

双圈图近似下的重层子位势

周邦融

(中国科学技术大学)

摘 要

我们导出了双圈图近似下 QCD 等效耦合常数的一个带有修正的表达式,它相当于在通常的表达式中增加了与重整化减除方案无关的、比 $\ln t/\epsilon$ 更高次项的贡献。在此基础上,我们在动量表象和坐标表象中分别给出了一种既有渐近自由又满足线性禁闭假定的单一位势来描述重层子间的强相互作用,并且得到了大距离下线性禁闭位势的斜率 $k = 4\pi\Lambda^2/(33 - 2N_f)$ 。我们还指出,在层子味数 N_f 固定之后,采用单一参数 Λ 来决定位势是可能的。

为了统一说明重层子素 (Quarkonium) 的质量谱和轻子衰变宽度,在 QCD 思想的指导下去寻找一个小距离有渐近自由、大距离满足线性禁闭假定而又与味道无关的层子间单一相互作用位势是有意义的。由于以往一些唯象位势的成就^[1-4],使这种寻找就更具有吸引力。在这方面已有一些值得注意的尝试^[5]。

我们在这里也提出一种可能的单一位势来尝试描述重层子间的强相互作用,其特点是考虑到了 QCD 微扰论中耦合常数的双圈图近似。为了尽可能充分地利用目前 QCD 理论中已完全确定的结果,我们首先导出等效耦合常数的一个带有修正的表达式,然后在此基础上,依次讨论动量表象和坐标表象中的位势。

一、双圈图近似下的等效耦合常数

QCD 的紫外行为是清楚的,这就是大动量极限下的渐近自由性质^[6-7]。但是,在多圈图近似下对等效耦合常数的计算往往是与重整化的减除方案有关的,因而就带有某些不确定的因素。在同实验进行比较时,人们总是希望摒弃理论中不确定的部分但同时又从中拿来尽可能多的、完全确定的结果。通常的文献中所给出的至双圈图一级的等效耦合常数只给出了领头项及次领头项,似乎并未包括与重整化减除方案无关的全部结果。如果我们试图包括这些结果,就有必要重新考察得出等效耦合常数的过程。

根据重整化群理论^[6],等效耦合常数 $\bar{g}(t)$ 满足下面的方程

$$\frac{d\bar{g}(t)}{dt} = \beta(\bar{g}(t)). \quad (1.1)$$

其中 t 是标度变换参数, 即 e^t 表征动量尺度的改变. $\beta(\bar{g}(t))$ 是重整化群函数. QCD 的 β 函数至双圈图一级的结果为^[8]

$$\beta(\bar{g}) = -\frac{1}{2} b_0 \bar{g}^3 + b_1 \bar{g}^5. \quad (1.2)$$

这里

$$b_0 = \frac{33 - 2N_f}{24\pi^2}, \quad b_1 = \frac{2}{3} \frac{19N_f - 153}{(16\pi^2)^2}, \quad (1.3)$$

N_f 是层子味数. 可以证明^[9], $\beta(\bar{g})$ 的头两项系数 b_0 和 b_1 是与重整化的减除方案无关的, 因而双圈图近似下的 β 函数可以认为是完全确定的. 当 $N_f \leq 16$ 时, $b_0 > 0$, $\bar{g} = 0$ 是紫外稳定固定点, 因而不难求出方程 (1.1) 在 $t \rightarrow \infty$ 时的渐近解. 将 β 的表达式 (1.2) 代入 (1.1) 式, 于是得到

$$\frac{d\bar{g}^2(t)}{dt} = -b_0 \bar{g}^4(t) + 2b_1 \bar{g}^6(t). \quad (1.4)$$

令

$$\bar{g}^2(t) = x(t), \quad (1.5)$$

然后对方程 (1.4) 进行积分, 得到

$$x = \frac{1}{b_0 \left[t + A - \frac{2b_1}{b_0^2} \ln \left(1 - \frac{b_0}{2b_1 x} \right) \right]}. \quad (1.6)$$

其中的积分常数可由 $t = 0$ 决定. 因此 $A = A(\bar{g}(0))$. 由于 $\bar{g}(0) = g$ 是重点处的耦合常数, 它是与所选择的引进抵消项的方式即减除方案有关的, 所以 A 是一个与重整化方案有关的常数^[9].

