

新粒子的质量谱

胡 宁

(北京大学理论物理研究所)
(中国科学院理论物理研究所)

摘 要

如果把 $\phi(4030)$ 看作是 D^* 和 \bar{D}^* 的亚稳结合态而不看作是 J/ψ 的激发态, 那么 J/ψ 的激发态能谱可以用本征值为质量平方的简谐振子波动方程来描绘, 情形和通常介子一样. 唯一差别是能级平方的间隔为通常强子的两倍. 同样结论也适用于 Y 粒子但相应的能级平方间隔为通常强子的 5.6 倍. 本文还计算了张量力所导致的 S 波和 D 波的混合从而给出 D 波为主的激发态 $\phi(3770)$ 的能级.

一、引 言

实验指出通常强子的角动量激发态在纵坐标为总角动量 J , 横坐标为质量平方 m^2 的图示中位于坡度 $J/m^2 \approx 1 \text{ GeV}^{-2}$ 的直线上^[1]. 各种不同强子及其激发态所在的直线非常接近于平行, 对于重子平行尤为显著. 当基态强子是自旋为零的赝标介子时 $J=1$, 这些直线正是 Regge 轨迹. 这表明强子应看作是有内部结构的复合粒子. 现已确定强子是由自旋为 $\frac{1}{2}$ 的层子-反层子组成的各种束缚态. 为了解释自由层子迄今尚未被观察到, 人们必须作以下两假定中的一个: 一个假定是自由层子具有极大的质量, 因而在现有的实验条件下不可能被观察到, 但在极强的作用下可以结合成质量很小的强子. 另一个假定是存在着一种禁闭的机制使得层子不能逃出束缚态的范围. 在口袋模型里这个禁闭机制的效果用下面边界条件表示: 在禁闭范围的外边由于长程作用, 层子的有效质量变得非常大, 使得层子不可能有充足的能量在禁闭区域以外出现, 这也可以理解为自由层子本来具有极大的静止质量, 但在强子内部由于存在有很强的相互作用, 使得层子的有效质量大大的减小. 这表明上面两个假定实际上是等价的.

我们还将进一步要求所引入的相互作用可以用瞬时位势来代表, 也就是说位势不具有任何推迟效应. 在量子场论里, 这种瞬时超距作用位势可由两个方式得出. 一种是作为消去中间态的产物, 以介子为例: 人们通常把介子看作是一对层子-反层子的结合态. 由于层子间的作用是通过胶子场传递的, 层子可以在束缚态中放出胶子, 而胶子又可转化为新的层子对, 因此描写介子的态矢量除原有的一对层子-反层子态外, 还包括不定数目

的胶子和层子对的态，后面这些态一般称为中间态或虚态。如果人们从态矢量方程中消去这些中间态，即得出一对层子-反层子所满足的方程。中间态的效应将由这对层子-反层子间的一个超距位势来代替。很显然这个位势必须是瞬时的位势，因为作为两个粒子（即一对层子-反层子）的态它们的动量在质心系中，必须永远相等相反，而只有瞬时位势才能保证这一点。

得出瞬时位势的另一方式是当层子间的胶子场可以用经典场表出的情况，像氢原子问题中的库仑位势那样。我们发现，能够满意的给出强子激发态能级的瞬时位势恰好也是一个非线性场的经典解^[1]。这个位势在束缚态所在的范围内，由下式给出

$$V = -V_0 + a_1 r^2. \tag{1}$$

V_0 是一个很大的常数，量级为 M ， $a_1 r^2$ 代表一个简谐振子的位势。我们利用一对层子-反层子的 Bethe-Salpeter 方程得出通常 0^- 和 1^- 介子态的解^[1]。能级由下式给出

$$m^2 = A + \omega^2(l + 2n), \quad \omega^2 \approx 1 \text{ GeV}^2. \tag{2}$$

注意在 (2) 式左边出现的不是介子的激发态的质量 m 而是 m^2 。这给出斜率为 ω^2 的 Regge 直线。对于不同基态介子 A 可取不同的值。(2) 式满意的解释了赝标量介子的角动量激发态的能级。对于矢量介子，基态的原始自旋 $S=1$ 将和激发态的轨道角动量耦合合成 $J = l - 1, l, l + 1$ 三个态。这些不同的 J 态的能级分裂可以由一个张量力的作用满意的给出。结果表明，张量力对 $J = l + 1$ 态能级改变最小，因而 $J = l + 1$ 态基本上仍位于 l 态所在的 Regge 直线上。计算给出 $J = l - 1, J = l$ 态的能级也与实验结果相符。

