mu'^a$ 都不再随时间变化了．同样在情况 2 下，若作上述选择，$A_\mu'^a$ 也不随时间变化．

在情况 3，例如，$A_\lambda^\pm(4,5;\boldsymbol{r})=A_\lambda^\pm(6,7;\boldsymbol{r})=0$, $A_\lambda^\pm(1,2;\boldsymbol{r})\neq0$ 时，我们选，$X_1(\boldsymbol{r})=-\Lambda(1,2;\boldsymbol{r})$，这时 $A_\lambda'^\pm(1,2)$ 不依赖时间，$A_\lambda'^\pm(4,5)=A_\lambda'^\pm(6,7)=0$，这时 $A_\lambda'^3$ 也不随时间变化． 由于 $\partial_iF_{4j}^8-\partial_jF_{4i}^8=0$，可以选择 $X_2(\boldsymbol{r})$ 使得，$\partial_iX_2(\boldsymbol{r})=igF_{4i}^8$，这样 $A_\lambda'^8$ 也不随时间变化．这样所有的 $A_\lambda'^a$ 都不随时间变化．

又例如情况 3，当 $A_\lambda^\pm(1,2)=A_\lambda^\pm(6,7)=0$，而 $A_\lambda^\pm(4,5)\neq0$ 时，这时 A_λ^a 由 (47) 式给出，若选择，$\frac{1}{2}(X_1+\sqrt{3}X_2)=-\Lambda(4,5;\boldsymbol{r})$，则 $A_\lambda'^\pm(4,5)$ 与时间无关，$A_\lambda'^\pm(1,2)=A_\lambda'^\pm(6,7)=0$，由于条件 (45)，一般还可选取 $X_2(\boldsymbol{r})$ 满足 $\partial_iX_2(\boldsymbol{r})=igF_{4i}^8$，这样 $A_\lambda'^8$ 不随时间变化．由 (47) 最后一式有 $\partial_iX_1(\boldsymbol{r})=igF_{4i}^3$ 于是 $A_i'^3$ 也不随时间变化．这样 $A_\lambda'^a$ 都不随时间变化．

同样，当 $A^{\pm}_{\lambda}(1,2)=A^{\pm}_{\lambda}(4,5)=0$，而 $A^{\pm}_{\lambda}(6,7)\neq 0$ 时，只要选 $\frac{1}{2}(X_1-\sqrt{3}X_2)=\Lambda(6,7;\boldsymbol{r})$，$\partial_i X_2(\boldsymbol{r})=igF^8_{4i}$，就可以使得 A'^a_{λ} 都不随时间变化。

最后，在情况 4 时，由 (45) 式，可以分别选 $\partial_i X_1(\boldsymbol{r})=igF^3_{4i}$，$\partial_i X_2(\boldsymbol{r})=igF^8_{4i}$，从而使 A'^a_{λ} 不随时间变化。

这样我们由广义静态解的定义，选择合适的一些规范不变量，推得了 $SU(3)$ 情形规范势对时间依赖的几种形式，并证明通过规范变换可以使得它们都不依赖时间。

参 考 文 献

[1] M. Magg, *Phys. Lett.*, **77B**(1978), 199.
[2] P. Pirilä and P. Prešnajder, *Nucl. Phys.*, **B142**(1978), 229.
[3] P. Sikivie and N. Weiss, SLAC-PUB-2147.
[4] K. Cahill, *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 599.

THE TIME-DEPENDENCES OF THE STATIC SOLUTION OF *SU*(2) AND *SU*(3) GAUGE THEORY AT THE PRESENCE OF STATIC EXTENDED SOURCE

DONG FANG-XIAO　ZHOU XIAN-JIAN　HUANG TAO　XUE PEI-YOU

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper, we discussed the time-dependence of the static solution of $SU(2)$ and $SU(3)$ gauge theory at the presence of static extended source. Introducing one new gauge invariance quantity and using the consistence of the time-dependence between a new gauge convariance quantities and the gauge potential, we deduced more exactly the time-dependence of static solution than the reference [1] did. Furthermore, we obtained the time-dependences of the static solutions of the $SU(3)$ gauge theory at the presence of the static extended source.