

程函波函数对准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ 的应用

赵小麟 陈宝秋 金星南
(中国科学院原子能研究所)

摘 要

近似地用程函波函数作为粒子在原子核作用下的扭曲波函数,分析了入射能量为 156 MeV、590 MeV 与 670 MeV 的质子对原子核 ${}^6\text{Li}$ 引起的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$. 从 156 MeV 的情况可看到,用程函波函数来研究准自由散射所得的结果和用分波法得到的结果同样使人满意. 对 590 MeV 与 670 MeV 的情况,所得结果与平面波冲量近似相比有所改进.

一、引 言

在研究准自由散射时,人们已经发现粒子的波函数的扭曲效应的重要性. 因之,用扭曲波冲量近似 (DWIA) 来分析准自由散射实验是必要的. 在用 DWIA 分析实验时,通常是用扭曲波分波展开方法[1],这只有在入射粒子的能量不太高时才可能. 当入射粒子的能量较高时,分波法将受到限制. 因此,在分析高能入射粒子的准自由散射时,须另找方法. 本工作试图用程函波函数^[2]来研究入射能量较高的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$.

首先,我们用程函波函数研究入射质子能量为 156 MeV 的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$, 这个过程,我们已经用分波法分析过^[3]. 现在研究的目的是为了检验用程函波函数分析准自由散射是否行. 并用这种波函数分析入射能量为 590 MeV 与 670 MeV 的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$. 将结果与 PWIA 比较,可看到有一定程度的改进.

二、散射粒子的程函波函数

粒子在势 $V(\mathbf{r})$ 作用下的散射波函数可以由下列程函波函数给出^[2]

$$\psi_E = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} \exp\{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r})\} \chi(\mathbf{r}) \quad (1)$$

其中

$$\chi(\mathbf{r}) = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz'\right\}. \quad (2)$$

k 为粒子的波矢量, v 为粒子对靶核的相对速度.

在带电粒子的情况下, 公式(2)中之 $V(\mathbf{r})$ 是核势 $V_N(\mathbf{r})$ 与库仑势 $V_{\text{Coub}}(\mathbf{r})$ 之和, 即

$$V(\mathbf{r}) = V_N(\mathbf{r}) + V_{\text{Coub}}(\mathbf{r}) \quad (3)$$

$V_N(\mathbf{r})$ 可以根据对原子核所作的模型(如光学模型等)给出; 库仑势 $V_{\text{Coub}}(\mathbf{r})$ 可以按照 R. J. Glauber 所提出的办法来处理^[4]. 他曾做了这样的假定, 认为库仑相互作用被一半径为 a 的球面所屏蔽. 在 $r > a$ 时, 库仑势趋向零. 这样, $V_{\text{Coub}}(\mathbf{r})$ 可以写为:

$$V_{\text{Coub}}(\mathbf{r}) = Ze^2 \int \frac{c(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (4)$$

其中

$$c(r) = \begin{cases} 1, & \text{当 } r \leq a, \\ 0, & \text{当 } r > a. \end{cases} \quad (5)$$

对 1 GeV 的入射质子这样的近似, 只在 $\theta_{\text{crit}} \sim \frac{1}{ka} \sim 10^{-6} \text{rad}$ 以下才有影响, 而这样小的角度区域是实验上所不感兴趣的.

进一步的计算, 可以看到在做积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} V_{\text{Coub}}(b, z') dz'$$

时(这里 $b = \sqrt{x^2 + y^2}$, 是粒子对原子核的碰撞参数), 只有下面这一项

$$-\frac{2Ze^2}{\hbar v} \ln 2a$$

含有 $a^{(4)}$. 这项是与 R, θ, φ 无关的相位, 在计算矩阵元的值时自行消去. 所以 a 值的选取不影响计算结果. 在后面的计算中, 我们可以不考虑此含 a 的项.

三、准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ 的微分散射截面

准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ 的微分散射截面可由下列公式给出^[5]:

$$\frac{d^3\sigma}{dE_p d\Omega_p d\Omega_\alpha} = (KF) \times \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{p-d} |g_{fi}|^2 \quad (6)$$

其中 K, F 为可计算的运动学因子, $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{p-d}$ 为质子与自由氘的微分散射截面, 在计算中可用实验值代入^[5]. g_{fi} 为:

$$g_{fi} = \langle f | \delta(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_2) | i \rangle \quad (7)$$

