第5卷 第4期 高能物理与核物理 Vol. 5, No. 4
1981年7月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS July, 1981

层子质量和 Cabibbo 角

徐德之
(中国科学院高能物理研究所)

摘要

在 $SU_L(2)\otimes SU_R(2)\otimes U(1)$ 理论中，我们讨论了可以在形为 $e^{i\alpha}$ 的分立变换下不变的、一般的层子和 Higgs 粒子相互作用的拉氏量形式. 由这些拉氏量我们得到了层子质量间的关系以及层子质量和 Cabibbo 角之间的关系.

一、引言

近年来，许多作者在 $SU_L(2)\otimes SU_R(2)\otimes U(1)$ 定域规范理论中引进两个 2×2 的 Higgs 粒子，并对层子和 Higgs 粒子的作用拉氏量加上一个形为 $e^{i\alpha}$ 的分立对称性 (α 取确定的值)，以限制参数的数目，从而得到了层子质量和 Cabibbo 角之间的关系，并算出了 t 层子的质量[1]. 这些结果看来还比较合理. 在他们的模型中，当没有弱作用混合时，只有重层子才有质量，轻层子是在弱作用混合后才获得质量的. 这些作者为了把层子质量和 Cabibbo 角联系起来，就要求在自发破缺后，层子的质量矩阵只有三个参数. 这种要求限制了可取的拉氏量的种类.

本文的目的是找出在有两个 2×2 的 Higgs 粒子的情况中，可以具有某种形为 $e^{i\alpha}$ 的分立变换不变性的，所有的层子和 Higgs 粒子相互作用拉氏量，并导出层子质量和 Cabibbo 角的关系.

二、层子和 Higgs 粒子的相互作用拉氏量

假设层子有三代，每一代层子的左(右)手场量构成左(右)手 $SU(2)$ 的二重态，即

$$\begin{aligned} q^0_{1L} &= \begin{pmatrix} u_0 \\ d_0 \end{pmatrix}_L, \quad q^0_{2L} = \begin{pmatrix} c_0 \\ s_0 \end{pmatrix}_L, \quad q^0_{3L} = \begin{pmatrix} t_0 \\ b_0 \end{pmatrix}_L, \\ q^0_{1R} &= \begin{pmatrix} u_0 \\ d_0 \end{pmatrix}_R, \quad q^0_{2R} = \begin{pmatrix} c_0 \\ s_0 \end{pmatrix}_R, \quad q^0_{3R} = \begin{pmatrix} t_0 \\ b_0 \end{pmatrix}_R, \end{aligned} \tag{1}$$

其中角标“0”表示没有弱作用混合时的场量. 然后引入 Higgs 场 ϕ_{ij}. 它在 $SU_L(2)\otimes SU_R(2)\otimes U(1)$ 定域规范变换下的变换性质如分量

$$(T_L, T_R, Y) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$$

本文1980年3月5日收到.

那样．因为 i,j 的取值为 1、2、3，故一般地应有九个 ϕ_{ij}．它们每一个都是 2×2 的矩阵．于是，在上述规范变换下不变的，最一般的层子和 Higgs 粒子相互作用拉氏量为

$$\mathscr{L}=\sum_{i,j}g_{ij}\bar{q}^0_{iL}\phi_{ij}q^0_{jR}+\text{h.c.}.\tag{2}$$

我们把 ϕ_{ij} 写成矩阵的形式

$$\phi=\begin{pmatrix}\phi_{11}&\phi_{12}&\phi_{13}\\\phi_{21}&\phi_{22}&\phi_{23}\\\phi_{31}&\phi_{32}&\phi_{33}\end{pmatrix}.\tag{3}$$

现在我们设在九个 ϕ_{ij} 中有些是相同的，其中只有两种，写为 ϕ_1 和 ϕ_2．这是一种最经济的模型．九个 ϕ_{ij} 全同时是一种平庸的模型．下面我们来研究一下 ϕ_1，ϕ_2 可以放置在 (3) 的什么位置上，才可找到一种整体规范变换，使形为 (2) 的拉氏量不变．当 ϕ_1，ϕ_2 在 (3) 中的位置确定后，层子和 Higgs 粒子的相互作用拉氏量也就确定了．显然，可能的放置方式是与我们进一步选取的对称性有关的．