通常极少发现介子有 $n \geq 1$ 的激发态。这是因为能量高而角动量为零或很小的激发态极不稳定，很容易衰变成较轻的强子，这和原子核里 isomerism 很相似。另一方面，对于新粒子，由于最轻的新粒子的质量已达 2 GeV 左右，能级在 4.6 GeV 以下 $l = 0, n \neq 0$ 的径向激发态仍将是稳定的。实验已发现很多这种 n 激发态，但看来能级却不满足 (2) 式。

近来人们利用非相对论的薛定谔方程，引入一个以线性势为主的比较复杂的位势，较为成功的得出新粒子的质量谱，但是同样的方程和位势不能满意地处理通常的强子。我们认为应该有一个能够同时处理通常强子和新粒子的统一理论。

实验指出 $\phi(4030)$ 主要衰变产物是 $D^* \bar{D}^*$ ，而不是相空间大得多的 $D \bar{D}$ 。为着解释这个现象，D. Rujula, Georgi 和 Glashow^[2] 假定 $\phi(4030)$ 只是 D^* 和 \bar{D}^* 结合成的亚稳态分子而不是 J/ψ 的激发态。排除了 $\phi(4030)$ 而把 $\phi(3685)$ 和 $\phi(4160)$ 看作是 J/ψ 的 $n = 1$ 和 $n = 2$ 激发态，它们的质量平方仍旧满足 (2) 式。图 1 给出这两个激发态和基态 J/ψ 的 $J - m^2$ 图示。我

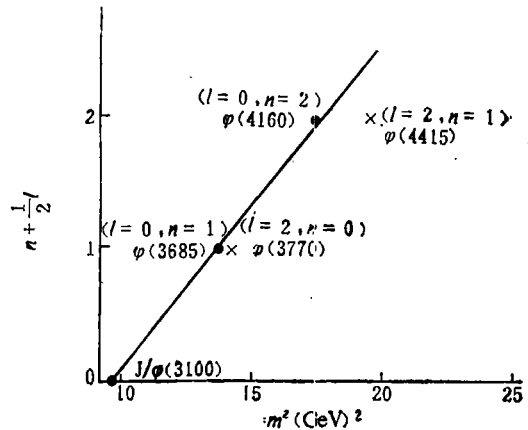


图 1

们看到这三个态可以用一根直线相连。

一般认为 $\chi(3415)$, $\chi(3510)$ 和 $\chi(3550)$ 是在自旋轨道力作用下分裂出的 J 值分别为 0、1、2 的三个 $l=1$ 的 J/ψ 的激发态。自旋轨道力可以属于下面两种类型之一。

$$V_{LS} = -g_2 \mathbf{S} \cdot \mathbf{L},$$

$$V_T = -g_1 \left[\frac{3}{2} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r}) \frac{1}{r^2} - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \right]$$

式中 $\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2$, $\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2$ 分别代表束缚态中层子和反层子的自旋算符。 \mathbf{L} 为轨道角动量算符。 g_1 和 g_2 可以是 r 的函数。 V_{LS} 正确的给出三个 χ 态的能级次序, 但给出 $J=2$, $J=1$ 态的能级平方间隔与 $J=1, J=0$ 态的能级平方间隔之比应为 2:1, 这是与实验不符的。 V_T 不能给出正确的能级次序。 按照 V_T , $J=1$ 态的质量应大于 $J=2$ 态的质量。 但是, 这两个态的 J 值并没有严格测定。 如果允许 $\chi(3510)$ 和 $\chi(3550)$ 的 J 值交换分别改为 2 和 1, 则 V_T 给出的能级次序将是正确的, 并且算出的能级平方间隔也是大致正确的。

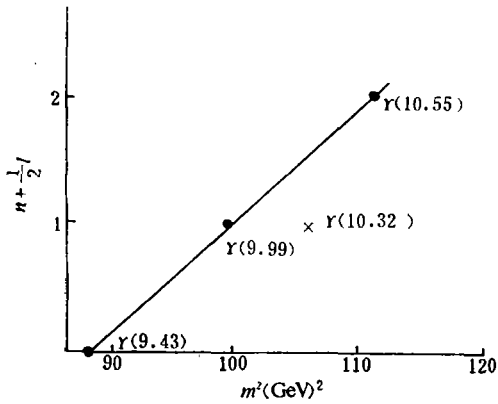


图 2

张量力 V_T 不仅造成三个 P 态 χ 的能级分裂, 也将造成简谐振子的 $l=0$, $n+1$ 和 $l=2, n$ 态的能级分裂, $\phi(3770)$ 已被认为是由 $n=1, l=0$ 和 $n=0, l=2$ 两个态相互混合分裂出以 D 波为主的态。我们将进一步考虑 $\phi(4415)$ 也是由 $n=2, l=0$ 和 $n=1, l=2$ 两个态混合分裂出以 D 波为主的态。 $\phi(4160)$ 是相应的 S 波为主的态。