其中 \mathbf{r}_0 为质子的坐标, \mathbf{r}_2 为氘核(或氘集团)的坐标. 系统的初态 $|i\rangle$ 可表示为:

$$|i\rangle = \exp\{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_0\} \chi_{0A}(\mathbf{r}_0) \phi({}^6\text{Li}) \quad (8)$$

其中 \mathbf{k}_0 为入射质子的波数, \mathbf{r}_0 为入射质子对靶核 A 的坐标, χ_{0A} 为入射质子对靶核的程函波函数中的函数 χ . 系统的末态 $|f\rangle$ 可以表示为:

$$|f\rangle = \exp\{i(\mathbf{k}_{13} \cdot \mathbf{r}_{13} + \mathbf{k}_{23} \cdot \mathbf{r}_{23})\} \chi_{13}(\mathbf{r}_{13}) \chi_{23}(\mathbf{r}_{23}) \times \phi_\alpha \phi_d \quad (9)$$

式中 \mathbf{k}_{13} 为散射后的质子与 α 粒子的相对运动波矢量, \mathbf{k}_{23} 为散射后的氘核与 α 粒子的相

对运动波矢量, \mathbf{r}_{13} 为散射后的质子与 α 粒子的相对坐标, \mathbf{r}_{23} 为散射后的氘核与 α 粒子的相对坐标, χ_{13} 为散射后的质子对 α 粒子的程函波函数中的函数 χ , χ_{23} 为散射后的氘核对 α 粒子的程函波函数中的函数 χ , ϕ_α 为 α 粒子的内部波函数, ϕ_d 为氘的内部波函数。

将(8)式与(9)式代入(7)式,我们便可得到

$$\begin{aligned} & \langle f | \delta(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_2) | i \rangle \\ &= \iiint \exp\{i\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{R}\} \chi_{13}^+(\mathbf{R}) \chi_{23}^+(\mathbf{R}) \chi_{0\Lambda}(\kappa\mathbf{R}) \langle \phi_\alpha \phi_d | \phi({}^6\text{Li}) \rangle d\mathbf{R} \end{aligned} \quad (10)$$

式中 \mathbf{k}_3 为剩余 α 粒子的反冲动量, \mathbf{R} 为 \mathbf{r}_{23} 的简写, $\kappa = (\text{氘的质量 } m_d) \div ({}^6\text{Li 的质量 } m_{{}^6\text{Li}})$. ${}^6\text{Li}$ 的波函数 $\phi({}^6\text{Li})$, 用集团模型的形式给出. 它可表示为:

$$\phi({}^6\text{Li}) = \mathcal{A} \{ \phi_\alpha^{6\text{Li}} \phi_d^{6\text{Li}} \psi_{\text{rel}}(\mathbf{R}) \} \quad (11)$$

其中 \mathcal{A} 为 ${}^6\text{Li}$ 中的 α 集团与 d 集团之间核子交换的反对称算符, $\phi_\alpha^{6\text{Li}}$ 为 ${}^6\text{Li}$ 内 α 集团的内部函数, $\phi_d^{6\text{Li}}$ 为 ${}^6\text{Li}$ 内 d 集团的内部波函数, $\psi_{\text{rel}}(\mathbf{R})$ 为两集团间的相对运动波函数. 在分析 156 MeV 的入射质子的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ 时,我们用坂本等人所取的形式相对运动波函数^[6]:

$$\psi_{\text{rel}}(\mathbf{R}) = \begin{cases} A j_l(\alpha R) Y_{lm}(\hat{\mathbf{R}}) & \text{当 } R \leq \bar{R} \\ B h_l^{(1)}(i\beta R) Y_{lm}(\hat{\mathbf{R}}) & \text{当 } R > \bar{R} \end{cases} \quad (12)$$

在 ${}^6\text{Li}$ 的基态中,取 $l = 0$, 其它参数为¹⁾

$$\bar{R} = 3.5\text{fm}, \alpha = 1.4076\text{fm}^{-1}, \beta = 0.306\text{fm}^{-1}.$$

在分析 590 MeV 与 670 MeV 的入射质子的 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ 时,我们用的是唐尧干等^[7]所给出的 ${}^6\text{Li}$ 的集团波函数形式,相对运动波函数为:

$$\psi_{\text{rel}}(R) = AR^2 \exp\left(-\frac{2}{3} \alpha R^2\right) \quad (13)$$

$$\alpha = 0.329\text{fm}^{-2}$$

其中归一化常数 A 为:

$$A^2 = \frac{4}{15} \frac{1}{\pi^{3/2}} \left(\frac{4\alpha}{3}\right)^{7/2}.$$

四、质子入射能量为 156 MeV 的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ 的计算

对入射质子的能量为 156 MeV 的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$, 已经找到了适用于分析实验的 Woods-Saxon 型的光学势参数^[3,8]. 我们取

$$V_N(r) = \frac{U + iW}{1 + \exp\left(\frac{r - r_0 A^{1/3}}{a_0}\right)} \quad (14)$$