首先，我们设 (2) 是左右对称的，即 (2) 在 $L\longleftrightarrow R$ 变换下不变．在此变换下 q^0_{iL}，q^0_{jR} 及 ϕ_{ij} 的变换方式为

$$q^0_{iL}\longleftrightarrow q^0_{iR},\quad \phi_{ij}\longleftrightarrow\phi^+_{ij}.\tag{4}$$

于是，为了使 (2) 在此变换下不变应有

$$\phi_{ij}=\phi_{ji},\quad g_{ij}=g^*_{ji}.\tag{5}$$

条件 (5) 指出 ϕ_1，ϕ_2 应对称地放置．

为了进一步确定 ϕ_1，ϕ_2 的放置方式，我们还要引入一种对称性．

我们设 (2) 在 q^0_{iL}，q^0_{iR}，ϕ_1，ϕ_2 作如下的分立变换时也是不变的．

$$q^0_{iL}\to e^{iL_i}q^0_{iL},\quad q^0_{iR}\to e^{iR_i}q^0_{iR},\quad \phi_1\to e^{i\varphi_1}\phi_1,\quad \phi_2\to e^{i\varphi_2}\phi_2,\tag{6}$$

其中 L_i，R_i，φ_1，φ_2 都是确定的数．我们应该这样来放置 ϕ_1 和 ϕ_2，使得在这种放置下可以找到一组 L_i，R_i，φ_1，φ_2 的值，使(2)在变换(6)下不变．实际上我们可以任意选取 φ_1，φ_2 及六个 L_i，R_i 中的一个，譬如说 R_3，而其余的 L_i 及 R_1，R_2 则由 ϕ_1 及 ϕ_2 的放置方式而定．通过为数不多的几次直接尝试，我们发现不是对任何一种 ϕ_1，ϕ_2 的放置方式都可找到一组 L_i，R_i 值，使 (2) 在变换 (6) 下不变．如当有四个 ϕ_{ij} 为 ϕ_1 时，只有如下的三种放置方式

$$\phi^{(1)}=\begin{pmatrix}0&\phi_2&\phi_2\\\phi_2&\phi_1&\phi_1\\\phi_2&\phi_1&\phi_1\end{pmatrix},\quad \phi^{(2)}=\begin{pmatrix}0&0&\phi_1\\0&0&\phi_1\\\phi_1&\phi_1&\phi_2\end{pmatrix},\quad \phi^{(3)}=\begin{pmatrix}\phi_1&\phi_1&0\\\phi_1&\phi_1&0\\0&0&\phi_2\end{pmatrix}.\tag{7}$$

与 $\phi^{(1)}$ 相应的层子和 Higgs 粒子的拉氏量为：

$$\begin{aligned}\mathscr{L}^{(1)}=\;&g_{12}\bar{q}^0_{1L}\phi_2q^0_{2R}+g^*_{12}\bar{q}^0_{2L}\phi_2q^0_{1R}+g_{13}\bar{q}^0_{1L}\phi_2q^0_{3R}+g^*_{13}\bar{q}^0_{3L}\phi_2q^0_{1R}+g_{22}\bar{q}^0_{2L}\phi_1q^0_{2R}\\&+g_{23}\bar{q}^0_{2L}\phi_1q^0_{3R}+g^*_{23}\bar{q}^0_{3L}\phi_1q^0_{2R}+g_{33}\bar{q}^0_{3L}\phi_1q^0_{3R}+\text{h.c.}.\end{aligned}\tag{8}$$

此拉氏量在如下的变换下是不变的

$$\begin{aligned}&\phi_1\to e^{i\varphi_1}\phi_1,\quad \phi_2\to e^{i\varphi_2}\phi_2,\\&q^0_{1L}\to e^{i(\alpha-\varphi_1+\varphi_2)}q^0_{1L},\quad q^0_{2L}\to e^{i\alpha}q^0_{2L},\quad q^0_{3L}\to e^{i\alpha}q^0_{3L},\\&q^0_{1R}\to e^{i(\alpha-\varphi_2)}q^0_{1R},\quad q^0_{2R}\to e^{i(\alpha-\varphi_1)}q^0_{2R},\quad q^0_{3R}\to e^{i(\alpha-\varphi_1)}q^0_{3R}.\end{aligned}\tag{9}$$