我们过去已经通过引入张量力 V_T 满意地解释了通常矢量介子的质量谱。

由于矢量介子的径向激发态极不稳定, V_T 对 $l=0$ 激发态的影响无法观察到。现在新粒子有稳定的 $l=0$ 的激发态。我们就可以通过引入 V_T 来试图解释新粒子的全部激发态的质量谱。显然这些计算是在 $J=1$ 的 P 波 χ 态应在 $J=2$ 的 P 波 χ 态之上这个前提下进行的。前面提到的交换 $\chi(3550)$ 和 $\chi(3510)$ 的 J 值是满足这个前提的一种方式。另一种方式是 $\chi(3510)$ 是 $\eta_c(2978)$ 的 $n=1$ 激发态, 而 $J=2$ 的 χ 态因接近于 $\phi(3685)$ 的质量, 没有被观察到。实验已确定 $\chi(3510)$ 是 $0^+(A)^+$ 粒子, 这并不排除 $J^P=0^-$ 。

图 2 给出 Y 粒子的 $J-m^2$ 图示。在图中 $Y(9.43)$, $Y(9.99)$ 和 $Y(10.55)$ 分别被看作是 $n=0, 1, 2$ 三个径向激发态, 而 $Y(10.32)$ 被看作是以 D 波为主的 S 波和 D 波的混合态。我们看到前面三个 Y 态位于一根直线上。这表明 Y 粒子的内部运动也和新粒子和通常强子一样是简谐运动。但 Y 粒子激发态能级平方间隔为通常强子的 5.6 倍。前面已经提到新粒子 ($c\bar{c}$) 的激发态能级平方间隔为通常强子的两倍。

在下一节我们将给出未引入张量作用的新粒子 ($c\bar{c}$) 的波动方程和解。在第三节将计算张量作用力对能级的改变, 但所用计算并不是微扰方法。它实质上是在以简谐振子波函数为基底的表象中写出薛定谔方程, 然后以适当的方法求解。

二、介子态的波动方程

一个层子和一个反层子所组成的介子态可用下面 Bethe-Salpeter 方程的解给出

$$\begin{aligned} & \left(i\gamma p + \frac{1}{2} i\gamma P + M \right) \chi(p, P) \left(i\gamma p - \frac{1}{2} i\gamma P + M \right) \\ & = \frac{1}{2\pi i} \sum_s \int \Gamma_s U_s(p, p', P) \chi(p', P) \Gamma_s d^4 p', \end{aligned} \quad (3)$$

式中

$$p = \frac{1}{2} (p_1 + p_2), \quad P = p_1 - p_2, \quad \gamma p = \gamma_\mu p_\mu,$$

p_1 和 $-p_2$ 代表层子和反层子的 4 动量. Γ_s 代表不同类型位势 $U_s(p, p')$ 和层子或反层子的作用顶点. 假定在质心坐标 ($P_0 = m, \mathbf{P} = 0$) 中 U_s 与 p_0 无关, 在坐标表象中 U_s 将与相对时间无关, 它正是我们上节所讨论的瞬时作用. 引入

$$\chi = \frac{1}{H_p - \frac{1}{2} m - p_0} \varphi - \varphi \frac{1}{H_{-p} + \frac{1}{2} m - p_0}, \quad (4)$$

其中

$$H_p = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \gamma_4 M, \quad H_{-p} = -\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p} + \gamma_4 M. \quad (5)$$

将 (4) 代入 (3) 并对 p'_0 积分, 我们得

$$\begin{aligned} & H_p \varphi(\mathbf{p}) - \varphi(\mathbf{p}) H_{-p} - m \varphi(\mathbf{p}) = \sum_s \int d^3 p' U_s(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \\ & \cdot \frac{1}{2E_{p'}} \gamma_4 \Gamma_s [H_{p'} \varphi(\mathbf{p}') - \varphi(\mathbf{p}') H_{-p'}] \Gamma_s \gamma_4. \end{aligned} \quad (6)$$

上式除右边相互作用项较为复杂外, 和通常描写一对粒子反粒子的 Dirac 相对论波动方程是相同的. 这个差别是由于 Bethe-Salpeter 方程考虑了层子对产生和湮灭过程而通常的 Dirac 二体波动方程没有考虑这种过程.