当 t 很大时, x 的领头项是 $1/b_0(t + A)$ (注意到右边分母第三项是对数函数), 因此可以对 (1.6) 式右边的 x 进行迭代, 得到

$$x \approx \frac{1}{b_0 \left\{ t + A - \frac{2b_1}{b_0^2} \ln \left[1 - \frac{b_0}{2b_1} (t + A) \right] \right\}}. \quad (1.7)$$

为了将与减除方案无关的部分分离出来, 考虑到 t 很大而 A 是常数, 可对上式按 A/t 进行级数展开, 从而得到

$$\bar{g}^2(t) = x \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{1}{b_0 \left[t - \frac{2b_1}{b_0^2} \ln \left(1 - \frac{b_0}{2b_1} t \right) \right]} \left[1 + O\left(\frac{A}{t}\right) \right], \quad (1.8)$$

其中 $O\left(\frac{A}{t}\right)$ 代表与重整化减除方案有关的更高级项. 表达式 (1.8) 与通常文献中给出的双圈图近似下的等效耦合常数^[7]

$$\bar{g}^2(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{1}{b_0 t} + \frac{2b_1}{b_0^3} \frac{\ln t}{t^2} + O\left(\frac{A}{t^2}\right), \quad (1.9)$$

有一些不同. 主要差别在于 (1.8) 式中除了包括 (1.9) 中的头两项贡献外, 还包括了 $O\left(\frac{1}{t^2}\right)$ 级以上的项中与减除方案无关的部分, 这只要将 (1.8) 式继续作级数展开就可以看出. 当

然 (1.8) 中所增加的高次项贡献在 t 极大时是微不足道的, 但是在略小的 t 处, 将会对等效耦合常数产生一些小的修正.

取动量标度参数

$$t = \frac{1}{2} \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}, \quad (1.10)$$

其中 Q 是动量, Λ 是一具有动量量纲的参数. 将 (1.10) 式代入 (1.8) 式, 就得到

$$\bar{g}^2(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \gg \Lambda^2} \frac{2}{b_0} \frac{1}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} - \frac{4b_1}{b_0^2} \ln \left(1 - \frac{b_0^2}{4b_1} \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right)} \left[1 + O \left(\frac{\Lambda}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} \right) \right]. \quad (1.11)$$

而将 (1.10) 式代入 (1.9) 式则得到

$$\bar{g}_0^2(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \gg \Lambda^2} \frac{2}{b_0} \left[\frac{1}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} + \frac{4b_1}{b_0^2} \frac{\ln \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}{\left(\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right)^2} \right] + O \left[\frac{1}{\left(\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right)^2} \right]. \quad (1.12)$$

在表 1 中我们列出了对应 (1.11) 和 (1.12) 式的典型微扰展开参数 $\bar{\alpha}(Q^2) = \bar{g}^2(Q^2)/4\pi^2$ 和 $\bar{\alpha}_0(Q^2) = \bar{g}_0^2(Q^2)/4\pi^2$ 的数值比较, 其中取了 $N_f = 6$.

表 1 微扰展开参数 $\bar{\alpha}(Q^2)$ 和 $\bar{\alpha}_0(Q^2)$ 的数值比较

Q^2/Λ^2	3	5	10	20	30	60	100	1000
$\bar{\alpha}(Q^2)$	0.337	0.243	0.179	0.143	0.128	0.109	0.098	0.069
$\bar{\alpha}_0(Q^2)$	0.496	0.299	0.200	0.154	0.136	0.114	0.102	0.070

从表 1 见到, 当动量处在 $3\Lambda^2 \leq Q^2 \leq 30\Lambda^2$ 区域时, $\bar{\alpha}$ 和 $\bar{\alpha}_0$ 的差别较明显, 这正代表着 $\bar{\alpha}$ 中除 $1/\ln(Q^2/\Lambda^2)$ 和 $\ln \ln(Q^2/\Lambda^2)/[\ln(Q^2/\Lambda^2)]^2$ 以外的高次项的影响; 而当 Q^2 继续加大时, $\bar{\alpha}$ 和 $\bar{\alpha}_0$ 的差别越来越小, 最后趋于相等, 这正意味着 $\bar{\alpha}$ 中高次项的贡献更快地趋近于零.

