

# 相对论性电磁束缚系统 $(\pi^\pm \mu^\mp)$ 、 $(K^\pm \mu^\mp)$ 的库仑裂解与衰变

宋孝同 庆承瑞

(杭州大学) (中国科学院理论物理研究所)

## 摘 要

本文应用复合粒子量子场论的微扰展开式和相对论性的  $(\pi^\pm \mu^\mp)$ 、 $(K^\pm \mu^\mp)$  的 *B. S.* 波函数, 计算了在原子核屏蔽库仑场中高能  $(\pi^\pm \mu^\mp)$ 、 $(K^\pm \mu^\mp)$  原子的裂解能谱和截面. 在极端相对论近似下, 对大多数原子核, 它们的裂解截面分别约为  $10^{-18} \text{cm}^2$  和  $10^{-17} \text{cm}^2$ . 利用同样的波函数, 还计算了  $(\pi^\pm \mu^\mp) \rightarrow \pi^0 + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ ,  $(K^\pm \mu^\mp) \rightarrow K^0 + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ , 以及  $(\pi^\pm \mu^\mp) \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ ,  $(K^\pm \mu^\mp) \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$  的衰变几率.

## 一、引 言

近年来, 对于双例外原子的研究已逐渐引起人们的注意<sup>[1]</sup>, 在工作[2]中讨论了从  $K_L^0$  产生  $(\pi^\pm \mu^\mp)$  原子的问題, 利用不等质量的库仑原子的 Bethe-Salpeter 方程, 求得了  $(\pi^\pm \mu^\mp)$  原子的近似 *B. S.* 波函数, 并计算了  $K_L^0 \rightarrow (\pi^\pm \mu^\mp) + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$  的衰变几率. 本文利用工作[3]给出的复合粒子量子场论的微扰展开式以及[2]中的近似 *B. S.* 波函数, 计算了

$$(\pi^\pm \mu^\mp) + Zc \rightarrow \pi^\pm + \mu^\mp + Zc \quad (1)$$

$$(K^\pm \mu^\mp) + Zc \rightarrow K^\pm + \mu^\mp + Zc \quad (2)$$

的裂解能谱和裂解截面, 考虑了原子核库仑场的屏蔽效应后, 给出了在极端相对论近似下的裂解截面值. 对于  $(\pi^\pm \mu^\mp)$ , 约为  $10^{-18} \text{cm}^2$ , 对于  $(K^\pm \mu^\mp)$  约为  $10^{-17} \text{cm}^2$ . 在第三节中, 计算了

$$(\pi^\pm \mu^\mp) \rightarrow \pi^0 + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (3)$$

$$(K^\pm \mu^\mp) \rightarrow K^0 + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (4)$$

以及

$$(\pi^\pm \mu^\mp) \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (5)$$

$$(K^\pm \mu^\mp) \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (6)$$

等过程的衰变几率.

## 二、裂解截面

与过程(1)或(2)相应的费曼图如下:

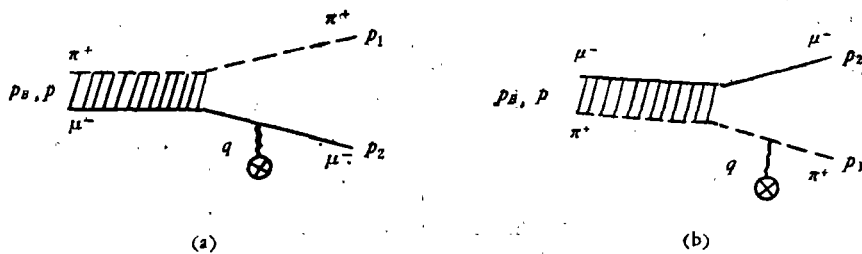


图 1

由 [3] 给出的公式, 以及 ( $\pi^+\mu^-$ ) 原子基态的近似 B. S. 波函数<sup>[2]</sup>

$$\chi_{\zeta_B}(p) = N \frac{\left(1 + i \frac{\hat{p}}{2m_2}\right) u_{\zeta_B}(p_B)}{[p^2 + m_1 m_2 + \mu_a \mu_b p_B^2][m_1^2 + (\mu_a p_B + p)^2][m_2^2 + (\mu_b p_B - p)^2]} \quad (7)$$