我们进一步要求层子间的瞬时作用在坐标表象中可以用一个位势 $V(r)$ 来表示. 这个位势实际上也是一个非线性场方程最低能量的孤粒子解^[1]:

$$\begin{aligned} & \Gamma_s = \lambda_s \gamma_s, \\ & V_s = V(r) = V_0 \left(1 - \frac{a}{M^2} r^2 \right). \quad (s = 1, 2, \dots, 8) \end{aligned} \quad (7)$$

$\lambda_s (s = 1, 2, \dots, 8)$ 为 SU_3 矩阵, V_0 是量级为 M 的常数, 它的作用是降低层子的有效质量. 如果把 V 看作是消去中间态得出的 Hartree-Fock 型位势, 那么 V_0 只在 $r < R$ 的区域内不为零. 在区域外边层子的质量仍为很大的值 M_0 . 在总能量远小于 M_0 的束缚态中的层子将不可能逃出来, 这时 V_0 将起着口袋模型中的坚壁的作用. 如果把 V 看作非线性场的静止解, 在束缚中有效质量本来很小的层子在相互距离很远时仍将保持其很小的有效质量, 但层子间的弹性力 $V_0 \frac{a}{M^2} r^2$ 将随着 r 增大而增大, 当弹性位能大到很容易产生

层子对时,这个束缚态将分裂成两个强子.

当束缚态的自旋和轨道角动量没有耦合作用时,矢量介子的波函数可写为

$$\varphi = \gamma_4(\sigma e) \begin{pmatrix} \sigma p f_1 & f_1 \\ f_2 & \sigma p f_1 \end{pmatrix} - \gamma_4(e p) \begin{pmatrix} f_1 - h_1 & 0 \\ 0 & f_1 + h_1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

将(7)和(8)代入(6),并取

$$2M' = V_0 - 2M = 0(1/M), \quad (9)$$

引入

$$f_{\pm} = f_1 \pm f_2, \quad (10)$$

略去量级为 $1/M$ 的高级小量,我们最后得到^[1]

$$A f_{-} + 4p^2 f_{-} + 4ar^2 f_{-} - m^2 f_{-} = 0, \quad (11)$$

$$f_{+} \sim 0(M^{-1}), \quad f_1 \sim 0(M^{-1}), \quad h_1 \sim 0(M^{-1}). \quad (12)$$

$$A = 8MM'$$

(11)是本征值为 m^2 的简谐振子的波动方程¹⁾. 它的解和能级 m_{nl} 分别为

$$f_{-} = Y_l^m(\theta, \phi) R_{nl}(\tau), \quad (13)$$

$$m_{nl}^2 = 8MM' + 8\sqrt{a} \left(\frac{3}{2} + 2n + l \right), \quad (14)$$

(14)正是引言中提到的(2)式.

(14)满意的给出通常强子的质量谱. 对于通常矢量介子,图1中由虚线连接的态 $l=1, J=0, 1, 2$ 具有不同的能级,这说明自旋和轨道之间有耦合. 我们曾经假定这种耦合可用下面唯象的张量力来表示

$$V_T = -g \left[\frac{3}{2} (\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot r) \frac{1}{r^2} - \frac{1}{2} (\sigma_1 \cdot \sigma_2) \right]. \quad (15)$$

σ_1 和 σ_2 代表矢量介子内层子和反层子的自旋, r 代表它们的相对距离, $-g$ 是 r 的函数,代表作用的位势. 这个张量力的效果使得 $J=1$ 态的 m^2 值增高, $J=0$ 的 m^2 值减少,但保持 $J=l+1=2$ 态的 m^2 值几乎不变,这样 $J=l+s=2$ 的态就仍留在通过矢量介子基态的 Regge 直线上,与实验结果相符.

我们在引言中曾提到由粲层子对结合成的矢量新粒子的 n 激发态能级并不满足(14)式. 下节的计算将指出张量力(15)将引入对(14)式的修正使得 S 波和 D 波态相互作用而分裂成两个不同的能级.

三、张量力对矢量新粒子能级的修正

在引入张量力以前新粒子的波动方程也由(14)给出. 新粒子和通常强子不同处只在于 MM' 和 a 取不同的值,在(14)中代进

$$f_{-} = Y_l^m(\theta, \phi) R_{ln}(\rho), \quad \rho^2 = \sqrt{a} r^2 \quad (16)$$

给出下面径向波动方程

1) 当层子在强子内的有效质量可以略去时,利用 QCD 的线性位势和单粒子 Dirac 方程也可得出相同的方程(11).

