

球形核对关联的粒子数守恒处理

张 玫 薛禹易 曾谨言
(清华大学) (北京大学)

摘 要

本文将处理对力的粒子数守恒方法(PNC)从变形核推广到球形核,并用以计算了²⁰⁸Pb附近的偶同位素的基态及低激发0⁺态的性质。

对力的粒子数守恒方法(PNC)处理变形核,已做了一些工作^[1-3]。对于球形核,由于各单粒子能级的简并度不同,计算上要复杂一些,但没有任何原则困难。本文的工作就是把球形核对关联的处理完全程序化(包括组态的选取、矩阵元的计算及哈密顿量的对角化)。用这方法来处理具体问题时,只需输入单粒子能级(\mathcal{E}_i)即可自动给出波函数和能量本征值。对力强度参数 G 由原子核奇偶质量差的实验值确定。

原子核哈密顿量取为:

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_p \\ &= \sum_a \mathcal{E}_a a_a^\dagger a_a - \frac{G}{4} \sum_{\alpha, \beta} a_\alpha^\dagger a_\alpha^\dagger a_\beta a_\beta \\ &= \sum_a \mathcal{E}_a N_a - G \sum_{a, b} \sqrt{Q_a Q_b} A_a^\dagger A_b, \end{aligned}$$

其中 \mathcal{E}_a 是单粒子能级, G 是对力平均强度,

$$\alpha = (n_a, l_a, j_a, m_a) \equiv (a, m_a),$$

$\bar{\alpha}$ 是 α 的时间反演态,

$$Q_a = j_a + 1/2 \quad (2Q_a \text{ 是能级 } \mathcal{E}_a \text{ 的简并度}),$$

$$A_a^\dagger = \frac{1}{\sqrt{Q_a}} \sum_{m_a} a_a^\dagger a_{\bar{a}}, \dots$$

在能级 1, 2, 3, ... 上分别有 k_1, k_2, k_3, \dots 对粒子的 H_0 的归一化本征函数可表为^[2]

$$\mathcal{A}_1^{+k_1} \mathcal{A}_2^{+k_2} \mathcal{A}_3^{+k_3} \dots |0\rangle \quad (k_i \leq Q_i, i = 1, 2, \dots)$$

$$\mathcal{A}_a^{+k} |0\rangle = \left[k! \prod_{i=1}^{k-1} \left(1 - \frac{i}{Q_a} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} A_a^{+k} |0\rangle.$$

对力的对角元为

$$\langle 0 | \dots \mathcal{A}_2^{+k_2} \mathcal{A}_1^{+k_1} H_p \mathcal{A}_1^{+k_1} \mathcal{A}_2^{+k_2} \dots |0\rangle = -G \sum_i k_i (Q_i - k_i + 1),$$

而不为 0 的非对角元为

$$\begin{aligned} & \langle 0 | \mathcal{A}_2^{k_2} \mathcal{A}_1^{k_1-1} H_p \mathcal{A}_1^{+k_1} \mathcal{A}_2^{+k_2-1} | 0 \rangle \\ & = -G [k_1(Q_1 - k_1 + 1) k_2(Q_2 - k_2 + 1)]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

计算工作就是在一定截断能量 E_c 之下的组态所张开的空间中把 H 对角化。(关于 E' 的取法在下面讨论)。

以下以 ^{208}Pb 附近偶同位素为例, 用本程序计算了它们的基态及低激发 0^+ 态的性质. $N \sim 126$ 附近的中子单粒子能级由奇中子核的实验能谱给出^[4], 对力平均强度 G 原则上由原子核奇偶质量差实验值确定, 但其具体数值与 E_c 有关. 取不同截断能量 $E_c=8, 10, 12, 14, 16$ MeV 的计算表明: 当 $E_c/G > 100$ 以后, 组态混合就相当充分了, 此时增加 E_c , 但适当减小 G (重整化), 计算所得基态及低激发 0^+ 态能谱、波函数主要组分、粒子对填充几率等, 变化很小(见图 1 和表 1)。

