

# 几何模型中强子散射的算子理论

卢遂现 李扬国 刘宪辉

(澳大利亚、墨尔本大学) (中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

用算子形式的  $S$  矩阵, 在几何模型下导出二个强子散射  $ab \rightarrow cd$  过程的弹性散射, 绕射分解, 一次非弹性碰撞, 双交换碰撞过程的微分截面公式. 并计算了双交换碰撞事例, 与实验比较能初步相符合.

## 一、引 言

在描述强子散射的理论中, 邹、杨提出的几何模型<sup>[1]</sup> 越来越显示它的正确性. 他们把强子看成是一个有内部结构的圆球, 在空间占有有一定体积的物质. 在高能强子-强子散射时, 二团物质在传播过程中相互作用. 这个相互作用的  $S$  矩阵, 用一个二维的黑度函数  $\Omega_0(b)$  来描述

$$S(b) = e^{-\Omega_0(b)}, \quad (1.1)$$

$\Omega_0(b)$  是两团压成扁碟的强子物质的厚度函数  $D(b)$  的卷积:

$$\Omega_0(b) = K \int D_a(\underline{b} - \underline{b}') D_b(\underline{b}') d^2b' = 2\pi K D_a \otimes D_b \quad (1.2)$$

弹性散射的微分截面表示为

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |\mathfrak{A}_0|^2 \quad (1.3)$$

$$\mathfrak{A}_0 = \frac{1}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{b}} (1 - s(b)) \quad (1.4)$$

它们的几何图象如图 1

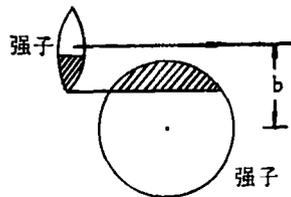


图 1

十多年来,高能强子散射的实验逐渐丰富;例如从几十 GeV 到 1500GeV 的 pp 弹性散射,它的角分布在小角度系统地呈现很陡的绕射峰,随  $t$  的增大,出现了谷、峰衍射花纹. 这一些实验事实强有力地支持几何模型.

强子理论的日益进展,使人们觉得应该而且有可能更深入地去探讨强子散射的几何模型. 在(1.1)式中,  $S$  矩阵是一个标量形式的函数( $c$ 数). 目前强子是有内部结构的观点已为广泛接受,应该用描述强子内部结构的态来确定强子的性质. 因此,把(1.1)式的  $S$  矩阵从一个标量形式推广为一个算子形式是很有意义的,即

$$S = e^{-\Delta} \quad (1.5)$$

这里  $\Delta$  为一个算子. 因为  $\Delta$  是算子,算子要作用到系统  $ab, cd, \dots$  的态上. 因此,算子的  $S$  矩阵很自然地便于讨论一般的  $ab \rightarrow cd$  的强子碰撞问题,它包含了所有二体碰撞过程如:

- |               |   |
|---------------|---|
| (i) 弹性散射      | $ab \rightarrow ab$                               |
| (ii) 绕射分解     | $ab \rightarrow a^*b$ 或 $ab \rightarrow a^*b^*$ ; |
| (iii) 一次非弹性碰撞 | $ab \rightarrow cd$ ;                             |
| (iv) 双交换碰撞    | $ab \rightarrow cd$ .                             |
| .....         |   |

这样  $ab \rightarrow cd$  的微分截面为

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{ab \rightarrow cd} = \pi |\langle cd | \mathcal{A} | ab \rangle|^2 \quad (1.6)$$

$$\langle cd | \mathcal{A} | ab \rangle = \frac{1}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{b}} \langle cd | (1 - S) | ab \rangle \quad (1.7)$$

算子的  $S$  矩阵就其深度而言,也可以比标量形式更加细致地描述强子的内部结构对散射问题的影响. 例如,我们能够很自然地引进自旋算子,从而去认识强子散射的自旋结构<sup>[2]</sup>. 不同的强子有不同的内部结构;把  $S$  矩阵用算子加以推广之后,可以用一个统一的形式来表述各类强子的碰撞;从这个角度来看,作这样的推广是有积极的含义的.

今天,各种高能强子散射已积累了一定的实验资料. 如从理论的角度,形式上用一个统一的式子,如用算子的  $S$  矩阵理论统一描述,从物理发展的要求上也是重要的. 我们将在第二节导出算子理论下各类散射振幅的具体结果. 虽然,在目前,大部分内容是再现已有的结果. 但从发展的观点看,如果它是正确的,必然有深刻的意义.