不难导出与这两个图相应的 S 矩阵元为

$$\langle p_1, p_2, \zeta_2 | S - 1 | p_B, \zeta_B \rangle = 2\pi\delta(p_{B0} - p_{10} - p_{20}) \sqrt{\frac{m_2 \eta_B}{2p_{10} p_{20} p_{B0}}} T \quad (8)$$

$$T = \frac{N}{2m_2} eA_0^{(e)}(|q|) \bar{u}_{\zeta_2}(p_2) \left\{ \frac{(3 - \mu_b \eta_B) p_{10}}{D_2} - \frac{(2 + \mu_a \eta_B) m_2 \gamma_4 + \gamma_4 i \hat{p}_1}{D_1} \right\} u_{\zeta_B}(p_B) \quad (9)$$

其中  $p_B, \zeta_B$  与  $p_2, \zeta_2$  是初态复合粒子与末态  $\mu$  介子的四动量和自旋投影,  $u_{\zeta_B}(p_B)$  是满足  $(i\hat{p}_B + m_B)u_{\zeta_B}(p_B) = 0$  的狄拉克旋量,  $p_1$  是末态  $\pi^\pm$  (或  $K^\pm$ ) 介子的四动量. 归一化常数为

$$N = 8 \sqrt{\frac{\pi m_B}{\mu_a}} (\alpha\mu)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

以及

$$\begin{cases} q = p_B - p_1 - p_2; \eta_B = \frac{m_B}{m_2}; \mu_a = \frac{m_1}{m_1 + m_2}; \mu_b = \frac{m_2}{m_1 + m_2}; \\ \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}; \\ D_2 = 4\mu_b \left[ p_{20} p_{B0} - \frac{M^2}{2} - |p_2| |p_B| \cos\theta_2 \right]^2; \quad M^2 = m_B^2 + m_2^2 - m_1^2 \\ D_1 = 4\mu_a \left[ p_{10} p_{B0} - \frac{M'^2}{2} - |p_1| |p_B| \cos\theta_1 \right]^2; \quad M'^2 = m_B^2 + m_1^2 - m_2^2 \end{cases} \quad (11)$$

$\theta_1, \theta_2$  是  $p_1, p_2$  与  $p_B$  之间的夹角 (见图 2) (10) 式中  $\alpha$  是精细结构常数. 本文采用的度规是  $p^2 = p_\mu p_\mu = p^2 - p_0^2$  并取  $\hbar = c = 1$ .

由 (8) 式, 按标准方法可以求得微分截面为

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{d^3p_1}{p_{10}} \frac{d^3p_2}{p_{20}} \frac{2\pi\delta(p_{B0} - p_{10} - p_{20})}{2p_{B0} \cdot v_r} \frac{N^2}{4m_i^2} [cA_0^{(c)}(|q|)]^2 \left\{ \frac{A}{D_2^2} + \frac{B}{D_1^2} + \frac{C}{D_1 D_2} \right\} \quad (12)$$

其中

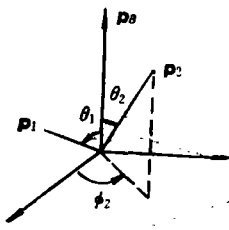


图 2

$$\left\{ \begin{aligned} A &= (3 - \mu_b \eta_B)^2 p_{10}^2 [m_2 m_B - (p_2 \cdot p_B)] \\ B &= (2 + \mu_a \eta_B)^2 m_i^2 [m_2 m_B + 2p_{20} p_{B0} + (p_2 \cdot p_B)] \\ &\quad + 2(2 + \mu_a \eta_B) m_i [m_2 (p_1 \cdot p_B) - m_B (p_1 \cdot p_2) \\ &\quad - 2m_B (p_{10} p_{20})] + m_i^2 [m_2 m_B - 2p_{20} p_{B0} - (p_2 \cdot p_B)] \\ &\quad - 2[2p_{10} p_{20} + (p_1 \cdot p_2)] (p_1 \cdot p_B) \\ C &= (3 - \mu_b \eta_B) p_{10} (2 + \mu_a \eta_B) m_i (-2m_B p_{20} - 2m_2 p_{B0}) \\ &\quad + 2(3 - \mu_b \eta_B) p_{10} [m_2 m_B p_{10} - p_{20} (p_1 \cdot p_B) \\ &\quad - p_{10} (p_2 \cdot p_B) + p_{B0} (p_1 \cdot p_2)] \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$v_r$  是初态复合粒子与核 ( $Zc$ ) 的相对速度, 在忽略核反冲时, 可以取核静止坐标系, 此时  $v_r = \frac{|p_B|}{p_{B0}}$ , 在极端相对论近似下,  $v_r \rightarrow 1$ . 将 (12) 式对末态  $p_1, p_2$  所有可能的方向和能量积分后, 即可求得总裂解截面.