公式 (1.11) 就是我们所需要的至双圈图一级的等效耦合常数的表达式, 它是我们下面讨论重层子位势的出发点之一.

二、动量表象

假定层子-反层子间的短距离相互作用是通过单胶子交换进行的, 则当动量传递 Q^2 很大时, 相互作用在动量表象中可以写成

$$\tilde{V}(Q^2) = -\frac{4}{3} \bar{g}^2(Q^2) \frac{1}{Q^2}. \quad (2.1)$$

式中 $(-4/3)$ 是由于颜色^[10]; $\bar{g}^2(Q^2)$ 是层子与胶子间的等效耦合常数, 已由 (1.11) 式给出. 将 $\bar{g}^2(Q^2)$ 的表达式代入 (2.1), 就导致层子-胶子的短距离相互作用位势

$$\tilde{V}(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \gg \Lambda^2} \frac{-a}{Q^2} \frac{1}{\ln \left[\frac{Q^2}{\Lambda^2} \left(1 + \frac{1}{d} \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right)^d \right]}. \quad (2.2)$$

其中

$$a = \frac{4}{3} \frac{2}{b_0} = \frac{64\pi^2}{33 - 2N_f}, \quad (2.3)$$

$$d = \frac{-4b_1}{b_0^2} = \frac{6(153 - 19N_f)}{(33 - 2N_f)^2}. \quad (2.4)$$

由于在解释重层子素谱方面的成功, 以及 QCD 的禁闭思想, 大距离位势可假定是线性位势 kr , 其 Fourier 变换为

$$\tilde{V}(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \ll \Lambda^2} \int e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} kr d\mathbf{r} = -\frac{8\pi k}{|\mathbf{q}|^4} \frac{\text{质心系}}{Q^2} = \frac{8\pi k}{Q^4}. \quad (2.5)$$

最后一个等式是因为在层子-反层子系统质心系, $Q^2 = \mathbf{q}^2 = q_0^2 = \mathbf{q}^2$.

于是 QCD 微扰论给出了大 Q^2 (小距离 r) 位势 (2.2) 而线性禁闭假定给出了小 Q^2 (大距离 r) 位势 (2.5). 但是中间距离位势仍然是未知的. 物理上中间距离位势密切关系到下面的问题: 渐近自由是如何过渡到禁闭的? 这一问题在理论上并未解决, 但就目前的讨论而言, 我们不妨唯象地假定, 从位势 (2.2) 可以连续地过渡到位势 (2.5). 因此, 我们提出以如下位势

$$\tilde{V}(Q^2) = \frac{-a}{Q^2} \frac{1}{\ln \left\{ \left(1 + \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right) \left[1 + \frac{1}{d} \ln \left(1 + \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right) \right]^d \right\}}, \quad (2.6)$$

来描述重层子-反层子间的强相互作用, 即简单地将 (2.2) 式中的

$$\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \rightarrow \ln \left(1 + \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right).$$

显然, 当 $Q^2 \gg \Lambda^2$ 时, 位势 (2.6) 有极限 (2.2) 式; 而当 $Q^2 \ll \Lambda^2$ 时, 位势 (2.6) 式变成

$$\tilde{V}(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \ll \Lambda^2} -\frac{a\Lambda^2}{2} \frac{1}{Q^4}, \quad (2.7)$$

它恰好具有极限 (2.5) 的形式. 比较后得出, 对应的线性位势极限斜率

$$k = \frac{4\pi\Lambda^2}{33 - 2N_f}, \quad (2.8)$$

它表达了 k 与参数 Λ 和 N_f 的关系.

我们注意到, 极限斜率 k 中并不出现双圈图结果的参数 d , 双圈图对极限斜率的影响, 仅仅是使之总的改变一个因子 $1/2$.