这里我们注意到有的放置方式可以通过将(7)的某两行列交换而得到，所以实际上是一种。

同样可得当有三个 ϕ_{ij} 为 ϕ_1 时，有如下的两种放置方式

$$\phi^{(4)}=\begin{pmatrix}0 & \phi_1 & 0\\ \phi_1 & 0 & \phi_2\\ 0 & \phi_2 & \phi_1\end{pmatrix},\quad \phi^{(5)}=\begin{pmatrix}0 & \phi_1 & 0\\ \phi_1 & \phi_2 & 0\\ 0 & 0 & \phi_1\end{pmatrix}. \tag{10}$$

当有两个 ϕ_{ij} 为 ϕ_1 时，有如下的两种方式

$$\phi^{(6)}=\begin{pmatrix}0 & \phi_2 & 0\\ \phi_2 & \phi_1 & 0\\ 0 & 0 & \phi_1\end{pmatrix},\quad \phi^{(7)}=\begin{pmatrix}0 & \phi_2 & 0\\ \phi_2 & 0 & \phi_1\\ 0 & \phi_1 & 0\end{pmatrix}. \tag{11}$$

除了这七种以外，没有其它不同的放置方式了．与 $\phi^{(2)}$—$\phi^{(7)}$ 相应的拉氏量为

$$\mathscr{L}^{(2)}=g_{13}\bar{q}_{1L}^0\phi_1q_{3R}^0+g_{13}^*\bar{q}_{3L}^0\phi_1q_{1R}^0+g_{23}\bar{q}_{2L}^0\phi_1q_{3R}^0+g_{23}^*\bar{q}_{3L}^0\phi_1q_{2R}^0+g_{33}\bar{q}_{3L}^0\phi_2q_{3R}^0,$$

$$\mathscr{L}^{(3)}=g_{11}\bar{q}_{1L}^0\phi_1q_{1R}^0+g_{22}\bar{q}_{2L}^0\phi_1q_{2R}^0+g_{12}\bar{q}_{1L}^0\phi_1q_{2R}^0+g_{12}^*\bar{q}_{2L}^0\phi_1q_{1R}^0+g_{33}\bar{q}_{3L}^0\phi_2q_{3R}^0,$$

$$\mathscr{L}^{(4)}=g_{12}\bar{q}_{1L}^0\phi_1q_{2R}^0+g_{12}^*\bar{q}_{2L}^0\phi_1q_{1R}^0+g_{23}\bar{q}_{2L}^0\phi_2q_{3R}^0+g_{23}^*\bar{q}_{3L}^0\phi_2q_{2R}^0+g_{33}\bar{q}_{3L}^0\phi_1q_{3R},$$

$$\mathscr{L}^{(5)}=g_{12}\bar{q}_{1L}^0\phi_1q_{2R}^0+g_{12}^*\bar{q}_{2L}^0\phi_1q_{1R}^0+g_{22}^*\bar{q}_{2L}^0\phi_2q_{2R}^0+g_{33}\bar{q}_{3L}\phi_1q_{3R}^0,$$

$$\mathscr{L}^{(6)}=g_{12}\bar{q}_{1L}^0\phi_2q_{2R}^0+g_{12}^*\bar{q}_{2L}^0\phi_2q_{1R}^0+g_{22}\bar{q}_{2L}^0\phi_1q_{2R}^0+g_{33}\bar{q}_{3L}^0\phi_1q_{3R}^0,$$

$$\mathscr{L}^{(7)}=g_{12}\bar{q}_{1L}^0\phi_2q_{2R}^0+g_{12}^*\bar{q}_{2L}^0\phi_2q_{1R}^0+g_{23}\bar{q}_{2L}^0\phi_1q_{3R}^0+g_{23}^*\bar{q}_{3L}^0\phi q_{2R}^0.$$

每一个 $\mathscr{L}^{(i)}$ 都在一组确定的，形为 (6) 的变换下不变．这里不一一列出了．

三、层 子 质 量

在原始的规范不变的拉氏量中是没有层子质量项的．由于真空平均值不为零，就使层子有了质量．设在真空自发破缺下，ϕ_i 场的真空平均值为

$$\langle\phi_1\rangle_0=\begin{pmatrix}u_1 & 0\\ 0 & u_2\end{pmatrix},\qquad \langle\phi_2\rangle_0=\begin{pmatrix}v_1 & 0\\ 0 & v_2\end{pmatrix}. \tag{12}$$