在工作 [4] 中已经指出, 当不考虑屏蔽效应时, 与纯库仑场对应的

$$cA_0^{(c)}(|q|) = \frac{4\pi Zc^2}{|q|^2}$$

这样计算出的 ( $\mu^+ \mu^-$ ) 裂解截面, 在高能情况下, 与  $p_{B0}^2$  成正比地发散, 对于 ( $\pi^+ \mu^-$ ) 裂解, 也有同样的问题, 因此这里也必须考虑核库仑场的屏蔽效应. 为此, 可采用<sup>[5]</sup>

$$cA_0^{(c)}(|q|) = \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i}{\beta_i^2 + q^2} (4\pi Zc^2) \quad (14)$$

其中

$$\beta_i = \frac{b_i z^{\frac{1}{2}}}{|2|} m_e; \quad \begin{cases} \alpha_1 = 0.1; \alpha_2 = 0.55; \alpha_3 = 0.35 \\ b_1 = 6.0; b_2 = 1.2; b_3 = 0.3 \end{cases} \quad (15)$$

$m_e$  是电子的静质量,  $Z$  是核电荷数.

将 (14) 式代入 (12) 式, 可得裂解截面为

$$\sigma = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{(Zc^2)^2 N^2}{4m_i^2 p_{B0}} \int \frac{d^3p_1 d^3p_2}{p_{10} \cdot p_{20}} \delta(p_{B0} - p_{10} - p_{20}) F_c(q^2) \left\{ \frac{A}{D_2^2} + \frac{B}{D_1^2} + \frac{C}{D_1 D_2} \right\} \quad (16)$$

其中

$$F_c(q^2) = \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i^2}{(\beta_i^2 + q^2)^2} + 2 \sum_{i < j} \frac{\alpha_i \alpha_j}{(\beta_i^2 + q^2)(\beta_j^2 + q^2)} \quad (17)$$

对角度  $\phi_2$  的积分很容易积出, 对  $\theta_2$  的积分要作一些近似: 由于  $D_2 \sim (a - b \cos \theta_2)^2$ , 因此  $A/D_2^2$  在  $\cos \theta_2 \approx \frac{a}{b}$  附近有极大值, 在  $|p_B| \approx p_{B0} \gg m_B$  的情形下,  $a \approx b$ ,  $\theta_2 \approx 0$ , 即出射粒子集中在朝前方向, 对角度  $\theta_2$  的积分可以近似将分子上的函数取  $\cos \theta_2 \approx \frac{a}{b}$  处的值而拿出积分号外. 对  $B/D_1^2$  以及  $C/D_1 D_2$  也可作类似的近似, 详细的计算表明, 略去的项与保留的项相比为  $\alpha^2$  量级. 另外, 不难证明在极端相对论近似下, 干涉项  $C/D_1 D_2$  与前二项相比为  $\alpha^2$  量级, 因而可以略去. 于是得到裂解能谱

$$\frac{d\sigma}{dE} \propto f(\alpha_i, b_i) \left\{ \frac{(3 - \mu_b \eta_B)^2 (p_2/p_1)}{(c_0 + e_1 p_{10} + e_2 p_{10}^2)^3} + \frac{4(p_1/p_2)}{(c_0' + e_1 p_{20} + e_2 p_{20}^2)^3} \right\} p_{10}^2 p_{20}^2 \quad (18)$$

其中

$$\begin{cases} c_0 = m_1^2 p_{B0}^2 + \frac{M^4}{4} - m_2^2 m_B^2; & c_0' = m_1^2 p_{B0}^2 + \frac{M^4}{4} - m_1^2 m_B^2 \\ e_1 = -M^2 p_{B0}; & e_2 = -m_B^2; \\ f(\alpha_i, b_i) = \sum_i \frac{\alpha_i^2}{b_i^2} + 8 \sum_{i < j} \frac{\alpha_i \alpha_j}{b_i^2 - b_j^2} \ln \left( \frac{b_j}{b_i} \right)^2 \end{cases} \quad (19)$$