由于 a, d 仅仅是 N_f 的函数, 因此整个位势 (2.6) 只依赖于两个参数 N_f 和 Λ . 当 N_f 确定之后, 它只依赖于一个参数 Λ . 这就是说, 参数 Λ 不仅决定了渐近自由机制起作用的距离, 也通过 (2.8) 式决定了线性位势的作用强度, 因而它等效于颜色 $SU(3)$ 规范群的耦合常数, 这在理论上是十分吸引人的. 问题在于, 这种单一参数描述是否现实? 即采用实验上允许的 Λ 值是否也能得到实验上允许的 k 值? 事实上, 从 (2.8) 式可以计算出表 2, 它显示了 k 与 Λ 值的对应关系.

从这些数据可见, 对于 $N_f = 6$, 只要取 Λ 值在 $0.5 \sim 0.6 \text{ GeV}$ 范围, 则所得 k 值在 0.2 GeV^2 左右; 对于 $N_f = 3$, 只要取 Λ 值在 $0.6 \sim 0.7 \text{ GeV}$ 范围, 所得 k 值也在 0.2 GeV^2 左右. 而 $k \sim 0.2 \text{ GeV}^2$ 是层子素谱实验所要求的^[1,4], 它也接近在强子的弦图象中由 Regge

表 2

Λ (GeV)	$N_f = 6$			$N_f = 3$		
	0.5	0.55	0.6	0.6	0.65	0.7
k (GeV ²)	0.15	0.18	0.22	0.17	0.20	0.23

轨迹斜率 $a' \approx 1\text{GeV}^{-2}$ 所定出的 $k = 1/2\pi a' \approx 0.16\text{GeV}^2$ 。至于 Λ 值, 理论上原则可在 $0.3 \sim 1\text{GeV}$ 之间^[9], 高能 l-N 深度非弹和 e^+e^- 湮灭实验要求 Λ 在 $0.5 \sim 1\text{GeV}$ 之间^[10]。令人满意的是, 我们所取的 Λ 值皆在此范围之内。因此可以预期, 采用单一参数 Λ 的位势 (2.6) 有可能较好地说明重层子素谱实验而又不与高能 l-N 深度非弹与 e^+e^- 湮灭实验相矛盾。

公式 (2.8) 是双圈图近似的结果, 它比单圈图近似结果要增加一个因子 $1/2$, 这一点在选择较大的参数 Λ 是有利的。否则为了导致 $k \sim 0.2\text{GeV}^2$, 则须选取更小的 Λ 值, 这似乎与高能实验中的 Λ 值有一些偏离。

三、坐标表象

原则上, 将位势 $\tilde{V}(Q^2)$ [(2.6) 式] 在层子-反层子质心系进行 Fourier 变换, 即可得坐标表象中的位势

$$V(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \tilde{V}(Q^2 = q^2) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{q} \quad (3.1)$$

但由于 $\tilde{V}(Q^2)$ 的表达式复杂, 上述积分不易解析地进行。为了在坐标表象中获得一个 $V(r)$ 的解析表达式, 我们采取略微不同的途径。

我们已经知道, 当 r 很大时, $V(r)$ 对应于 $\tilde{V}(Q^2 \ll \Lambda^2)$ [(2.5) 式] 的 Fourier 变换即线性位势

$$V(r) \xrightarrow{r \text{ 大}} kr \quad (3.2)$$

其中 k 由 (2.8) 式给出。而当 r 很小时, $V(r)$ 对应于 $\tilde{V}(Q^2 \gg \Lambda^2)$ [(2.2) 式] 即

$$\frac{-a}{Q^2} \frac{1}{\ln \left[\frac{Q^2}{\Lambda^2} \left(1 + \frac{1}{d} \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right)^d \right]} \xrightarrow{Q^2 \gg \Lambda^2} \frac{-a}{Q^2 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} \left[1 - d \frac{\ln \left(\frac{1}{d} \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right)}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} \right] \quad (3.3)$$

的 Fourier 变换。在对此式进行 Fourier 变换时, 为了去掉被积函数的奇点, 可将

$$\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \rightarrow \ln \left(\zeta + \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right),$$