## 二、算子理论中的 $S$ 矩阵

我们曾经在几何模型下研究和分析强子-强子散射现象. 提出了用矢量流-矢量流相互作用<sup>[3]</sup>来研究高能量下的强子弹性散射. 特别是分析了 pp 弹性散射的实验特点<sup>[3,4]</sup>, 强子的非弹性散射<sup>[5]</sup>, 及邹、杨最近讨论绕射分解<sup>[6]</sup>等问题;这些都得到满意地与实验符合的结果. 我们在引言中已指出,若把强子散射中  $S$  矩阵的  $\mathcal{Q}_0$  从标量形式推广为一个算子是很有意义的. 这个算子可以从矢量流-矢量流相互作用的基础上导出. 例如在文献[3]中已经进行过这样的尝试. 但它更可以推广为任意的算子而限于矢量流-矢量流相互

作用. 譬如说也可以包括标量的, 赝标量的, 张量的…等形式的算子. 而它的形式将随强子理论的发展而具体化. 这个算子的矩阵元决定强子散射的振幅. 这样的推广, 有利于更广泛地讨论散射的各种现象, 例如讨论 pp 弹性散射过程的自旋结构<sup>[2]</sup> 及一般地讨论任何两个强子碰撞过程:  $ab \rightarrow cd$ ; 即各种非弹性碰撞等等.

从(1.5)式的算子  $S$  矩阵, 我们再把算子  $\Delta$  分为  $\Delta_0$  及  $\Delta_1$  二部分: 即

$$S = e^{-(\Delta_0 + \Delta_1)}, \quad (2.1)$$

这是为了便于对矩阵元进行分类. 在  $S$  的展开式中, 需要计及可能的中间态  $|N\rangle$ . 我们将认为弹性和绕射分解是来自  $\Delta_0$  的矩阵元的贡献. 非弹性散射则来自  $\Delta_1$  的矩阵元的贡献. 若(2.1)的  $S$  矩阵按  $\Delta_1$  的幂展开, 则有

$$S = S^{(0)} + S^{(1)} + S^{(2)} + \cdots + S^{(n)} + \cdots, \quad (2.2)$$

$$S^{(0)} = e^{-\Delta_0}, \quad (2.2a)$$

$$S^{(1)} = -\Delta_1 + \frac{1}{2}(\Delta_0\Delta_1 + \Delta_1\Delta_0) - \frac{1}{3!}(\Delta_0^2\Delta_1 + \Delta_0\Delta_1\Delta_0 + \Delta_1\Delta_0^2) \\ + \frac{1}{4!}(\Delta_0^3\Delta_1 + \Delta_0^2\Delta_1\Delta_0 + \Delta_0\Delta_1\Delta_0^2 + \Delta_1\Delta_0^3) - \cdots, \quad (2.2b)$$

$$S^{(2)} = \frac{1}{2!}(\Delta_1^2) - \frac{1}{3!}(\Delta_1^2\Delta_0 + \Delta_1\Delta_0\Delta_1 + \Delta_0\Delta_1^2) \\ + \frac{1}{4!}(\Delta_0^2\Delta_1^2 + \Delta_0\Delta_1^2\Delta_0 + \Delta_0\Delta_1\Delta_0\Delta_1 + \Delta_1\Delta_0\Delta_1\Delta_0 + \Delta_1\Delta_0^2\Delta_1 \\ + \Delta_0^2\Delta_1^2) - \cdots \quad (2.2c)$$

.....

这里  $\Delta_0, \Delta_1$  是算子, 它们互不对易.  $S^{(0)}$  是对弹性散射和绕射分解有贡献的  $S$  矩阵;  $S^{(1)}$  是对一次非弹性散射有贡献的  $S$  矩阵;  $S^{(2)}$  是对双交换散射有贡献的  $S$  矩阵; 余此类推. 下面将分别讨论各种情况的散射振幅.

**1. 弹性散射**  $a, b$  二个强子的弹性散射过程  $ab \rightarrow ab$ ; 例如  $pp \rightarrow pp$ ;  $\pi p \rightarrow \pi p$ . 用  $|A\rangle$  记  $|ab\rangle$ ; 即  $ab$  系统的状态, 则弹性散射振幅  $\mathcal{U}_0(b)$

$$\mathcal{U}_0(b) = \langle A | (1 - S) | A \rangle = \langle A | (1 - S^{(0)}) | A \rangle \\ = \left\langle A \left| \left( \Delta_0 - \frac{1}{2!} \Delta_0^2 + \frac{1}{3!} \Delta_0^3 - \frac{1}{4!} \Delta_0^4 + \cdots \right) \right| A \right\rangle. \quad (2.3)$$

计算(2.3)式中算子  $\Delta$  的矩阵元时, 要在  $\Delta^*$  中间插进各种可能的中间态. 我们考虑到矩阵元  $\langle A | \Delta_1 | B \rangle \langle B | \Delta_1 | A \rangle$  比  $\langle A | \Delta_0 | A \rangle \langle A | \Delta_0 | A \rangle$  小得多. 即对于高能弹性散射, 各中间态的贡献可以忽略. (2.3)式的矩阵元  $\langle A | \Delta_0 | A \rangle$  应有好几项, 包含各种自旋依赖项, 例如对  $J = \frac{1}{2}$  的强子散射, 应有  $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}, \vec{\sigma} \cdot \vec{k}, \cdots$  等项出现<sup>[4]</sup>. 这就是算子公式的优点, 它不用更多的假设而把散射问题一切可量度的物理量包含在内. 通常, 在实验刚开始的时候, 由于极化, 与自旋有关的量较难测量而只量微分截面或截面, 故理论上也不去考虑自旋依赖的项. 但当实验深入一步, 如测量极化等现象时, 自旋的依赖关系就不能不考虑了, 因而理论也要求深入一步. 算子理论的公式, 就是由于实验的进展而需要的. 它能把各种极化现象算出来. 现在, 除了弹性散射外, 测量极化的实验极少, 故算子理论似