(18) 式不再具有 ( $\mu^+\mu^-$ ) 相应公式<sup>[4]</sup>那样对于粒子 1、2 交换的对称性, 这是由于现在组成复合系统的两个粒子质量不相等, 此外, 还由于  $\pi$  介子和  $\mu$  介子与光子作用的顶角有不同的自旋结构。

为了求得总裂解截面, 要将 (18) 式对能量积分, 由于分母是  $p_{10}$  (或  $p_{20}$ ) 的高次函数, 并且在  $p_{10}$  (或  $p_{20}$ )  $\approx \frac{p_{B0}}{2}$  处有极小值, 因此在积分时, 分子上的函数可取  $p_{10}$  (或  $p_{20}$ )  $\approx \frac{p_{B0}}{2}$  处的值, 详细计算结果表明, 略去的项与保留项相比为  $\left(\frac{m_B}{p_{B0}}\right)^2$  量级。进一步考虑到复合粒子的结合能<sup>[4]</sup>远小于其静能, 即

$$\Delta = \frac{1}{2} \mu \alpha^2 \ll m_B \quad (20)$$

最后可得裂解截面

$$\sigma = Z^{4/3} \cdot \frac{\pi r_0^2}{32} \cdot (121)^{1/2} f(\alpha_i, b_i) \frac{m_B}{\mu} \left\{ \frac{(3 - \mu_b \eta_B)^2}{4\mu_a^2} + \frac{1}{\mu_b^2} \right\} \quad (21)$$

式中  $r_0 = \frac{\hbar^2}{m_e c^2}$  是电子的经典半径。

由 (21) 式算出的数值结果如下:

Z	$\sigma_{(\mu^\pm\mu^\mp)}$ ( $10^{-16}\text{cm}^2$ )	$\sigma_{(K^\pm\mu^\mp)}$ ( $10^{-16}\text{cm}^2$ )
13	0.586	0.393
28	1.630	1.092
42	2.800	1.876
48	3.346	2.241
82	6.834	4.576

它们的数量级与工作 [4] 给出的 ( $\mu^\pm\mu^\mp$ ) 裂解截面是可以相比较的。

### 三、两体和三体衰变几率

#### I. 与过程 (3) 或 (4) 相应的费曼图 (图 3)

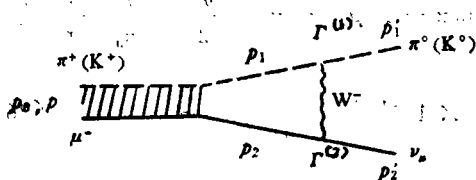


图 3

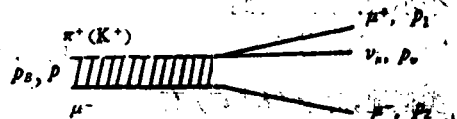


图 4

相应的  $S$  矩阵元为

$$\begin{aligned} & \left\langle \pi^0 \nu_\mu | S - 1 | B \left( \begin{matrix} \pi^+ \mu^- \\ \kappa^+ \mu^- \end{matrix} \right) \right\rangle \\ & = g_W^2 \delta^4(p_B - p'_1 - p'_2) \sqrt{\frac{m_\rho m_B}{2 p'_1 p'_2 p_{B0}}} \int \bar{u}_\nu(p'_2) \Gamma_\lambda^{(2)} \Delta_{\lambda\sigma}^{(W)} \Gamma_\sigma^{(1)} \chi_{p_B}(p) d^4 p \quad (22) \end{aligned}$$

其中  $p = \mu_b p_1 - \mu_a p_2$ ,  $q = p_1 - p'_1 = p'_2 - p_2$ ,  $\Delta_{\lambda\sigma}^{(W)}$  是中间矢量玻色子的传播子, 对于上述弱衰变,  $g_W^2 \cdot \Delta_{\lambda\sigma}^{(W)} \approx \frac{G_F}{\sqrt{2}} \delta_{\lambda\sigma}$ , 并且

$$\begin{aligned} \Gamma_\sigma^{(1)} & = (p'_1 + p_1)_{\sigma\lambda} f_+(q^2) + (p'_1 - p_1)_{\sigma\lambda} f_-(q^2) \\ \Gamma_\lambda^{(2)} & = i\gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \end{aligned}$$