ζ 是大于 1 的正数, 变换后再令 $\zeta = 0$ 。所得结果为

$$V(r) \xrightarrow{r \text{ 小}} \frac{-a}{4\pi r \ln \frac{r_0^2}{r^2}} \left[1 - d \frac{\ln \frac{1}{d} \ln \frac{r_0^2}{r^2}}{\ln \frac{r_0^2}{r^2}} \right] + O \left[\frac{1}{r \left(\ln \frac{r_0^2}{r^2} \right)^3} \right], \quad (3.4)$$

其中

$$r_0 = 1/\Lambda e^C, \quad (3.5)$$

$C = 0.5772$ 是欧拉常数. 在得出 (3.4) 时, 我们按照 $1/\ln \frac{r_0^2}{r^2}$ 作了级数展开. 与 (3.4) 类似的结果曾在文献 [4] 中给出.

为了使大距离位势 (3.2) 和小距离位势 (3.4) 连接起来, 我们假定 $V(r)$ 取下面的形式

$$V(r) = \frac{-a}{4\pi r} \frac{1}{\ln \left\{ \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) \left[1 + \frac{1}{d} \ln \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right)\right]^d \right\}} f(r). \quad (3.6)$$

这里 $f(r)$ 是一个待定函数, 它的极限行为由 $r \rightarrow \infty$ 时, $V(r)$ 与 (3.2) 式一致和 $r \rightarrow 0$ 时, $V(r)$ 与 (3.4) 式一致所决定. 由此得出

$$f(r \rightarrow \infty) = -1/2e^{2C} = f_\infty, \quad (3.7)$$

$$f(r \rightarrow 0) = 1. \quad (3.8)$$

满足条件 (3.7) 和 (3.8) 的函数 $f(r)$ 有很多种. 由于我们目前对中间距离的层子间位势还了解得不十分清楚, $f(r)$ 的实际选择就带有某种任意性. 但我们已经知道, 一方面位势 (3.6) 式中的对数部分仅仅是在极短的距离内起作用, 另一方面在决定层子素的激发能谱时, 线性位势起着主要作用, 因此我们希望 (3.6) 能迅速过渡到线性位势, 这就要求 $f(r)$ 在 r 增大时, 迅速从 1 减至 0, 然后变成负值. 再注意到 J/ψ 和 Υ 族粒子的平均半径分别大于 2 GeV 和 1 GeV 左右^[4], 而参数 $r_0 \sim 1$ GeV (当 $\Lambda = 0.55$ GeV 时), 因此下列形式的

$f(r)$ 如

$$f(r) = \frac{f_\infty + r_0^2/r^2}{1 + r_0^2/r^2}, \quad (3.9)$$

$$f(r) = \frac{f_\infty + \ln(1 + r_0^2/r^2)}{1 + \ln(1 + r_0^2/r^2)}, \quad (3.10)$$

$$f(r) = (f_\infty - 1)e^{-r_0^2/r^2} + 1 \quad (3.11)$$

等都可在选择之列, 但具体好坏应由与实验的比较来决定.

顺便指出, 如果采用上面例举的 $f(r)$, 则大 r 处的线性位势斜率总是从下方趋于极限值的. 当 r 很大时, (3.6) 式表达的 $V(r) \sim k(r)r$, 其中 $k(r)$ 尽管很接近, 但并不严格等于 (2.8) 式所表达的极限值 k . 随着 r 的加大, 在 $f(r)$ 通过零点变负之后, 其

绝对值从 $0 \rightarrow 1/2e^{2C}$, 这才使 $k(r)$ 值也逐渐加大到极限值 k , 而在达到极限值之前, 总是有 $k(r) \leq k$.