乎局限于讨论弹性散射的极化现象。但今后的实验,由于极化靶,极化束流的出现,自旋的重要性也将越来越显示出来。算子的公式也将随之而发展。在只讨论微分截面时,若暂认为自旋不重要而把它忽略,这为  $\langle A | \Delta_0 | A \rangle$  只有标量形式的一项,下面的公式,将是标量形式的结果:

$$\text{命} \quad \mathcal{Q}_0(b) = \langle A | \Delta_0 | A \rangle, \quad (2.4)$$

$$\text{则} \quad \mathfrak{U}(b) = 1 - e^{-\mathcal{Q}_0(b)}. \quad (2.5)$$

若取方括号 [ ] 标示如下的付氏变换:

$$[\chi(b)] = \frac{1}{2\pi} \iint \chi(b) e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{b}} d\mathbf{b} = \chi(\kappa^2), \quad (2.6)$$

$$\text{则} \quad [\mathcal{Q}_0(b)] = \mathcal{Q}_0(\kappa^2). \quad (2.7)$$

这样(1.6)式中弹性散射振幅  $\mathfrak{U}_0(\kappa^2)$ :

$$\mathfrak{U}_0(\kappa^2) = \mathcal{Q}_0(\kappa^2) - \frac{1}{2!} \mathcal{Q}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) + \frac{1}{3!} \mathcal{Q}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) - \dots, \quad (2.8)$$

这样弹性散射微分截面

$$\left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{\text{弹}} = \pi |\mathfrak{U}_0(\kappa^2)|^2, \quad (2.9)$$

(2.8)式在形式上与标量<sup>[3]</sup>情况下导得的结果一致,是人们熟知的结果。但这里  $\mathcal{Q}_0$  是算子在弹性散射道上矩阵元。应该通过强子内部性质来确定。人们最初用强子的物质分布函数  $\rho_a, \rho_b$  来描述强子 a, b 的状态。用一极简单的  $\delta(\mathbf{b} - \mathbf{x}_i + \mathbf{x}_j)$  形式的相互作用格林函数得到

$$\mathcal{Q}_0(\kappa^2) = \text{const} \cdot F_a(\kappa^2) \cdot F_b(\kappa^2), \quad (2.10)$$

$$F_a(\kappa^2) = \frac{1}{2\pi} \int d\mathbf{x} \rho_a(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}}, \quad (2.11)$$

$F_a(\kappa^2), F_b(\kappa^2)$  便是强子 a 及 b 的形状因子。通过强子的形状因子,用(2.10)(2.9)算得的弹性散射振幅  $\mathfrak{U}_0(\kappa^2)$ , 能够解析高能极限下的弹性散射的实验特点。

建立在矢量流-矢量流相互作用基础上得到的  $\mathfrak{U}_0(\kappa^2)$ , 它包含了自旋算子的作用,用它来分析 pp 弹性散射,在一个相当广泛的能区内<sup>[2-4]</sup> 获得与实验满意的符合。这些结果强有力地支持强子散射的几何模型。

**2. 绕射分解** 强子-强子绕射分解是指这样一些过程:

$$\begin{aligned} pp &\rightarrow p(n\pi^+), \quad np \rightarrow (p\pi^-)p, \\ pp &\rightarrow (n\pi^+)(n\pi^+), \\ &\dots \end{aligned} \quad (2.12)$$

即  $ab \rightarrow a^*b$  或  $ab \rightarrow a^*b^*$ 。我们用  $|A^*\rangle$  记绕射分解态。这样它的散射振幅  $\mathfrak{U}_0(b)$ :

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}_0(b) &= \langle A^* | (1 - S) | A \rangle = \langle A^* | (-S^{(0)}) | A \rangle \\ &= \langle A^* | \Delta_0 | A \rangle - \frac{1}{2!} \langle A^* | \Delta_0^2 | A \rangle + \frac{1}{3} \langle A^* | \Delta_0^3 | A \rangle \\ &\quad - \frac{1}{4!} \langle A^* | \Delta_0^4 | A \rangle + \dots, \end{aligned} \quad (2.13)$$

用上小节同样处理方法插进中间态。同样,若  $\Delta_0$  不含自旋算子可导致标量形式的如下结果

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_0(b) &= \langle A | \Delta_0 | A \rangle = \langle A^* | \Delta_0 | A^* \rangle, \\ \mathcal{Q}_D(b) &= \langle A^* | \Delta_0 | A \rangle, \end{aligned} \quad (2.14)$$

代入(2.13)整理得

$$\mathcal{Y}_0(b) = \mathcal{Q}_D(b) e^{-\mathcal{Q}_0(b)}, \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_0(\kappa^2) &= [\mathcal{Y}_0(b)] = \mathcal{Q}_D(\kappa^2) - \mathcal{Q}_D(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) \\ &+ \frac{1}{2!} \mathcal{Q}_D(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) - \dots \end{aligned} \quad (2.16)$$