如果对于顶角 1, 矢量流守恒 (CVC) 成立, 则  $f_-(q^2) = 0$ ,  $f_+(q^2) = \sqrt{2} F_\pi(q^2)$ <sup>[6]</sup>, 这里  $F_\pi(q^2)$  是  $\pi$  介子的电磁形状因子, 按照矢量为主模型及实验数据<sup>[7]</sup>,

$$F_\pi(q^2) \approx \left(1 + \frac{q^2}{m_\rho^2}\right)^{-1}$$

$m_\rho$  为  $\rho$  介子的静质量, 对于上述电磁束缚态的衰变过程,  $|q^2| \ll m_\rho^2$ , 因此完全可以取近似

$$F_\pi(q^2) \approx F_\pi(0) = 1$$

因此有

$$\begin{aligned} & \left\langle \pi^0 \nu_\mu | S - 1 | B \left( \begin{matrix} \pi^+ \mu^- \\ \kappa^+ \mu^- \end{matrix} \right) \right\rangle = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} (2\pi)^4 \delta^4(p_B - p'_1 - p'_2) \sqrt{\frac{m_\rho m_B}{2 p'_1 p'_2 p_{B0}}} T \quad (23) \\ & T = \bar{u}_\nu(p'_2) (i\beta'_1 + i\mu_a \beta_B) (1 + \gamma_5) f_+(0) \chi_{p_B}(0) \end{aligned}$$

其中  $\chi_{p_B}(0) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \alpha^4 p \chi_{p_B}(p)$  是  $B \cdot S$  波函数在  $x=0$  处的值, 按照 [2], 有

$$\chi_{p_B}(0) = \frac{i}{2\sqrt{\pi}} \frac{(\alpha\mu)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_a m_B}} \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \delta - G_1 \frac{i\beta_B}{2m_B}\right) u(p_B) \quad (24)$$

其中  $\delta = 1 - \ln \alpha - \ln \mu_a - \mu_b \ln \frac{\mu_b}{\mu_a}$ ;  $\alpha$  是精细结构常数,  $G_1 = \frac{\alpha}{\pi} \mu_a \ln \frac{\mu_a}{\mu_b}$ , 在得到 (23) 式时, 利用了  $p_1 = \mu_a p_B + p_2$  并略去了包括  $\beta$  的四维积分项, 因为它比保留的项小一个量级.

由 (23)、(24) 可得, 在初态粒子静止系中的衰变几率

$$\tau^{-1} = \frac{G_F^2}{16\pi^2} (\alpha\mu)^3 \frac{(1 + \mu_a)^2}{\mu_a} (1 - D_1)^2 |f_+(0)|^2 \frac{1}{4m_B^2} (m_B^2 - m_i^2)^2 \quad (25)$$

其中  $m_i$  是  $\pi^0$  (或  $K^0$ ) 介子的质量,  $D_1 = \left[1 - \ln \alpha - \ln \mu_a - \left(\mu_b - \frac{\mu_a}{2}\right) \ln \frac{\mu_b}{\mu_a}\right] \frac{\alpha}{\pi}$  是一个小量, 最后得到

$$\tau_{(\pi^+ \mu^-) \rightarrow \pi^0 \nu_\mu} \approx 8.67 \times 10^{-1} \text{ 秒} \quad (26)$$

类似地, 对于  $(K^+ \mu^-)$  有

$$\tau_{(K^+ \mu^-) \rightarrow K^0 \nu_\mu} \approx 2.13 \times 10^{-2} \text{ 秒} \quad (27)$$

II. 与过程 (5) 或 (6) 相应的费曼图 (图 4)

相应的 S 矩阵元为

$$\langle \mu^+\mu^- \nu_\mu | S - I | B \begin{pmatrix} \pi^+\mu^- \\ K^+\mu^- \end{pmatrix} \rangle = \frac{-G_F}{\sqrt{2}} (2\pi)^4 \delta^4(p_B - p_1 - p_2 - p_\nu) \sqrt{\frac{m_\mu^2 m_\nu m_B}{p_{10} p_{20} p_{\nu 0} p_{B0}}} T \quad (28)$$

$$T = f_\pi \cos\theta_c \bar{u}_\mu(p_2) (i\hat{p}_2 + m_2) \chi_{p_B}(\mu_b p_B - p_2) \bar{u}_\nu(p_\nu) (i\hat{p}_1 + i\hat{p}_\nu) (1 + \gamma_5) u_\mu(p_1)$$