作为一个例子, 我们选择一种最简单的 $f(r)$ 形式 (3.9), 代入 (3.6) 式, 就得到一种可能的位势

$$V(r) = \frac{-a}{4\pi r} \frac{1}{\ln \left\{ \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) \left[1 + \frac{1}{d} \ln \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right)\right]^d \right\}} \frac{f_\infty + r_0^2/r^2}{1 + r_0^2/r^2}. \quad (3.12)$$

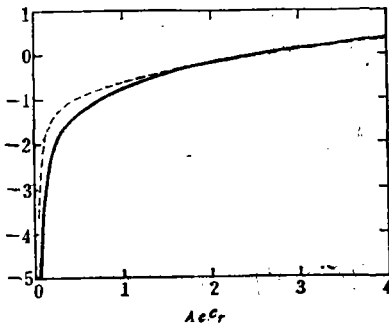


图1 位势 (3.12) 对无量纲变量 $\Lambda e^C r$ 的作图

— $V(r)(33 - 2N_f)/8\pi\Lambda e^C$

--- $V(r)(33 - 2N_f)/16\pi\Lambda e^C$ ($d=0$)

式中 a, d, r_0 和 f_∞ 分别由 (2.3)、(2.4)、(3.5) 和 (3.7) 式给出。在 N_f 固定之后, 位势 (3.12) 仅仅决定于单一参数 Λ 。

图 1 给出了位势 (3.12) 的形状, 并与单圈图结果 (相应于 $d=0$) 进行了比较。作图时, 我们取了 $N_f=6$, 并使双圈图位势与单圈图位势有相同的极限斜率 (即当无量纲变量 $y = \Lambda e^{Cr} \rightarrow \infty$ 时, 两者图形皆 $\rightarrow -f_\infty y$)。

从图 1 见到, 在 $y = \Lambda e^{Cr} < 2$ 的范围, 双圈图位势的斜率要大于单圈图位势的斜率, 根据文献 [4] 的讨论, 这有可能改进对层子素谱中零点波函数的解释。

参 考 文 献

- [1] E. Eichten et al., *Phys. Rev. Lett.*, **34**(1975), 369; *Phys. Rev.*, **D17**(1978), 3090; **D21**(1980), 203.
- [2] C. Quigg and J. L. Rosner, *Phys. Lett.*, **71B**(1977), 153.
- [3] W. Celmaster, H. Georgi and M. Machacek, *Phys. Rev.*, **D17**(1978), 879.
- [4] 周邦融, 高能物理与核物理, **4**(1980), 93.
- [5] J. L. Richardson, *Phys. Lett.*, **82B**(1979), 272; W. Buchmüller, G. Grunberg and S. H. H. Tye. *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 103.
- [6] D. J. Gross and F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.*, **30**(1973), 1343; H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.*, **30**(1973), 1346.
- [7] D. J. Gross and F. Wilczek, *Phys. Rev.*, **D8**(1973), 3633.
- [8] W. Caswell, *Phys. Rev. Lett.*, **33**(1974), 244.
- [9] D. J. Gross, "Application of the Renormalization Group", edited in "Methods in Field Theory (Session, 28 of Les Houches 1975)".
- [10] J. D. Jackson, SLAC-198(1976).
- [11] A. De Rújula, H. Georgi and H. D. Politzer, *Ann. Phys.*, (N. Y.) **103**(1977), 315; E. C. Poggio, H. R. Quinn and S. Weinberg, *Phys. Rev.*, **D13**(1976), 1958; R. Shankar, *ibid.*, **15**(1977), 755; E. G. Moorhouse, M. R. Pennington and G. G. Ross, *Nucl. Phys.*, **B124**(1977), 285; W. Marciano and H. Pagels, *Phys. Rep.*, **36C**(1978), 139.

THE HEAVY QUARK POTENTIAL TO TWO-LOOP ORDER

ZHOU BANG-RONG

(University of Science and Technology of China)

ABSTRACT

We have derived a modified expression for the QCD effective coupling constant to two-loop order. It amounts to adding the terms of higher order than $\ln t/t$ which are independent of the renormalization scheme to the usual expression. On the basis of the result we proposed a in momentum and coordinate representation respectively, single heavy quark potential which has the properties of both asymptotic freedom and assumed linear confinement, and obtained the slope of the linear potential at large distances $k = 4\pi\Lambda^2/(33-2N_f)$. We bound that it is possible to determine the potential by means of the single parameter Λ if the quark flavor number N_f is specified in advance.