若再取

$$\mathcal{Q}_D = \mu_D \mathcal{Q}_0, \quad (2.17)$$

便得如下绕射分解的微分截面

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{a_b \rightarrow a_b^*} &= \pi \mu_D^2 \left| \mathcal{Q}_0(\kappa^2) - \mathcal{Q}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) \right. \\ &\left. + \frac{1}{2!} \mathcal{Q}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) - \dots \right|^2. \end{aligned} \quad (2.18)$$

上面的结果又与在标量形式下导得的结果一致。邹、杨<sup>[6]</sup>用强子弹性散射的形状因子  $F_A(\kappa^2)$ 。用(2.9)式算得  $\mathcal{Q}_0(\kappa^2)$  和用(2.18)来讨论  $pp, \pi Cu, \pi Pb$  的绕射分解。他们分析第一个谷的位置,初步能与实验符合。

**3. 一次非弹性碰撞** 一次非弹性碰撞是指  $ab \rightarrow cd$  过程,如  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ ; 我们用  $|A\rangle$  记  $|ab\rangle$ ;  $\langle B|$  记  $\langle cd|$ ; 则一次非弹性碰撞振幅为

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_1(b) &= \langle B | (1 - S) | A \rangle = \langle B | (-S^{(1)}) | A \rangle \\ &= \langle B | \Delta_1 | A \rangle - \frac{1}{2!} \langle B | (\Delta_0 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_0) | A \rangle \\ &+ \frac{1}{3!} \langle B | (\Delta_0^2 \Delta_1 + \Delta_0 \Delta_1 \Delta_0 + \Delta_1 \Delta_0^2) | A \rangle \\ &- \frac{1}{4!} \langle B | (\Delta_0^3 \Delta_1 + \Delta_0^2 \Delta_1 \Delta_0 + \Delta_0 \Delta_1 \Delta_0^2 + \Delta_1 \Delta_0^3) | A \rangle + \dots \end{aligned} \quad (2.19)$$

在  $\Delta_0, \Delta_1$  中插中间态,有如下关系

$$\begin{aligned} \langle B | \Delta_0 \Delta_1 | A \rangle &= \langle B | \Delta_0 | B \rangle \langle B | \Delta_1 | A \rangle, \\ \langle B | \Delta_0 \Delta_1 \Delta_0 | A \rangle &= \langle B | \Delta_0 | B \rangle \langle B | \Delta_1 | A \rangle \langle A | \Delta_0 | A \rangle, \\ &\dots \end{aligned} \quad (2.20)$$

$\langle B | \Delta_1 | A \rangle, \langle A | \Delta_0 | A \rangle, \dots$  这些矩阵元一般地有几项,包括自旋依赖项,若  $\Delta_0, \Delta_1$  不含自旋,或者说不考虑自旋作用,便得如下的标量形式

令

$$\mathcal{Q}_A(b) = \langle A | \Delta_0 | A \rangle, \quad \mathcal{Q}_B(b) = \langle B | \Delta_0 | B \rangle, \quad \mathcal{Q}_1(b) = \langle B | \Delta_1 | A \rangle. \quad (2.21)$$

定义

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Q}_{AB}(b) = \frac{1}{2} (Q_A(b) + Q_B(b)), \\ \bar{Q}_{AB}^2(b) = \frac{1}{3} (Q_A^2(b) + Q_A(b)Q_B(b) + Q_B^2(b)), \\ \dots\dots\dots \\ \bar{Q}_{AB}^n(b) = \frac{1}{n+1} (Q_A^n(b) + Q_A^{n-1}(b)Q_B(b) + \dots + Q_B^n(b)), \end{array} \right. \quad (2.22)$$

则得

$$\mathcal{U}_1(b) = Q_1(b) \left( 1 - \bar{Q}_{AB}(b) + \frac{1}{2!} \bar{Q}_{AB}^2(b) + \dots - \frac{(-1)^n}{n!} \bar{Q}_{AB}^n(b) + \dots \right), \quad (2.23)$$

$$\mathcal{U}_1(\kappa^2) = Q_1(\kappa^2) - Q_1(\kappa^2) \otimes \bar{Q}_{AB}(\kappa^2) + \dots \quad (2.24)$$

一次非弹性碰撞的微分截面为

$$\left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{ab \rightarrow cd} = \pi |Q_1(\kappa^2) - Q_1(\kappa^2) \otimes \bar{Q}_{AB}(\kappa^2) + \dots|^2. \quad (2.25)$$

若设

$$Q_A(b) = Q_B(b) = Q_0(b),$$

且利用(1)节中弹性散射振幅  $\mathcal{U}_0(\kappa^2)$  与  $Q_0(\kappa)$  的如下关系

$$Q_0(\kappa^2) = \mathcal{U}_0(\kappa^2) + \frac{1}{2} \mathcal{U}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{U}_0(\kappa^2) + \frac{1}{3} \mathcal{U}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{U}_0(\kappa^2) \otimes \mathcal{U}_0(\kappa^2) + \dots, \quad (2.26)$$

则(2.25)的微分截面可化为

$$\left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{ab \rightarrow cd} = \pi |Q_1(\kappa^2) - Q_1(\kappa^2) \otimes \mathcal{U}_0(\kappa^2)|^2. \quad (2.27)$$

在非弹性碰撞中,方程式(2.24)也和弹性散射的(2.8)式相似,每项的正负号交叉互换地出现.因此振幅的相干也会在微分截面上出现峰、谷的衍射花纹.作者之一<sup>[5]</sup>曾利用(2.27)式对非弹性的  $ab \rightarrow cd$  过程作系统的分析.得出没有参数的振幅零点(谷的位置).与实验比较,是能符合实验的谷的位置的.