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \rho^2 \frac{d}{d\rho} R_{ln} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} R_{ln} - \rho^2 R_{ln} + \lambda_{ln} R_{ln} = 0 \quad (17)$$

$$\lambda_{ln} = \frac{-m_{ln}^2 + 8MM'}{\phi \sqrt{a}} = 4n + 2l + 3 \quad (18)$$

在张量力(15)的作用下,总角动量为 J 的波函数可写为

$$\Psi_{JM} = R_{J-1} F_{J,J-1,M} + R_{J+1} F_{J,J+1,M}, \quad (19)$$

式中 F_{JlM} 代表由轨道角动量 l 和自旋 1 组成的旋量球函数, J, M 代表总角动量和它的子分量, R_l 代表轨道角动量为 l 的径向波函数, 下面的计算将应用关系

$$VF_{JlM} = -g \sum_{l'} t_{Jl'l} F_{Jl'M}; \quad (20)$$

V 由(15)式给出, 不为零的 $t_{Jl'l}$ 为

$$t_{J=l+1,l,l} = \frac{J-1}{2J+1}, \quad t_{J=l,l,l} = -1, \quad t_{J=l-1,l,l} = \frac{J+2}{2J+1},$$

$$t_{J=l+1,l,l+2} = t_{J=l+1,l+2,l} = \frac{3\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}. \quad (21)$$

由上式我们看到张量力 V 将使新粒子 J/ϕ 的径向激发态混进 $l=2$ 的态, $l=0$ 的波动方程(17)也相应的改变成下面两个联立的方程

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \left(\rho^2 \frac{d}{d\rho} R_0 \right) - \rho^2 R_0 + \sqrt{2} g_1 R_2 - \lambda R_0 = 0, \quad (22)$$

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \left(\rho^2 \frac{d}{d\rho} R_2 \right) - \rho^2 R_2 - \frac{6}{\rho^2} R_2 - g_1 R_2 + \sqrt{2} g_1 R_0 + \lambda R_2 = 0, \quad (23)$$

式中 $g_1 = g/2a$. 我们可以把 R_0 和 R_2 用 $g=0$ 时(22)的本征态表出为

$$R_0 = \sum_n a_n R_{0n}, \quad R_2 = \sum_n b_n R_{2n}. \quad (24)$$

代入(22)和(23), 并在(22)式两边乘以 $\rho^2 R_{0s}$, 在(23)两边乘以 $\rho^2 R_{2s}$ 对 ρ 积分, 再利用(17), 我们得出下列的代数方程

$$(\lambda - \lambda_{0s}) a_s + \sqrt{2} \sum_n b_n \langle R_{0s} | g_1 | R_{2n} \rangle = 0, \quad (25)$$

$$(\lambda - \lambda_{2s}) b_s - g_1 b_s + \sqrt{2} \langle R_{2s} | g_1 | R_{0n} \rangle = 0. \quad (s = 0, 1, 2, \dots) \quad (26)$$

(18) 给出下面关系

$$\lambda_{0,s+1} = \lambda_{2,s}, \quad (27)$$

$\sqrt{2} \langle R_{0s} | g_1 | R_{2n} \rangle$ 由下式给出

$$\sqrt{2} \langle R_{0s} | g_1 | R_{2n} \rangle = \sqrt{2} \langle R_{2n} | g_1 | R_{0s} \rangle = \sqrt{2} \int_0^\infty R_{2n} g_1 R_{0s} \rho^2 d\rho \quad (28)$$

为计算(28)右方的积分, 我们写下 R_{ln} 的具体表达式如下 $R_{00} = \sqrt{\frac{4}{\pi}} e^{-\rho^2/2}$,

$$R_{01} = \sqrt{\frac{6}{\sqrt{\pi}}} \left(1 - \frac{2}{3} \rho^2 \right) e^{-\rho^2/2}, \quad R_{02} = \sqrt{\frac{15}{2\sqrt{\pi}}} \left(1 - \frac{4}{3} \rho^2 + \frac{4}{15} \rho^4 \right) e^{-\rho^2/2},$$

$$R_{03} = \sqrt{\frac{35}{4\sqrt{\pi}}} \left(1 - 2\rho^2 + \frac{4}{5} \rho^4 - \frac{8}{105} \rho^6 \right) e^{-\rho^2/2}, \quad (29)$$

$$R_{20} = \frac{4}{\sqrt{15\sqrt{\pi}}} \rho^2 e^{-\rho^2/2}, \quad R_{21} = \sqrt{\frac{56}{15\sqrt{\pi}}} \rho^2 \left(1 - \frac{2}{7} \rho^2\right) e^{-\rho^2/2},$$

$$R_{22} = \frac{4}{5} \sqrt{\frac{3}{\sqrt{\pi}}} \rho^2 \left(1 - \frac{4}{7} \rho^2 + \frac{4}{63} \rho^4\right) e^{-\rho^2/2}. \quad (30)$$