则相应于 $\mathscr{L}^{(1)}$，我们得到如下的质量矩阵，对上层子 (u, c, t) 为

$$M_1=\begin{pmatrix}0 & g_{12}v_1 & g_{13}v_1\\ g_{12}^*v_1 & g_{22}u_1 & g_{23}u_1\\ g_{13}^*v_1 & g_{23}^*u_1 & g_{33}u_1\end{pmatrix}; \tag{13}$$

对下层子 (d, s, b) 为

$$M_2=\begin{pmatrix}0 & g_{12}v_2 & g_{13}v_2\\ g_{12}^*v_2 & g_{22}u_2 & g_{23}u_2\\ g_{13}^*v_2 & g_{23}^*u_2 & g_{33}u_2\end{pmatrix}. \tag{14}$$

一般来说 u_i 及 v_i 都是复的，但它们的相角只对 CP 破坏参数有贡献．这里我们不讨论 CP 破坏，故令它们都为实的．另外，如果我们对 $\mathscr{L}^{(1)}$ 再引入 q_2 和 q_3 交换对称性(以后我们将看到这种对称性应受到破坏)，则有

$$g_{12}=g_{13}=g_1,\quad g_{23}=g_{23}^*=g_2,\quad g_{22}=g_{33}=g_3. \tag{15}$$

同时，我们总是可以通过重新定义 q 场而把 g_1 的相角吸收到 q 场中去．这样，M_1 和 M_2 都为实的矩阵．

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0 & g_1v_1 & g_1v_1 \\ g_1v_1 & g_3u_1 & g_2u_1 \\ g_1v_1 & g_2u_1 & g_3u_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_1 & \gamma_1 \\ \gamma_1 & \alpha_1 & \beta_1 \\ \gamma_1 & \beta_1 & \alpha_1 \end{pmatrix},$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0 & g_1v_2 & g_1v_2 \\ g_1v_2 & g_3u_2 & g_2u_2 \\ g_1v_2 & g_2u_2 & g_3u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_2 & \gamma_2 \\ \gamma_2 & \alpha_2 & \beta_2 \\ \gamma_2 & \beta_2 & \alpha_2 \end{pmatrix}. \tag{16}$$

这里 α_i, β_i, γ_i 都为实的. 因为 $m_t \gg m_c \gg m_u, m_b \gg m_s \gg m_d$, 所以我们认为 $\alpha_i \gg \beta_i \gg \gamma_i$. 另外,我们总可使 $\alpha_i > 0$, 于是当 $\beta_i < 0$ 时,我们应指定

$$\lambda_3^{(i)} = \alpha_i - \beta_i = (g_3 - g_2)u_i, \quad \lambda_1^{(i)} + \lambda_2^{(i)} = \alpha_i + \beta_i = (g_3 + g_2)u_i. \quad i = 1, 2 \tag{17}$$

很容易知道 $\lambda_1^{(i)}$ 是小于零的,但我们可以对右手层子场作变换

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{18}$$

从而将负号吸收到右手层子场中,于是 $m_1^{(i)}$ 应等于 $-\lambda_1^{(i)}$. 所以从(17)式可以得到

$$m_t = \frac{m_c - m_u}{m_s - m_d} m_b. \tag{19}$$

我们用如下的层子质量值[2]

$$m_u = 4.1\text{MeV}, \quad m_d = 7.3\text{MeV}, \quad m_c = 1330\text{MeV}, \quad m_s = 150\text{MeV}, \tag{20}$$

并从 $m_\Upsilon = 9.5$MeV 估计出 $m_b \approx 5$GeV. 把这些值代入(19)中可算得 $m_t \approx 46.5$GeV. 对 $\mathscr{L}^{(2)}$—$\mathscr{L}^{(7)}$ 作类似的运算,可得如下的结果[3]

$$\begin{cases} \mathscr{L}^{(2)}: & m_u = m_d = 0, \\ \mathscr{L}^{(3)}: & m_t = \dfrac{m_c - m_u}{m_s - m_d} m_b = 46.5\text{GeV} \\ \mathscr{L}^{(4)}: & m_t \approx \sqrt{\dfrac{m_u m_c}{m_d m_s}}\, m_b = 10.3\text{GeV} \\ \mathscr{L}^{(5)}: & m_t = \sqrt{\dfrac{m_u m_c}{m_d m_s}}\, m_b = 10.3\text{GeV} \\ \mathscr{L}^{(6)}: & m_t \approx \dfrac{m_c - m_u}{m_s - m_d} m_b = 46.5\text{GeV} \\ \mathscr{L}^{(7)}: & m_u = m_d = 0, \quad m_c = m_t, \quad m_s = m_b. \end{cases} \tag{21}$$