**4. 双交换碰撞过程** 双交换碰撞过程是指  $ab$  二个强子相碰,必须经过二次地交换电荷或奇异数才能到达末态  $cd$  的过程.例如  $\bar{p}p \rightarrow \Sigma^-\Sigma^-$ ,  $\bar{p}p$  要经过  $\bar{n}n$ , 才能到达  $\Sigma^-\Sigma^-$ . 用  $ab \rightarrow ef \rightarrow cd$  表示通过  $ef$  态到达末态的过程.从量子力学的概念,按几何模型,双交换碰撞振幅可表为

$$\mathcal{U}_{12}(b) = \iint dz_1 dz_2 e^{2i\delta_0'(-\infty, z_1)} P_1(b, z_1) e^{2i\delta_0'(z_1, z_2)} P_2(b, z_2) e^{2i\delta_0''(z_2, +\infty)}. \quad (2.28)$$

上式描写从  $-\infty$  处一高能强子  $a$  入射,先受靶粒子  $b$  弹性散射,散射  $S$  矩阵因子为  $e^{2i\delta_0'(-\infty, z_1)}$ . 在  $Z_1$  处,  $a, b$  强子发生第一次交换碰撞,变为  $e, f$  强子,碰撞几率振幅为  $P_1(b, z_1)$ ; 在  $Z_1, Z_2$  区间  $e$  强子又作弹性散射,  $S$  矩阵因子为  $e^{2i\delta_0'(z_1, z_2)}$ , 在  $Z_2$  处发生第二次交换碰撞变为  $c, d$  强子,碰撞几率振幅为  $P_2(b, z_2)$ , 以后  $c$  强子作弹性散射离开, 它的  $S$  矩阵因子为  $e^{2i\delta_0''(z_2, +\infty)}$ . 它的示意图形如图 2,  $b$  为二强子的碰撞距离.

若取

$$\delta_0 = \delta_0' = \delta_0''$$

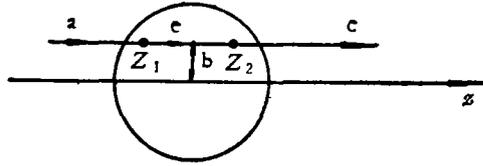


图 2

和

$$\delta_0 = \frac{iQ_0(b)}{6} \tag{2.29}$$

且令交换碰撞的几率振幅为

$$Q_i(b) = \int_{-\infty}^{\infty} dz_i P_i(b, z_i), \quad (i = 1, 2) \tag{2.30}$$

$$Q_{12}(b) = Q_1(b)Q_2(b), \tag{2.31}$$

由于(2.28)中积分限为  $z_2 \geq z_1$ , 则得

$$\mathfrak{U}_{12}(b) = \frac{1}{2} Q_{12}(b)e^{-Q_0(b)}, \tag{2.32}$$

$$\mathfrak{U}_{12}(\kappa^2) = \frac{1}{2} [\mathfrak{U}_{12}(b)] = \frac{1}{2} Q_{12}(\kappa^2) - \frac{1}{2} Q_{12}(\kappa^2) \otimes Q_0(\kappa^2) + \dots, \tag{2.32a}$$

其中

$$Q_{12}(\kappa^2) = Q_1(\kappa^2) \otimes Q_2(\kappa^2). \tag{2.33}$$

双交换碰撞过程的微分截面为

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{ab \rightarrow cd} = \frac{\pi}{4} |Q_{12}(\kappa^2) - Q_{12}(\kappa^2) \otimes Q_0(\kappa^2) + \dots|^2. \tag{2.34}$$

进一步讨论算子理论下的双交换碰撞振幅. 取  $|A\rangle, |C\rangle, |B\rangle$  标记  $|ab\rangle, |cf\rangle, |cd\rangle$  态. 则

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}_{12}(b) &= \langle B|(1 - S)|A\rangle = \langle B|(-S^{(2)})|A\rangle \\ &= -\frac{1}{2!} \langle B|\Delta_1^2|A\rangle + \frac{1}{3!} \langle B|(\Delta_1^2\Delta_0 + \Delta_1\Delta_0\Delta_1 + \Delta_0\Delta_1^2)|A\rangle \\ &\quad - \frac{1}{4!} \langle B|(\Delta_1^2\Delta_0^2 + \Delta_0\Delta_1^2\Delta_0 + \Delta_0\Delta_1\Delta_0\Delta_1 + \Delta_1\Delta_0\Delta_1\Delta_0 \\ &\quad + \Delta_1\Delta_0^2\Delta_1 + \Delta_0^2\Delta_1^2)|A\rangle + \dots. \end{aligned} \tag{2.35}$$