作为初步的估算,我们假定 g_1 为常数,将上式代入(28)式并进行积分,得出的

$$\frac{\sqrt{2}}{g_1} \langle R_{2n} | g_1 | R_{0s} \rangle = \sqrt{2} \langle R_{2n} R_{0s} \rangle \quad (31)$$

为在(25)和(26)中代入

$$\lambda = \lambda_{0s} - \lambda' g, \quad (32)$$

在结果两边除以 g_1 ,再利用(18)和(27)得出

$$\left[\frac{4(1-s)}{g_1} - \lambda' \right] a_s + \sqrt{2} \sum_n b_n \langle R_{0s} R_{2n} \rangle = 0, \quad (33)$$

$$\left[-\frac{4s}{g_1} - 1 - \lambda' \right] b_s + \sqrt{2} \sum_n a_n \langle R_{2s} R_{2n} \rangle = 0. \quad (34)$$

$$(s = 0, 1, 2, \dots)$$

表 1

$2n \backslash 0s$	00	01	02	03
20	1.10	-0.89	0	0.191
21	0.59	0.72	-1.07	0
22	0	0	0.163	-0.54

如果只取 a_0, a_1 和 b_0 不为零,上式有解条件为

$$\begin{vmatrix} \frac{4}{g_1} - \lambda' & 0 & 1.10 \\ 0 & -\lambda' & -0.89 \\ 1.10 & -0.89 & -1 - \lambda' \end{vmatrix} = 0. \quad (35)$$

如果进一步取 a_2 和 b_1 也不为零,则有解条件变为

$$\begin{vmatrix} \frac{4}{g_1} - \lambda' & 0 & 1.10 & 0.59 & 0 \\ 0 & -\lambda' & -0.89 & 0.72 & 0 \\ 1.10 & -0.89 & -1 - \lambda' & 0 & 0 \\ 0.59 & 0.72 & 0 & -\frac{4}{g_1} - 1 - \lambda' & -1.07 \\ 0 & 0 & 0 & -1.07 & -\frac{4}{g_1} - \lambda' \end{vmatrix} = 0. \quad (36)$$

上两行列式的矩阵元数值系由表 1 给出。如果方程(33)和(34)进一步包括更高的激发态 $l = 0, n = 3$ 和 $l = 2, n = 2$, 亦即 a_3 和 b_2 也不为零, 上面行列式将扩大为 7 行 7 列:

$$\begin{vmatrix}
 \frac{4}{g_1} - \lambda' & 0 & 1.10 & 0.59 & 0 & 0.191 & 0 \\
 0 & -\lambda' & -0.89 & 0.72 & 0 & 0.234 & 0 \\
 1.10 & -0.89 & -1 - \lambda' & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0.59 & 0.72 & 0 & -\frac{4}{g_1} - 1 - \lambda' & -1.07 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1.07 & -\frac{4}{g_1} - \lambda' & 0.163 & 0 \\
 0.191 & 0.234 & 0 & 0 & 0.163 & -\frac{8}{g_1} - 1 - \lambda' & -0.54 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.54 & -\frac{8}{g_1} - \lambda'
 \end{vmatrix} = 0. \tag{37}$$

在写出上面这些行列式方程时,我们都已代入表 1 所给出的 $\sqrt{2} \frac{1}{g_1} \langle R_{2n} | g_1 | R_{0r} \rangle$ 的值, 即假定 g_1 是一个常数。当 g_1 不被看作常数时, 表 1 中的数值将改变, 上面行列式方程中的数值也将相应的改变。

在下面我们将主要考虑 (36) 式。命 $\lambda'_1 < \lambda'_2 < \lambda'_3 < \lambda'_4 < \lambda'_5$ 代表 (36) 式给出的解, λ'_1 和 λ'_2 应分别代表 $J/\psi(3100)$ 和 $\psi(3685)$ 两个态, 这两个态的能级平方间隔 $3.981(\text{GeV})^2$ 和 $\lambda'_2 - \lambda'_1$ 的关系为

$$3.981 = \alpha(\lambda'_2 - \lambda'_1). \tag{38}$$

由 (36) 给出的 $(\lambda'_2 - \lambda'_1)$ 值可以定出 α 。由此算出比 $\psi(3685)$ 态更高的三个态的质量平方为

$$m_i^2 = 3.685^2 + \alpha(\lambda'_i - \lambda'_2), \tag{39}$$

($i = 3, 4, 5$)