$U = U_0 - \alpha E$, $W = W_0 + \beta E$, E 为粒子的能量. 于是

$$\int_{-\infty}^z V_N(b, z') dz' = \int_{-\infty}^z \frac{U + iW}{1 + \exp\{[\sqrt{b^2 + z'^2} - r_0 A^{1/3}]/a_0\}} dz'. \quad (15)$$

1) 这里相对运动波函数取 $2s$ 态的形式. 在参考文献[3]中,所取的相对运动波函数为 $1d$ 态的形式,故 α 之值与[3]中有所不同.

假定原子核的电荷分布为球体均匀分布,则

$$\int_{-\infty}^z V_{\text{Coul}}(b, z') dz' = \frac{1}{\hbar v} (A - Y) \quad (16)$$

其中

$$Y = \begin{cases} Ze^2 \{ [1 - (1 - b^2/R_c^2)^{3/2}] \ln b \\ \quad + \int_b^{R_c} \frac{3}{R_c^3} \sqrt{R_c^2 - b'^2} (\ln b') b' db' \}, & b < R_c \\ Ze^2 \ln b & b \geq R_c \end{cases} \quad (17)$$

$$A = \begin{cases} Ze^2 \frac{P}{2R_c} \left\{ 3 - \frac{b^2}{R_c^2} - \frac{1}{3} \frac{P^2}{R_c^2} \right\} & r < R_c \\ Ze^2 \left\{ \frac{P_1}{3R_c} \left[4 - \frac{b^2}{R_c^2} \right] + \ln \frac{P+r}{P_1+R_c} \right\} & r \geq R_c \geq b \\ Ze^2 \ln \left(\frac{P}{b} + \sqrt{\frac{P^2}{b^2} + 1} \right) & b > R_c \end{cases} \quad (18)$$

在上面公式中的 P_1, P, R_c 各为:

$$P_1 = \sqrt{R_c^2 - b^2}, \quad P = \sqrt{r^2 - b^2}, \\ R_c = r_c A^{1/3}.$$

我们利用(15)、(16)、(17)、(18)来计算公式(10)。积分时,我们取 \mathbf{k}_3 的方向为 z 轴方向,于是 $\exp\{i\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{R}\} = \exp\{ik_3 R \cos \theta\}$ 。这样取坐标轴后,在求积分时,不致发生不可控制的振荡。但原来的准自由散射角 θ_1 与 θ_2 , 以及被积函数的指数上的三个积分路径的方向,应作相应的改变,这一切均可在计算机上作处理。积分次序是先对 φ 积分,然后对

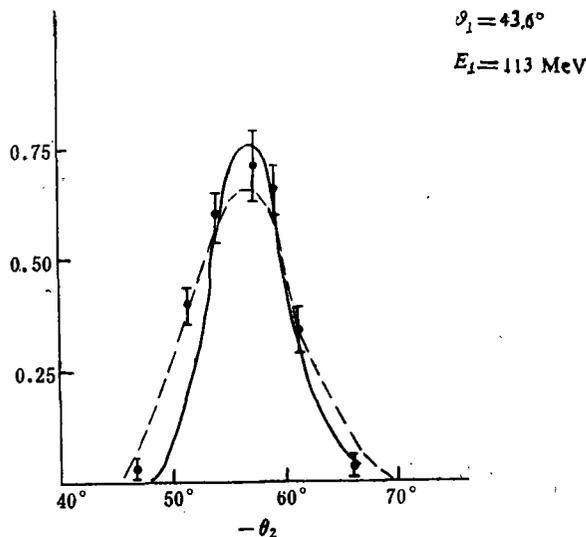


图1 156MeV 的入射质子的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, \text{pd})\alpha$; $E_0 = 156\text{MeV}$, $E_1 = 113\text{MeV}$, $\theta_1 = 43.6^\circ$ 。实线为程函波函数的计算结果,虚线为分波法计算的结果^[13]。在 50° 左右用程函波函数计算的结果与实验稍有偏离。

θ 积分, 最后对 R 积分. 计算结果在图 1 中给出. 同时给出了用分波法算得的结果, 以作比较. 从图中可以见到用程函波函数算得的结果, 在 $\theta_d \sim 50^\circ$ 左右时略低, 其它各点是好的. 应当注意, 这些结果与实验值之比是相对的, 其中相差一个称为“成团几率”的因子. 此问题在文献[8]中已作了讨论.