其中展式中矩阵元插进中间态可写为

$$\begin{aligned} \langle B|\Delta_1^2|A\rangle &= \langle B|\Delta_1|C\rangle\langle C|\Delta_1|A\rangle, \\ \langle B|\Delta_1\Delta_0\Delta_1|A\rangle &= \langle B|\Delta_1|C\rangle\langle C|\Delta_0|C\rangle\langle C|\Delta_1|A\rangle, \\ \langle B|\Delta_0\Delta_1^2\Delta_0|A\rangle &= \langle B|\Delta_0|B\rangle\langle B|\Delta_1|C\rangle\langle C|\Delta_1|A\rangle\langle A|\Delta_0|A\rangle, \end{aligned}$$

其他矩阵元类推. 各个矩阵元一般都有几项, 包含自旋依赖项, 若不包含或忽略去自旋, 则可以导致如下的标量形式的结果:

令

$$\begin{aligned} \langle C|\Delta_1|A\rangle &= Q_1(b), \quad \langle B|\Delta_1|C\rangle = Q_2(b), \\ \langle A|\Delta_0|A\rangle &= \langle B|\Delta_0|B\rangle = \langle C|\Delta_0|C\rangle = Q_0(b), \\ Q_{12}(b) &= Q_1(b)Q_2(b), \end{aligned} \tag{2.36}$$

则

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{12}(b) = & -\frac{1}{2} \mathcal{Q}_{12}(b) + \frac{3}{3!} \mathcal{Q}_{12}(b) \mathcal{Q}_0(b) - \frac{6}{4!} \mathcal{Q}_{12}(b) \mathcal{Q}_0^2(b) \\ & + \frac{15}{6} \mathcal{Q}_{12}(b) \mathcal{Q}_0^3(b) + \dots = -\frac{1}{2} \mathcal{Q}_{12}(b) e^{-\mathcal{Q}_0(b)}, \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\mathcal{U}_{12}(\kappa^2) = [\mathcal{U}_{12}(b)] = -\frac{1}{2} (\mathcal{Q}_{12}(\kappa^2) - \mathcal{Q}_{12}(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_0(\kappa^2) + \dots), \quad (2.38)$$

其中

$$\mathcal{Q}_{12}(\kappa^2) = \mathcal{Q}_1(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_2(\kappa^2).$$

若再用(2.26)式  $\mathcal{Q}_0(\kappa^2)$  与  $\mathcal{U}_0(\kappa^2)$  的关系, 将得

$$\mathcal{U}_{12}(\kappa^2) = -\frac{1}{2} (\mathcal{Q}_1(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_2(\kappa^2) - \mathcal{Q}_1(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_2(\kappa^2) \otimes \mathcal{U}_0(\kappa^2)).$$

双交换碰撞过程的微分截面

$$\left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{ab \rightarrow cd} = \frac{\pi}{4} |\mathcal{Q}_1(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_2(\kappa^2) - \mathcal{Q}_1(\kappa^2) \otimes \mathcal{Q}_2(\kappa^2) \otimes \mathcal{U}_0(\kappa^2)|^2 \quad (2.39)$$

比较(2.32)、(2.37)和(2.34)、(2.39). 看到当算子理论中只考虑到不依赖于算符的项时, 恢复到标量形式的结果.

从(2.24)式, 我们还可以得到  $\mathcal{Q}_i(\kappa^2)$  与  $\mathcal{U}_i(\kappa^2)$  ( $i = 1, 2$ ) 的关系, 这样可以通过一次非弹性碰撞的结果来确定双交换碰撞过程的微分截面

$$\left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{ab \rightarrow cd} = \frac{\pi}{4} |\mathcal{U}_1(\kappa^2) \otimes \mathcal{U}_2(\kappa^2) - \dots|^2. \quad (2.40)$$

在下一节, 将通过单交换碰撞的振幅  $\mathcal{U}_i(\kappa^2)$  用(2.40)式估算二个实例, 并与实验结果比较.

原则上, 我们可以通过  $S^{(n)}$  考虑更高次的交换碰撞过程.

### 三、双交换碰撞的算例及实验比较

目前, 一次, 二次交换碰撞的实验事例不多, 且微分截面只给出粗糙的衍射峰及斜率. 即一次交换碰撞实验大致用下面形式描述:

$$\left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{ab \rightarrow cd} = A e^{Bt}. \quad (3.1)$$

与(2.25)式比较, 得到一次碰撞的振幅  $\mathcal{U}_1$  为

$$\mathcal{U}_1(\kappa^2) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dt}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{A} e^{\frac{Bt}{2}}, \quad (3.2)$$

这样得

$$\mathcal{U}_1(\kappa^2) \otimes \mathcal{U}_2(\kappa^2) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{A_1 A_2}}{(B_1 + B_2)} e^{\frac{B_1 B_2}{2(B_1 + B_2)} t}. \quad (3.3)$$