由 (36) 给出的本征值 λ' 将与 g_1 的选取有关。表 2 给出由不同 g_1 值利用上述计算得出的 m_3, m_4 和 m_5 的值和实验值的比较。

表 2

g_1	-0.2	-0.25	-0.3	-0.45	-0.5	实验值
λ_1	-20.073	-16.092	-13.445	-9.061	-8.193	
λ_2	-1.481	-1.470	-1.459	-1.425	-1.413	
λ_3	0.516	0.516	0.515	0.511	0.510	
λ_4	18.345	14.352	11.692	7.270	6.390	
λ_5	20.591	16.694	14.030	9.593	8.707	
m_3	3.76	3.76	3.77	3.82	3.84	3.77
m_4	4.16	4.23	4.24	4.26	4.26	4.16
m_5	4.21	4.30	4.33	4.39	4.42	4.41

从上表我们看到如果 g_1 随着能级的增高而稍有增大, 理论将可更好的与实验值相符. 总的说来在取 g_1 为常数这个很粗的近似下, 理论与实验的符合已经是很满意的了. 过去同样的近似也很满意的解释了通常矢量介子的 P 波 J 多重态的能级分裂.

这里强调一下, 上面的计算并不是通常的微扰计算. (25) 和 (26) 实质上是在以简谐振子本征态为基底的表象中写出的薛定谔方程. 在 (36) 中我们只考虑表象的三个基底, 如果把基底的数目减少或增加两个, 我们将分别得出 (35) 和 (37). 这种情况和场论中限制粒子数的近似很相像. 取 $g_1 = -0.25$. 由 (35) 得出 $m_3 = 3.74$. 同样 $g_1 = -0.25$ 的值由 (37) 得出 $m_3 = 3.76$, $m_4 = 4.23$, $m_5 = 4.30$, $m_6 = 4.73$, $m_7 = 4.77$. 以上结果表明扩大和减少基底的个数对能级的影响很小. 由 (37) 给出的 $m_6 = 4.73$ 和 $m_7 = 4.77$ 并未被观察到. 这是因为这些态将通过强作用很快的衰变成 $D\bar{D}$ 对和 $F\bar{F}$ 对. 这和不容易观察到通常介子的径向激发态的原因是相同的.

用上面的计算同样可以计算 Y 粒子的激发态能级. 我们取 Y 粒子的基态质量 $m_1 = 9.43$ GeV 和 $n = 1, l = 0$ 激发态质量 $m_2 = 9.99$ 作为输入, 并分别选取 $g_1 = -1.75$ 和 $g_1 = -1.25$. 应用和前面相同的计算得出下表

表 3

g_1	-1.25	-1.75
λ_1	-3.728	-3.04
λ_2	-1.252	-1.12
λ_3	0.464	0.381
λ_4	1.780	1.08
λ_5	3.936	3.04
m_3	10.36	10.41
m_4	10.64	10.60
m_5	11.07	11.11

表中 m_5 尚未被观察到. m_3 和 m_5 代表 D 波为主的态, 其量子数分别为 $n = 0, l = 2$ 和 $n = 1, l = 2$. 我们看到 $g_1 = -1.25$ 与实验相符较好.

下面我们将考虑张量力 V_T 对 P 波激发态的影响, 命 m_{ln} 为在引入张量力 V_T 以前角动量为 l , 径向激发为 n 态的质量. 前面给出的 α 是联系 λ' 改变和 m^2 改变的量

$$\Delta m^2 = \alpha \Delta \lambda'.$$

我们有

$$m_{00}^2 = 3.097^2 - \alpha \left(\frac{4}{g_1} - \lambda'_1 \right), \quad m_{01}^2 = 3.685^2 - \alpha(-\lambda'_2),$$

$$m_{10}^2 = \frac{1}{2} (m_{00}^2 + m_{01}^2), \quad (40)$$

引入张量力 V_T 以后, P 波激发态 m_{10}^2 分裂为 $J = 0, 1, 2$ 三个态. 作为初步估计, 我们可

以略去 $l = 3$ 态对 P 波态的影响。于是 P 波态的径向波函数可写为

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \left(\rho^2 \frac{d}{d\rho} R_{10} \right) - \frac{2}{\rho^2} R_{10} - \rho^2 R_{10} - g_1 t_{J11} R_{10} + \lambda R_{10} = 0. \quad (41)$$

由上式看到, 当 g_1 是常数时, 张量力的作用只是使 λ_{10} 减少 $g_1 t_{J11}$ 。取 m_{10} 为引入张量力以前的 P 波态质量, 我们得

$$m_J^2 = m_{10}^2 - g_1 t_{J11}. \quad (42)$$

代入由 (21) 式给出的 t_{J11} 值, 计算结果由下表给出

表 4

g_1	$m_{J=0}$	$m_{J=1}$	$m_{J=2}$
-0.25	3.25	3.37	3.32
-0.5	3.34	3.54	3.45
实验值	3.42	3.51	3.55