四、Cabibbo 角

当 $m_{W_R} \gg m_{W_L}$ 时,右手带电流的相互作用可以忽略. 与 Cabibbo 角有关的项是

$$\sum_{i=1}^{3} \bar{q}_{iL}^0 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{A}} q_{iL}^0. \tag{22}$$

我们将每代层子写成

$$\begin{pmatrix}\xi_i^0\\ \eta_i^0\end{pmatrix}_L,\quad (i=1,2,3) \tag{23}$$

ξ_i 代表上层子，η_i 代表下层子．

$$\xi_L^0=(\mathrm{u}_L^0,\mathrm{c}_L^0,\mathrm{t}_L^0),\quad \eta_L^0=(\mathrm{d}_L^0,\mathrm{s}_L^0,\mathrm{b}_L^0), \tag{24}$$

于是 (22) 成为

$$\bar{\xi}_L^0\hat{A}_3\xi_L^0-\bar{\eta}_L^0\hat{A}_3\eta_L^0+\bar{\xi}_L^0(\hat{A}_1-i\hat{A}_2)\eta_L^0+\bar{\eta}_L^0(\hat{A}_1+i\hat{A}_2)\xi_L^0. \tag{25}$$

设将质量矩阵 M_1, M_2 对角化的么正变换分别为 U_1, U_2

$$\xi=U_1\xi^0,\quad \eta=U_2\eta^0. \tag{26}$$

于是 (25) 变为

$$\bar{\xi}_L\hat{A}_3\xi_L-\bar{\eta}_L\hat{A}_3\eta_L+\bar{\xi}_LU_1U_2^{-1}(\hat{A}_1-i\hat{A}_2)\eta_L+\bar{\eta}_LU_2U_1^{-1}(\hat{A}_1+i\hat{A}_2)\xi_L. \tag{27}$$

所以混合角矩阵为 $U=U_1U_2^{-1}$．按照 Kobayashi 和 Moskawa 的表示法有[4]

$$U=\begin{pmatrix} c_1 & s_1c_3 & s_1s_3\\ -s_1c_2 & c_1c_2c_3-e^{i\delta}s_2s_3 & c_1c_2s_3+e^{i\delta}s_2c_3\\ s_1s_2 & -c_1s_2c_3-e^{i\delta}c_2s_3 & -c_1s_2s_3+e^{i\delta}c_2c_3\end{pmatrix} \tag{28}$$

其中 $c_i=\cos\theta_i$, $s_i=\sin\theta_i$; θ_i 即广义的 Cabibbo 角，在有三代层子的情况中，广义的 Cabibbo 角有三个． δ 为 CP 破坏相因子．

下面我们来计算对应各种 $\mathscr{L}^{(i)}$ 的混合角矩阵．对于 $\mathscr{L}^{(1)}$，我们应求出将 (16) 中的 M_1, M_2 对角化的变换矩阵 U_1, U_2．经过一些繁琐的计算，我们可以得到

$$\begin{gathered}U_1=\begin{pmatrix}\sqrt{\dfrac{m_c}{m_u+m_c}} & -\sqrt{\dfrac{m_u}{2(m_u+m_c)}} & -\sqrt{\dfrac{m_u}{2(m_u+m_c)}}\\ \sqrt{\dfrac{m_u}{m_u+m_c}} & \sqrt{\dfrac{m_c}{2(m_u+m_c)}} & \sqrt{\dfrac{m_c}{2(m_u+m_c)}}\\ O & \dfrac{1}{\sqrt{2}} & -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix},\\ U_2=\begin{pmatrix}\sqrt{\dfrac{m_s}{m_d+m_s}} & -\sqrt{\dfrac{m_d}{2(m_d+m_s)}} & -\sqrt{\dfrac{m_d}{2(m_d+m_s)}}\\ \sqrt{\dfrac{m_d}{m_d+m_s}} & \sqrt{\dfrac{m_s}{2(m_d+m_s)}} & \sqrt{\dfrac{m_s}{2(m_d+m_s)}}\\ O & \dfrac{1}{\sqrt{2}} & -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix},\end{gathered} \tag{29}$$