由(2.40)式, 在一级近似下, 双交换碰撞过程的微分截面为

$$\left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{ab \rightarrow cd} = \frac{\pi}{4} \frac{A_1 A_2}{(B_1 + B_2)^2} e^{\frac{B_1 B_2}{(B_1 + B_2)} t}. \quad (3.4)$$

这里  $A_1, A_2; B_1, B_2$  为相对应的一次碰撞的振幅强度及斜率。(3.4)式与 N. W. Dean<sup>[7]</sup>的公式很相似,他导出的式子是假设强子的形状因子可以忽略,即取 1. 而从几何模型的观点,我们认为强子散射的特征主要来自强子的各类形状因子. 此外还有 1/4 因子的差别. 下面,用(3.2)及(3.4)式,给出二个算例:

### 1. 双重子奇异交换散射

$$\bar{p}p \rightarrow \bar{\Sigma}^-\Sigma^-$$

这是一个二次电荷及奇异数交换的双交换碰撞过程. 中间态主要是  $\bar{n}n$ , 还有  $\bar{\Lambda}\Lambda, \Sigma^0\Sigma^0$  等. 目前的实验只能讨论入射动量  $\approx 3\text{GeV}/c$  的事例<sup>[8]</sup>. 它的总反应截面为  $10 \pm 4\mu\text{b}$ . 实验上的原因只能计算  $\bar{n}n$  中间态的贡献,即

$$\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n \rightarrow \bar{\Sigma}^-\Sigma^-$$

从实验<sup>[9,10]</sup>,我们得到了  $\text{GeV}/c$  如下一次交换碰撞的微分截面

$$\frac{d\sigma}{dt}(\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n) = 10000e^{4.5t} \mu\text{b}/(\text{GeV}/c)^2, \quad (3.5)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(\bar{p}p \rightarrow \bar{\Sigma}^+\Sigma^+) = 360e^{7.9t} \mu\text{b}/(\text{GeV}/c)^2. \quad (3.6)$$

从层子模型的观点有

$$\frac{d\sigma}{dt}(\bar{p}p \rightarrow \bar{\Sigma}^+\Sigma^+) = \frac{d\sigma}{dt}(\bar{n}n \rightarrow \bar{\Sigma}^-\Sigma^-). \quad (3.7)$$

把(3.5)–(3.7)的结果代入(3.4)得

$$\frac{d\sigma}{dt}(\bar{p}p \rightarrow \bar{\Sigma}^-\Sigma^-) = 4.64e^{2.8t} \mu\text{b}/(\text{GeV}/c)^2. \quad (3.8)$$

图 3 给出了(3.8)的结果及与实验比较. 与实验的趋势符合. N. W. Dean<sup>[7]</sup>的结果是

$$\frac{d\sigma}{dt}(\bar{p}p \rightarrow \bar{\Sigma}^-\Sigma^-) = 12.2e^{3.2t} \mu\text{b}/(\text{GeV}/c)^2. \quad (3.8a)$$

他的曲线也画在图 3 中. 图中的实验的微分截面标度是取一个事例等于  $(0.2 \pm 0.07)\mu\text{b}/(\text{GeV}/c)^2$  的结果. 这个结果极不准确且偏小. 其他的中间过程,对(3.8)式的截面值会有所贡献,使微分截面略增大. 公式(3.8)及(3.8a)的强度差约 2.5 倍,这是我们的理论公式比 Dean<sup>[7]</sup>所得的多 1/4 因子. 希望实验能增加它们的精度来检查这一理论结果.

### 2. 介子-重子奇异交换碰撞

$$K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-,$$

它也是二次电荷及奇异数交换的双交换碰撞过程. 中间态主要是  $\bar{K}^0n$ , 其它有  $\pi^0\Lambda, \pi^0\Sigma^0$  等. 由于实验上的原因,只讨论  $\bar{K}^0n$  中间态的结果即

$$K^-p \rightarrow \bar{K}^0n \rightarrow \pi^+\Sigma^-.$$

入射动量为  $2.24\text{GeV}/c$  的情况,从实验<sup>[11,12]</sup>得:

$$\frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n) = 1900e^{1.8t} \mu\text{b}/(\text{GeV}/c)^2, \quad (3.9)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \pi^-\Sigma^+) = 300e^{1.5t} \mu\text{b}/(\text{GeV}/c)^2. \quad (3.10)$$

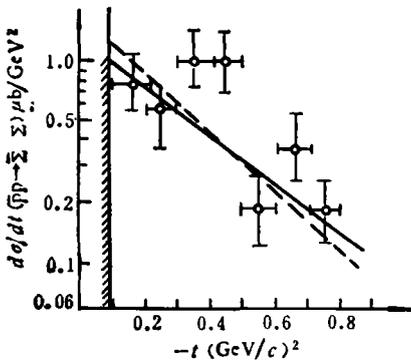


图 3  $\bar{p}p \rightarrow \bar{\Sigma}^-\Sigma^-$  微分截面

$P_{Lab} \approx 3\text{GeV}/c$ . 实线为本文(3.8)式结果. 虚线为 N. W. Dean<sup>[7]</sup>结果 (3.8a). 强度都为相对值