五、对质子入射能量为 590 MeV 与 670 MeV 的 准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ 的计算

在质子入射能量较高时, 人们目前缺乏 Woods-Saxon 型光学势参数, 因此, 我们务必另找图像来处理这种能量下的准自由散射.

我们设想入射粒子波与原子核作用时, 将部分地被吸收. 为了方便起见, 我们认为粒子的波函数在靶核及入射粒子对靶核的投影柱形内 (即图 2 内划有黑线的区域), 部分地被吸收. 吸收后的波函数与原来的波函数之比为 η . 在其它区域则没有被吸收. 如果以

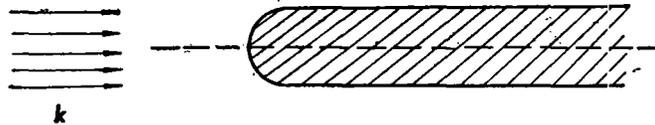


图 2 原子核对入射粒子波的吸收. 划有黑线的区域为波函数受到吸收的区域

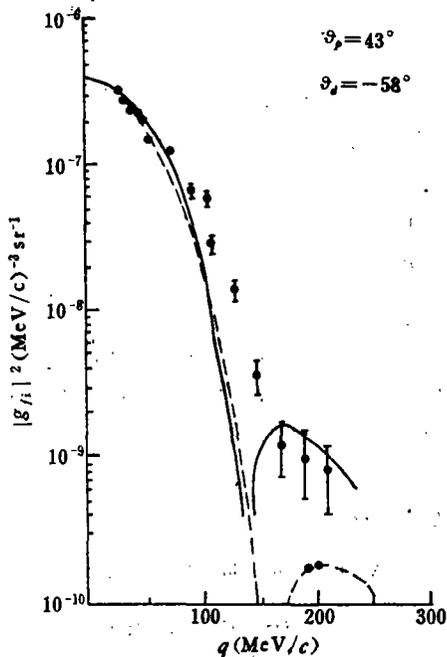


图 3 590 MeV 入射质子的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$. 计算结果如实线所示 ($\eta = 0.35$). 虚线为 PWIA 的结果^[9]. 点为实验结果^[9].

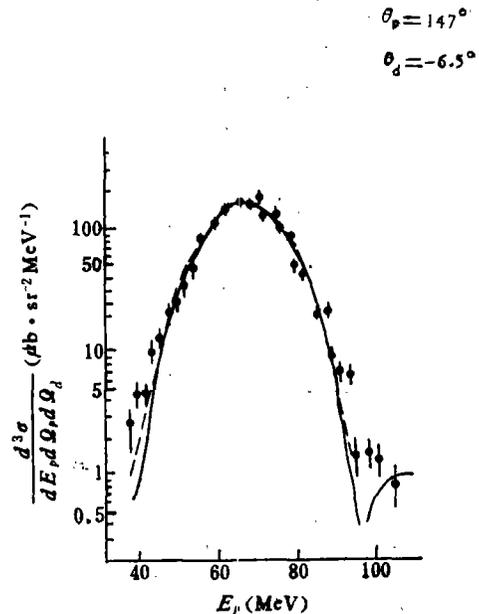


图 4 670 MeV 入射质子的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$. 计算结果如实线所示 ($\eta = 0.3$). 虚线为 PWIA 的计算结果^[11]. 点为实验值^[11].

原子核的中心为坐标轴原点,入射方向取为 z 轴,对程函波函数(1)中的 χ 可表示为

$$\tilde{\chi} = \begin{cases} \eta\chi_0 & \text{当 } r \leq R_0 \text{ 和 } b \leq R_0, z > 0 \\ \chi_0 & \text{其它情况} \end{cases} \quad (19)$$

式中 R_0 为原子核半径, χ_0 为不存在核相互作用,而只存在库仑作用下的函数 χ , (19) 式中的 η 为——可调参数.

对 590 MeV 的入射质子的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha^{[9]}$, 实验给出 $|g_{fi}|^2$ 的值, 所以计算时, 只须计算公式(10)的绝对值的平方. 取 $\eta = 0.35$ 时, 可得到图 3 中的实线. 虚线为 PWIA 的结果^[9]. 在 PWIA 计算中, Kitching 等所用的 ${}^6\text{Li}$ 的集团模型波函数是 Schmid 等^[10]所给出的形式. 在 $q = 200\text{MeV}/c$ 处 PWIA 计算的 $|g_{fi}|^2$ 的值太低. 用程函波函数作 DWIA 计算, 可以使它接近实验值. 但在 $q = 150\text{MeV}/c$ 处, 出现一个深谷, 这是在实验中没有发现的.