所以 K-M 矩阵为

$$U=U_1U_2^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{m_cm_s}+\sqrt{m_um_d}}{\sqrt{(m_u+m_c)(m_d+m_s)}} & \frac{\sqrt{m_cm_d}-\sqrt{m_um_s}}{\sqrt{(m_u+m_c)(m_d+m_s)}} & 0\\ \frac{\sqrt{m_um_s}-\sqrt{m_cm_d}}{\sqrt{(m_u+m_c)(m_d+m_s)}} & \frac{\sqrt{m_cm_s}+\sqrt{m_um_d}}{\sqrt{(m_u+m_c)(m_d+m_s)}} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}. \tag{30}$$

于是(28)中的 $\sin\theta_2=\sin\theta_3=0$,

$$\sin\theta_1=\frac{\sqrt{m_cm_d}-\sqrt{m_um_s}}{\sqrt{(m_u+m_c)(m_d+m_s)}}\approx\sqrt{\frac{m_d}{m_s}}\approx 0.21. \tag{31}$$

θ_1 就是通常的 Cabibbo 角. 对 $\mathscr{L}^{(4)}$, $\mathscr{L}^{(5)}$, $\mathscr{L}^{(6)}$ 得到和(31)同样的结果[3],对 $\mathscr{L}^{(3)}$ 则得到 $\theta_1=0$. 从(31)可以看到,在这样的理论中,只有第一代和第二代层子之间有弱混合,而第三代层子和其余两代层子之间没有弱混合,这使得 b 层子不能衰变. 虽然目前的实验还没有显示出 b 层子的衰变,但这种结果是难以令人置信的. 我们宁可要一个能使 b 层子衰变的理论.

在前面的讨论中我们引进了层子和 ϕ_i 场相互作用拉氏量在 $q_2\longleftrightarrow q_3$ 变换下的不变性,正是有了这种对称性才使 $\theta_2=\theta_3=0$. 因此为了得到不等于零的 θ_2 和 θ_3,我们应该打破这种对称性.

有的作者曾算出了 θ_2 和 θ_3 的值[5],它们比 θ_1 小得多. 这里我们作为一种试探,不妨假定 θ_2 和 θ_3 是很小的,因此我们可以认为 $q_2\longleftrightarrow q_3$ 对称性的破坏是很小的. 这时(15)式应改为

$$g_{13}=g_{12}+\Delta g_1,\quad g_{23}=|g_2|e^{i\Delta},\quad g_{33}=g_{22}+\Delta g_3, \tag{32}$$

其中 $\Delta g_1/g_{12}\ll 1$, $\Delta\ll 1$, $\Delta g_3/g_{22}\ll 1$. (16)式则应改为

$$M_i=\begin{pmatrix}O & \gamma_i & \gamma_i+\Delta\gamma_i\\ \gamma_i & \alpha_i & \beta_ie^{i\Delta}\\ \gamma_i+\Delta\gamma_i & \beta_ie^{-i\Delta} & \alpha_i+\Delta\alpha_i\end{pmatrix}, \tag{33}$$

在计算(33)的对角化变换矩阵及 K-M 矩阵时,我们只保留到 $\Delta\alpha_i/\alpha_i$, Δ, $\Delta\gamma_i/\gamma_i$ 的一级项. 经过繁琐的计算,并考虑到 $\alpha_i\approx\frac{1}{2}m_3^{(i)}$, $\gamma_i\approx\sqrt{\frac{1}{2}m_1^{(i)}m_2^{(i)}}$, 我们可以得到