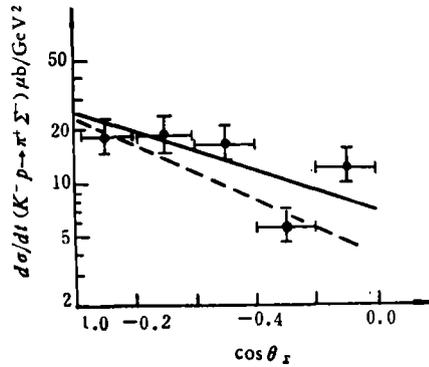


图 4  $K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-$  微分截面

$P_{Lab} = 2.24\text{GeV}/c$ . 实线为本文(3.12)式结果. (乘 2.5 因子). 虚线为 N. W. Dean<sup>[7]</sup>的结果

从层子模型的观点有

$$\frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-) = \frac{d\sigma}{dt}(\bar{K}^0n \rightarrow \pi^+\Sigma^-). \quad (3.11)$$

把(3.9)–(3.11)的结果代入(3.4)得:

$$\frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-) = 10e^{0.8t} \mu b / (\text{GeV}/c)^2. \quad (3.12)$$

如果再计及  $\pi^0\Lambda$ ,  $\pi^0\Sigma$  等中间态的贡献,截面的强度还要增大,因此能够很好的符合实验趋势,见图4. 早先 N. W. Dean<sup>[7]</sup>的结果为.

$$\frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-) = 23e^{0.75t} \mu b / (\text{GeV}/c)^2 \quad (3.12a)$$

他的结果也画在图 4 中. 这些实验都很粗糙,我们都期望有新的实验来验证这一理论结果.

从上面二个例子,我们认为,在几何模型下研究双交换碰撞能取得正确的结果.

#### 四、结 语

在上面,我们在算子形式下一般地讨论了  $ab \rightarrow cd$  过程的强子散射. 在几何模型的唯一象理论中,已经有不少理论计算与实验取得了很好的符合. 特别是弹性散射的情况,在一个很宽广的能区和在  $0 < t < 10 (\text{GeV}/c)^2$  区域内能够与实验的微分截面相吻合. 在绕射分解、非弹性散射等其他碰撞过程,同样地也初步能解释实验的一些特征. 我们把几何模型下标量形式的  $S$  矩阵推广为算子形式的  $S$  矩阵;引入了算子  $\Delta_0$  及  $\Delta_1$ . 从它作用于强子态上的结果去一般地讨论强子的散射问题. 我们这里并未有赋予算子  $\Delta_0$ ,  $\Delta_1$  明显的形式. 它的具体形式是与强子的结构理论密切相关的. 例如从矢量流-矢量流相互作用<sup>[3]</sup> 导得算子  $\Delta_0$ ,  $\Delta_1$  便是算子理论的初步尝试. 当前 QCD 是很时兴的理论; QCD 理论若正确,可以期望从它得到  $\Delta_0$ ,  $\Delta_1$  的明显形式. 并从而由它算出的结果去与实验进一步比较.

我们上面的讨论只局限于二个强子的散射过程, 我们相信, 在研究高能量的核-核散射问题时也是可以把这一理论拓展开去探讨核-核碰撞现象.

### 参 考 文 献

- [ 1 ] T. T. Chou and C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **170**(1968), 1591.
- [ 2 ] D. J. Clarke and S. Y. Lo, *Phys. Lett.*, **87B**(1979), 379.
- [ 3 ] S. Y. Lo, *Nucl. Phys.*, **B9**(1969), 10; **B19**(1970), 286
- [ 4 ] D. J. Clarke and S. Y. Lo, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 1519.
- [ 5 ] S. Y. Lo, *Le Nuovo Cimento*, **2**(1969), 129.
- [ 6 ] T. T. Chou and C. N. Yang, 1980年, 广州粒子物理会议报告.
- [ 7 ] N. W. Dean, *Nucl. Phys.*, **B7**(1968), 311.
- [ 8 ] B. Musgrave et al., *Nuovo Cimento*, **35**(1965), 735.
- [ 9 ] O. Czyzewski et al., *Phys. Lett.*, **20**(1966), 554.
- [10] H. W. Atherton et al., *Nucl. Phys.*, **B69**(1974), 1.
- [11] A. De Bellefon et al., *Nuovo Cimento*, **A42**(1977), 403.
- [12] I. Ambats et al., *Nucl. Phys.*, **B77**(1974), 269.

## OPERATOR THEORY OF HADRON SCATTERING IN GEOMETRICAL MODEL

SHUI-YIN LO

(School of Physics, University of Melbourne, Australia)

LI YANG-GUO LIU XIAN-HUI

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

In geometrical picture we formulate an operator theory for two body hadron scattering  $ab \rightarrow cd$ . Using a unified  $S$ -matrix we are able to derive formula for elastic scattering, diffractive scattering, inelastic collision and double exchange collision in similar fashion. It can reproduce most of the scalar results when spin effects are neglected. In double charge exchange collision, fits with experimental data are satisfactory.