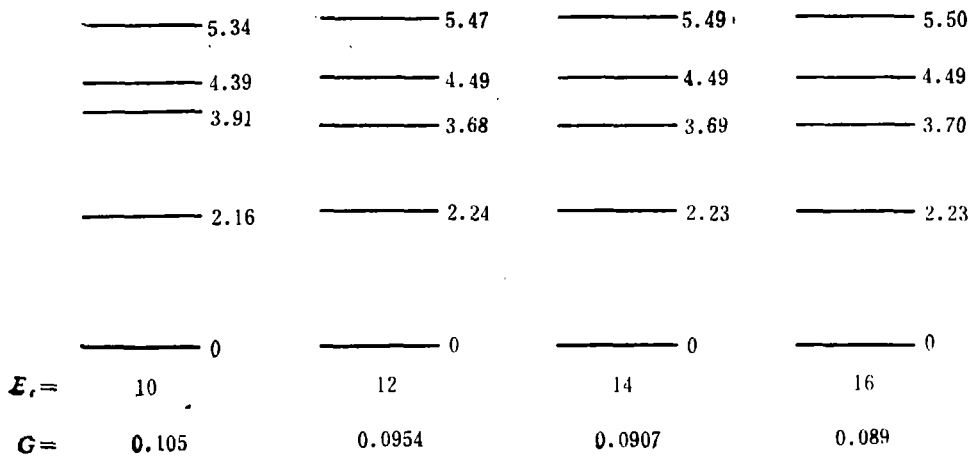


图 1 ^{210}Pb 0^+ 谱(单位: MeV)

表 1 ^{208}Pb 波函数结构(主要组分%)

核 态 E_c	基 态		第 一 0^+ 激 发 态	
	12MeV	16MeV	12MeV	16MeV
$(2g_{9/2})^2$	69.1	68.8	24.5	24.3
$(1i_{11/2})^2$	13.6	13.2	60.8	61.2
$(1j_{13/2})^2$	7.7	7.8	8.7	8.4
$(3d_{5/2})^2$	2.5	2.5	2.5	2.4
$(4s_{1/2})^2$	0.6	0.6	0.4	0.3
$(2g_{7/2})^2$	1.6	1.5	1.0	0.7
$(3d_{3/2})^2$	0.8	0.7	0.5	0.4

我们还对 ^{208}Pb 附近偶同位素计算了对力对结合能的贡献, 经过换算以后的结果以及 A. 玻尔对振动能谱的比较列于表 2. 对于满壳两侧的核, 所用 G 值略有差异. 因为 $G_{ij} \propto 1/\sqrt{(2j+1)(2j'+1)}$ ^[5], 而 $N > 126$ 一侧的单粒子能级的 j 值平均说来稍大, 能级也较为密集, 所以对力平均强度 G 略小一些. 这与奇偶质量差的关系是一致的, 并相当

表2 与对振动能谱比较(单位: MeV)

核	^{204}Pb	^{206}Pb	^{208}Pb	^{210}Pb	^{212}Pb
满壳外核子对 n	-2	-1	0	1	2
$[-(B_n - B_0) + 11.616n]^{1)}$ 实验	5.694	2.4935	0	2.4935	5.155
PNC 计算 ²⁾	5.74	2.48	0	2.48	5.32
玻尔简谐对振动谱	4.987	2.4935	0	2.4935	4.987
非简谐修正	0.707	0	0	0	0.168

1) B 表示核的结合能.

2) 计算中 $N > 126$ 的核 $G = 0.097\text{MeV}$, $N < 126$ 的核 $G = 0.125\text{MeV}$.

于 A. 玻尔对振动模型中有两种振动模式^[6], 其频率不相同.

我们也简单估算了对关联对二核子转移反应分支比的影响. 按照 A. 玻尔的简谐对振动模型:

$$\sigma(^{208}\text{Pb} \rightarrow ^{206}\text{Pb}) : \sigma(^{206}\text{Pb} \rightarrow ^{204}\text{Pb}) : \dots = 1 : 2 : \dots$$

实验结果为 1:1.7, 本文计算结果为 1:1.6. 当然我们这里只简单地计算了二核子转移反应中初末态核波函数的重叠积分之比, 未考虑核反应动力学的影响^[7].

从结合能和二核子转移反应分支比的计算可以看出, 非简谐效应是相当重要的, 其主要根源是泡利原理.

参 考 文 献

- [1] 杨立铭、曾谨言, 物理学报, 20(1964), 846.
- [2] 曾谨言, 高能物理与核物理, 2(1978), 428.
- [3] 程擅生、曾谨言, 高能物理与核物理, 4(1980), 503.
- [4] Nuclear Data Sheets, 5(1971).
- [5] M. A. Preston and K. K. Bhadur, Structure of the Nucleus, (1975), p. 317.
- [6] A. Bohr, J. H. Leinaas, P. Minnhagen, Nordita-79/13, "Pairing (Or superfluiding) as experience by the nucleus".
- [7] N. K. Glendinning, Phys. Rev., B137(1965), 102.

PNC METHOD FOR TREATING THE PAIRING CORRELATION IN SPHERICAL NUCLEUS

ZHANG MEI XUE YU-YI
(Qinghua University)

ZENG JIN-YAN (C. Y. TSENG)
(Peking University)

ABSTRACT

In this paper the particle-number-conserving method (PNC) for treating pairing correlations in deformed nucleus is extended to treat the spherical nucleus. The properties of the ground state and the lowlying 0^+ states of even-even isotops nearby ^{208}Pb are calculated with this method.