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\theta_2&\approx\left(\frac{m_d}{m_s}\right)^{-\frac{1}{2}}\\ &\times\sqrt{\left(\frac{1}{4}\sqrt{\frac{m_d}{m_s}}\frac{\Delta\alpha_1}{\alpha_1}-\frac{\sqrt{m_um_c}}{4m_t}\frac{\Delta\alpha_1}{\alpha_1}-\frac{\sqrt{m_um_c}}{2m_t}\frac{\Delta\gamma_1}{\gamma_1}+\frac{\sqrt{m_dm_s}}{2m_b}\frac{\Delta\gamma_2}{\gamma_2}\right)^2+\frac{m_um_c}{4m_t^2}\Delta^2},\\ \operatorname{tg}\theta_3&\approx\left(\frac{m_d}{m_s}\right)^{-\frac{1}{2}}\\ &\times\sqrt{\left(\frac{1}{4}\sqrt{\frac{m_u}{m_c}}\frac{\Delta\alpha_2}{\alpha_2}-\frac{\sqrt{m_dm_s}}{4m_b}\frac{\Delta\alpha_2}{\alpha_2}+\frac{\sqrt{m_um_c}}{2m_t}\frac{\Delta\gamma_1}{\gamma_1}-\frac{\sqrt{m_dm_s}}{2m_b}\frac{\Delta\gamma_2}{\gamma_2}\right)^2+\frac{m_dm_s}{4m_b^2}\Delta^2}.\end{aligned} \tag{34}$$

这里 $\Delta\alpha_i/\alpha_i$，Δ，$\Delta\gamma_i/\gamma_i$ 都是未知的参数，所以无法算出 $\mathrm{tg}\,\theta_2$ 及 $\mathrm{tg}\,\theta_3$，但我们已假定了这些未知的参数都远远小于 1，所以我们可以估计一下 $\mathrm{tg}\,\theta_2$ 及 $\mathrm{tg}\,\theta_3$ 的数量级. 如果我们认为这些未知的参数在数量级上是相等的则

$$\begin{aligned} \mathrm{tg}\,\theta_2 &\approx \left(\frac{m_d}{m_s}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{4}\sqrt{\frac{m_d}{m_s}}\frac{\Delta\alpha_1}{\alpha_1} = \frac{1}{4}\frac{\Delta\alpha_1}{\alpha_1}, \\ \mathrm{tg}\,\theta_3 &\approx \left(\frac{m_d}{m_s}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{4}\sqrt{\frac{m_u}{m_c}}\frac{\Delta\alpha_2}{\alpha_2} \approx \frac{1}{16}\frac{\Delta\alpha_2}{\alpha_2}. \end{aligned} \tag{35}$$

因为 $\Delta\alpha_1/\alpha_1 \ll 1$，$\Delta\alpha_2/\alpha_2 \ll 1$，所以

$$\mathrm{tg}\,\theta_2 \ll 0.25, \quad \mathrm{tg}\,\theta_3 \ll 0.06, \tag{36}$$

可见 θ_2，θ_3 比 θ_1 要小得多.

五、讨　论

从上面的计算结果，我们可以得到如下的结论：

1. 从 $\mathscr{L}^{(2)}$，$\mathscr{L}^{(7)}$ 计算出的轻层子的质量为零，而由 $\mathscr{L}^{(3)}$ 得到 $\theta_1 = 0$. 它们都不是合理的结果.

2. 由 $\mathscr{L}^{(4)}$，$\mathscr{L}^{(5)}$ 算出的 m_t 都等于 10.3GeV. 但目前的实验指出在 32GeV 的能量以下，没有发现有 t 层子的迹象[6]，所以看来这两种拉氏量也是不合理的.

3. 从 $\mathscr{L}^{(6)}$ 算出 $\theta_2 = \theta_3 = 0$，所以从此拉氏量不能得到第三代层子和前两代层子的弱混合. 只有 $\mathscr{L}^{(1)}$ 才能既得到和实验不矛盾的 m_t 值，又可得到第三代层子和其余两代层子的混合.

参　考　文　献

[1] A. Ebrahim, *Phys. Lett.*, **73B**(1978), 181; H. Fritzsch, Ref. TH., 2640—CERN.
[2] H. Fritzsch, Ref. TH 2356—CERN.
[3] M. A. de Crombrugghe, *Phys. Lett.*, **80B**(1979), 365.
[4] M. Kobayashi and K. Maskawa, *Prog. of Theor. Physic.*, **49**(1973), 652.
[5] A. Ebrahim, *Phys. Lett.*, **76B**(1978), 605.
[6] H. Schopper, DESY, 79/79, (1979).

STRATON MASSES AND CABIBBO ANGLES

XU DE-ZHI

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In the $SU_L(2)\otimes SU_R(2)\otimes U(1)$ local gauge theory, we discuss the general form of the interaction Lagrangian between the stratons and the Higgs particles, which is invarant with respect to the discrete transformation $e^{i\alpha}$. From this Lagrangian we obtain a relation among the straton masses, as well as a relation between the straton masses and the Cabibbo angle.