入射质子能量为 670 MeV 的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha^{[11]}$ 在图 4 中给出. 如取 $\eta = 0.3$, 则我们得到图 4 中的实线. 虚线为 Albrecht 等用 PWIA 算得的结果之一^[11]. 从图可见, 用本文中的方法, 在 $E_p = 105\text{MeV}$ 处, 计算值提高到与实验值相近. 在 E_p 小于 100 MeV 处, 计算结果有一实验上不存在的深谷. 但在 PWIA 的计算中, 微分散射截面在 $E_p \sim 90\text{MeV}$ 以后, 很快地单调下降.

六、讨 论

通过本工作的计算, 我们认为在准自由散射的研究中, 引入程函波函数来作 DWIA 的计算, 是可以的.

从入射质子能量为 156 MeV 的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ 的分析中可以见到, 用程函波函数作 DWIA 的计算与分波法的计算是同样可取的. 只是, 在氘的出射角较小时, 用程函波函数算得的微分散射截面比实验结果稍低.

在 590 MeV 与 670 MeV 的入射质子的准自由散射 ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ 的分析中, 我们发现动量转移 q 大, 和质子能量 E_p 高时, 计算结果均出现第二个峰, 这个峰的高度是与实验值相近的. 但是计算上出现的谷, 则未为实验所发现.

在后面两个实验的分析中, 由于缺乏 Woods-Saxon 型光学势参数, 所以我们引入了一种人为的办法, 认为粒子波在某一区域(见图 2)内被部分吸收. 所得结果, 比 PWIA 的结果有所改进. 但还不能与实验完全相符, 这还有待于考虑更好的处理方法.

参 考 文 献

- [1] A. K. Jain, N. Sarma and B. Banerjee, *Nucl. Phys.*, A 142(1970), 330. N. S. Chant and P. G. Roos, *Phys. Rev.*, C15(1977), 57.
- [2] F. W. Byron, Jr., C. J. Joachain and E. H. Mund, *Phys. Rev.*, D8(1973), 2622; C. J. Joachain, *Quantum Collision Theory* (North Holland, Amsterdam, 1975), Chapter 9.
- [3] 陈宝秋, 李祝霞, 金星南, *高能物理与核物理*, 3 (1979), 226.
- [4] R. J. Glauber, *High Energy Physics and Nuclear Structure*, Edited by S. Devons (Plenum, New York, 1970), 207.
- [5] H. Posta and R. Wilson, *Phys. Rev.*, 121(1961), 1229; J. S. Vincent et al, *Phys. Rev. Lett.*, 24

- (1970), 236.
- [6] Y. Sakamoto, P. Cüer and F. Takéucui, *Phys. Rev.*, **C11**(1975), 668.
- [7] Y. C. Tang, K. Wildermuth and L. D. Pearlstein, *Phys. Rev.*, **123**(1961), 548.
- [8] 金建南, 陈宝秋, 姚锦章, 李祝霞, *原子核物理*, **4**(1981), 108.
- [9] P. Kitching et al., *Phys. Rev.*, **C11**(1975), 420.
- [10] E. W. Schmid, Y. C. Tang and K. Wildermuth, *Phys. Lett.*, **7**(1963), 263.
- [11] D. Albrecht et al, *Nucl. Phys.*, **A338**(1980), 477.

APPLICATION OF THE EIKONAL WAVE FUNCTION TO QUASIFREE SCATTERING

ZHAO XIAO-LIN CHEN BAO-QIU JIN XIN-NAN

(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In this paper, we have used the Eikonal wave function

$$\phi_E(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \chi(\mathbf{r})$$

where

$$\chi(\mathbf{r}) = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz' \right\}$$

and $V = \frac{\hbar^2 k}{m}$ to investigate the quasifree scattering ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$ with $E_p = 156$ MeV, 590 MeV and 670 MeV. In $V(x, y, z)$, the nuclear interaction and the Coulomb interaction are included.

For the case of 156 MeV, the nuclear potential is taken to be the Woods-Saxon type. The result is shown in fig. 1. This result is compared with those obtained by the method of partial waves.

For the cases of 590 MeV and 670 MeV, a new method is used to describe the nuclear potential, and the results are shown in fig. 3 and fig. 4, respectively.