考虑到  $\chi_{p_B}(p)$  的表示式 (7) 以及  $u_\mu, u_\nu, \nu_\mu$  满足相应的狄拉克方程, 上式可化为

$$T = N \frac{3 - \mu_b \eta_B}{4\mu_b} \cdot \frac{f_\pi \cos\theta_c}{D^2} \bar{u}_\mu(p_2) u(p_B) \bar{u}_\nu(p_\nu) (1 - \gamma_5) \nu_\mu(p_1) \quad (29)$$

其中  $D = 2 \left[ p_{20} p_{B0} - \frac{M^2}{2} - (p_2 \cdot p_B) \right]$ ;  $M^2$  的定义见 (11) 式。

因此衰变几率是 (式中已令  $f_\pi \cos\theta_c = f'_\pi$ ,  $\theta_c$  是 Cabibbo 角)

$$\omega = \frac{f'^2_\pi}{(2\pi)^5} \cdot \frac{G_F^2 N^2}{4} \cdot \left( \frac{3 - \mu_b \eta_B}{4\mu_b} \right)^2 \frac{1}{p_{B0}} \int \frac{d^3 p_1}{p_{10}} \cdot \frac{d^3 p_2}{p_{20}} \cdot \frac{d^3 p_\nu}{p_{\nu 0}} \delta^4(p_B - p_1 - p_2 - p_\nu) \cdot [(p_2 \cdot p_B) - m_\mu m_B] 2(p_1 \cdot p_\nu)$$

为计算方便, 可取初态粒子静止系, 即  $p_B = 0$ , 这时四动量守恒给出

$$p_1 + p_2 + p_\nu = 0, \quad p_{10} + p_{20} + p_{\nu 0} = m_B \quad (30)$$

由此可得

$$\omega = \frac{f'^2_\pi}{(2\pi)^5} \cdot \frac{G_F^2 N^2}{4} \cdot \left( \frac{3 - \mu_b \eta_B}{4\mu_b} \right)^2 \frac{1}{16m_B^3} \int \frac{d^3 p_2}{p_{20}} \int \frac{d^3 p_\nu}{p_{\nu 0}}$$

其中

$$f(p_{20}) = \frac{(p_{20} + m_2)(m_B - 2p_{20})}{[(p_{20} - m_2) + \mu_b \Delta]^2}, \quad \Delta = \frac{1}{2} \mu_b \alpha^2 \text{ 是复合粒子的结合能.}$$

先积分  $d^3 p_1$ , 然后积分  $d\epsilon_\nu, \alpha \cos\theta_\nu$ , 最后积分  $d^3 p_2$ , 得到

$$\omega = \frac{f'^2_\pi}{(2\pi)^5} \cdot \frac{G_F^2 N^2}{4} \cdot \left( \frac{3 - \mu_b \eta_B}{4\mu_b} \right)^2 \frac{\pi^2}{m_B^3} \int_0^1 dx \Phi(x) \quad (31)$$

$$\Phi(x) = \frac{\left( x + \frac{4\mu_b}{1 - 2\mu_b} \right) x^{\frac{1}{2}} (1-x)^2}{\left( \frac{\mu_b^2}{1 - 2\mu_b} - x \right) (x + \zeta \alpha^2)^4}$$

其中  $\zeta = \frac{\mu_b^2 \mu_b}{1 - 2\mu_b}$ , 对于 ( $\pi^+\mu^-$ ) 衰变:  $\zeta = 1.0111$ , 对于 ( $K^+\mu^-$ ) 衰变:  $\zeta = 0.1848$ ;