从上表看到理论结果和实验很不相符。如果交换 $m_{J=1}$ 和 $m_{J=2}$ 的实验值, 和实验的相符就好得多。鉴于和这两个实验值相应的 J 值尚未最后肯定, 上述 J 值的交换是有可能的。

解释表 4 中实验值另一可能是除张量力外还存在着下面自旋轨道力

$$V_{LS} = g_2 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}) = \frac{1}{2} g_2 [J(J+1) - l(l+1) - s(s+1)]. \quad (43)$$

式中 $s = 1$ 代表束缚态的固有自旋。我们注意到在上面的计算里, 已经略去 $l = 3, 5, \dots$ 等 $l =$ 奇数的高激发态的影响。这个影响将使 m_{10}^2 值增大或减小。因此只有不同 J 态的 m^2 值的差才有现实的意义。由实验值得 $m_2^2 - m_1^2 = 0.31$, $m_2^2 - m_0^2 = 0.95$ 。决定 g_1, g_2 的方程为

$$\begin{cases} -(t_{111} - t_{211})g_1 - \frac{1}{2}(2 \times 3 - 1 \times 2)g_2 = -0.31, \\ -(t_{211} - t_{011})g_1 + \frac{1}{2}(2 \times 3 - 0 \times 1)g_2 = 0.95, \end{cases} \quad (44)$$

或

$$-1.2g_1 - 2g_2 = -0.31, \quad -1.8g_1 + 3g_2 = 0.95, \quad (45)$$

上式的解为 $g_1 = -0.14$, $g_2 = 0.24$ 。这个自旋轨道力将在前面的 D 波方程 (23) 中添进一项 $\frac{6}{2} g_2 R_2$, 它的效果将是降低 D 态的能级。同时, $-g_1$ 的值也比表 2 中所有的 $-g_1$ 值都小。这使得计算出的 m_3 比 3.77 GeV 小很多。再加上含 g_2 项的作用, 将使 m_3 的值更为减少。无法与实验结果相符。

前面已经提到计算给出的“P 波” J 多重态能级 m^2 之差可能比 m^2 本身更有现实的意义。现在我们将重新计算张量力 V_T 对新粒子 P 波激发态的影响, 但以 $J = 0$ 态的质量 $m_{J=0} = 3.42$ GeV 作为输入, 而不以 m_{10} 的理论值作为输入。当 $g_1 = -0.5$ 时计算结果给出

$$m_{J=0} = 3.42 \text{ GeV}, \quad m_{J=2} = 3.54, \quad m_{J=1} = 3.63. \quad (46)$$

$m_{J=2}$ 值与实验值 3.55 GeV 很符合, $m_{J=1}$ 态因非常接近于 $\psi(3685)$ 因而由 $\psi(3685)$ 跃迁到这个态的几率非常小, 这说明为什么这个态没有被观察到. 按照结果 (46), $J=1$ 态 $\chi(3510)$ 不能属于 J/ψ P 波激发态的三个 J 多重态之一. 它可能是 $\eta_c(2978)$ 的径向激发态.

总结本文的计算结果, 可以认为简谐振子模型, 满意的在统一的基础上描绘了通常强子和新粒子的内部运动. 对于新粒子 P 波激发态的 J 多重态的能级分裂的机制尚需作进一步的澄清. 我们所作 $g_i = \text{常数}$ 的近似可能也造成大的误差.

最后作者感谢赵光达同志一些有益的讨论.

参 考 文 献

- [1] 胡宁, 物理学报, **25**(1976)65, 469; *Scientia Sinica.*, **22** (1979), 295.
 [2] A. De Rujula, Howard Georgi and S. J. Glashow, *Phys. Rev. Letters*, **38** (1977), 317.

THE SPECTRA OF THE NEW PARTICLES

HU NING

(*Peking University*)

ABSTRACT

Considering $\psi(4030)$ as a semi stable bound state of $D^*\bar{D}^*$ instead of excited state of J/ψ , the spectra of the J/ψ family can be described by the wave equation of harmonic oscillator with mass squared eigen values. The case is similar with that of the ordinary mesons. The only difference is that the gap of energy level squared for J/ψ family is as twice large as the ordinary hadrons. The similar conclusion is also valid to the γ family with energy level gap 5.6 times larger than the ordinary hadrons. In addition, the mixing of S and D wave induced by tensor force is calculated and the energy level of $\psi(3770)$ with D wave dominance is obtained.