上面对于  $x$  的积分可以解析积出, 由于  $\alpha^2 = \left( \frac{1}{137} \right)^2$  是一个很小的量, 因此可以只保留最主要的两项 ( $\sim \frac{1}{\alpha^2}$  与  $\frac{1}{\alpha^4}$ ), 最后得到

$$\omega = \frac{f'^2_\pi}{(2\pi)^5} \cdot \frac{G_F^2 N^2}{4} \cdot \left( \frac{3 - \mu_b \eta_B}{4\mu_b} \right)^2 \frac{\pi^3}{16m_B^3} \left( \frac{4\mu_b}{1 - 2\mu_b} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1 - 2\mu_b}{\mu_b^2} \cdot \frac{1}{\zeta^{5/2}} \cdot \frac{1}{\alpha^5} (1 - \epsilon) \quad (32)$$

其中  $\epsilon = \frac{2\alpha}{\pi} \sqrt{\frac{1+a}{a}} \zeta$ , 考虑到  $f'_\pi \cos^2\theta_c = 0.845 m_\pi^2$  以及  $N$  的表示式 (10), 可算得

$(\pi^+\mu^-) \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \nu_\mu$  的衰变几率为  $\omega = 3.82 \times 10^7$  1/秒,

而自由  $\pi^+$  衰变为  $\mu^+ + \nu_\mu$  的几率为  $\omega_{自由} = 3.84 \times 10^7$  1/秒, 两者仅相差 0.5%.

对于  $(K^+\mu^-) \rightarrow \mu^+ \mu^- \nu_\mu$  衰变, 只需将 (32) 式中的  $f_s^2$  换成  $f_s^2 = f_s^2 \sin^2 \theta_c$ ; 且  $\mu_a, \mu_b, m_B, \zeta$  均用  $(K^+\mu^-)$  系统相应的数值代入, 结果是  $\omega = 5.11 \times 10^7$  1/秒, 而自由  $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  的衰变几率为  $5.13 \times 10^7$  1/秒.

至此我们已经讨论了  $(\pi^+\mu^-)$  原子的几个主要衰变道 (较稀有的四体衰变  $(\pi^+\mu^-) \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$  除外, 对于这个过程, 将在另一篇短文中加以讨论) 本文的计算结果表明, 正如工作 [1] 所指出的那样,  $(\pi^+\mu^-)$  原子的寿命主要由衰变道 (5), 即由 (33) 式, 来决定.

### 参 考 文 献

- [1] 张肇西、何炬、何祚麻, 中国科学, 6(1979), 572.
- [2] Ching Cheng-rui, Ho Tso-hsiu, Chang Chao-hsi, *Physics Letters*, 96B(1981), 456.
- [3] 何祚麻, 张肇西、黄涛, 物理学报, 25(1976), 215.
- [4] 庆承瑞, 高能物理与核物理, 4(1980), 337.
- [5] Y. S. Tsai, *Rev. Mod. Phys.*, 46(1974), 815. G. Moliere, *Z. Naturforsch.*, A2(1947), 133.
- [6] R. E. Marshak, Biazuddin and C. P. Ryan, *Theory of Weak Interactions in Particle physics*, Wiley-Interscience, 1969.
- [7] M. M. Nagels et al., *Nucl. Phys.*, B147(1979), 189.

## THE COULOMB DISINTEGRATION CROSS-SECTIONS AND DECAY RATE OF THE RELATIVISTIC ELECTRO- MAGNETIC BOUND STATES

$(\pi^\pm \mu^\mp)$  AND  $(K^\pm \mu^\mp)$

SONG XIAO-TONG

(Hangchow University)

CHING CHENG-RUI

(Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

In this paper, the disintegration energy spectrum and cross-sections of the high energy  $(\pi^\pm \mu^\mp)$  and  $(K^\pm \mu^\mp)$  atoms in screened coulomb field are calculated using perturbation expansion of the quantized composite field theory and relativistic *B. S.* wave functions of  $(\pi^\pm \mu^\mp)$  and  $(K^\pm \mu^\mp)$ . In the extrarelativistic approximation, for a majority of atomic nucleus, the disintegration cross-sections of  $(\pi^\pm \mu^\mp)$  and  $(K^\pm \mu^\mp)$  are about  $10^{-16}$  cm<sup>2</sup> and  $10^{-17}$  cm<sup>2</sup> respectively.

Furthermore, using the same *B.S.* wave functions above, the decay rate of  $(\pi^\pm \mu^\mp) \rightarrow \pi^0 + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$ ;  $(K^\pm \mu^\mp) \rightarrow K^0 + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$  and  $(\pi^\pm \mu^\mp) \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$ ,  $(K^\pm \mu^\mp) \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$  are calculated.