

## $\pi^-$ - $^{18}\text{O}$ 非弹性散射

刘波 姜焕清

(中国科学院高能物理研究所)

### 摘 要

我们在程函扭曲的 DWIA 框架下,用跃迁密度方法计算了 230MeV 的  $\pi^-$  到  $^{18}\text{O}$  的  $2^+(1.98\text{MeV})$  激发态上的非弹性散射微分截面,分析了  $\pi^-$  和  $\pi^+$  截面比,研究了中子半径的变化对微分截面的影响。我们的理论计算结果与实验符合较好。

### 一、引 言

中能  $\pi^-$ -核子作用的主要特点是 (3,3) 共振,共振的  $\pi^+p$  振幅比  $\pi^+n$  振幅大三倍,  $\pi^-n$  振幅比  $\pi^-p$  振幅大三倍。由于  $\pi^+$  与质子的作用比中子强,  $\pi^-$  与中子的作用比质子强,必然会引起  $\pi^+$  和  $\pi^-$  与具有不同数目或不同分布的质子和中子的核作用有明显的差别。库仑作用的存在和一些核中的中子过剩这一事实可能会引起原子核中的质子和中子密度分布不完全相同。分开原子核中质子和中子的作用和确定中子分布并与由电子散射实验得到的电荷分布作比较是人们感兴趣的问题。由于  $\pi^+p$  截面和  $\pi^+n$  截面 (或  $\pi^-n$  截面和  $\pi^-p$  截面) 在 (3,3) 能区有较大的差别,所以多年以来,人们期望  $\pi^-$  在区分核中质子和中子分布上将成为一个好的探针。介子工厂的出现,  $\pi^-$ -核散射实验的增多,使得这个愿望成为可能。所以研究  $\pi^-$  在原子核上的弹性散射,抽出关于中子分布的知识是人们普遍感兴趣的问题<sup>[1]</sup>。

大家知道,在 (3,3) 能区,由于  $\pi^-$ -核子 P 波作用特别强,使得  $\pi^-$ -核弹性散射主要是通过  $\pi^-$  与核表面的核子发生作用,  $\pi^-$ -核弹性散射主要是一个强的表面核作用<sup>[2]</sup>。而对于原子核低激发态的非弹性散射,由于动量转换不太大,我们猜想,可能与  $\pi^-$ -核弹性散射比较类似,虽然可能  $\pi^-$  要与离核表面靠里面的核子发生作用,但可能主要还是一个表面作用。所以研究  $\pi^-$  在原子核上的非弹性散射有可能提供研究核物质分布的知识。

近年来,  $\pi^-$ -核散射实验不断增多,为理论工作提供了大量实验材料。S. Iversen 等人<sup>[3]</sup> 测量了  $\pi^+$  在  $^{18}\text{O}$  的  $2^+(1.98\text{MeV})$  态上的微分截面和积分截面比。他们的实验给出: 对于 230MeV 的  $\pi^-$ , 积分截面比为  $\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+) = 1.66$ , 对于 164MeV 的  $\pi^-$ ,  $\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+) = 1.86$ 。若把  $^{18}\text{O}$  看作在  $^{16}\text{O}$  核心外有两个价中子,当只考虑  $^{16}\text{O}$  核心外的两个价中子的

贡献时, 给出的截面比为 9/1. 说明只考虑核心外的两个价中子不能符合实验, 要符合实验材料就必须考虑核心的效应, 核心如何被极化? 核心有多少核子参加跃迁等? 是我们感兴趣的问题. 按照壳层模型观点来看,  $^{18}\text{O}$  是  $^{16}\text{O}$  核心外有两个价中子, 由于价中子与核心的相互作用, 以及价中子之间的相互作用,  $^{18}\text{O}$  的基态不是纯壳模型组态, 而可能是核心中的一些核子被激发到高壳层, 换句话说,  $^{18}\text{O}$  的基态是变形的. 对于在一个变形的核上的非弹性散射, 原子核表面不只是价核子的分布, 而核心中的一些核子在核表面也可能有一定的分布.  $\pi$  不仅仅与价核子发生作用, 还可能与接近于核表面的其他核子发生作用, 使到  $2^+$  态的跃迁, 不完全是由价核子参加, 还有核心中的核子参加. 基于以上分析, 为了描述这样的核表面性质, 所以我们选择具有集体特性而且表面贡献较大的跃迁密度来描述核跃迁. 而跃迁密度方法已被别人用来描述集体态的跃迁, 证明是一个好的近似<sup>[4]</sup>.

基于  $\pi$  主要与核表面的核子发生作用这一考虑, 而核表面的核子分布要比核心稀薄, 所以  $\pi$  与核表面核子的作用主要是一次作用, 因此我们可用一次作用近似处理, 至少在小角度是适用的. 所以我们用程函扭曲波的 DWIA 近似和跃迁密度方法, 计算了能量为 230 MeV 的  $\pi^\pm$  到  $^{18}\text{O}$  的  $1.98\text{MeV}2^+$  态的非弹性散射微分截面, 研究了截面比和中子均方根半径的变化对截面的影响. 我们的理论计算结果与实验符合较好. 下一节我们将给出我们的计算公式, 在第三节将给出我们的计算结果与实验的比较和分析讨论.

## 二、计算公式

从原子核初态  $|i\rangle$  跃迁到激发态  $|f\rangle$  的 DWIA 振幅可以写为:

$$T_{fi} = \langle \chi_f^{(-)}, f | U | i, \chi_i^{(+)} \rangle. \quad (1)$$

其中  $U$  为引起跃迁的相互作用,  $\chi_i^{(+)}$ ,  $\chi_f^{(-)}$  分别为入射和出射道的  $\pi$  介子扭曲波函数, 在程函近似下, 它们可以表示为:

$$\begin{aligned} \chi_i^{(+)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{r}) &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \frac{1}{2}A\bar{\sigma}_{i0t}(1-ir) \int_{-\infty}^r \rho(b, s) ds} \\ \chi_f^{(-)*}(\mathbf{k}_f, \mathbf{r}) &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r} - \frac{1}{2}A\bar{\sigma}_{f0t}(1-ir) \int_r^{\infty} \rho(b, s) ds} \end{aligned} \quad (2)$$

这里  $\bar{\sigma}_{i0t}$  是  $\pi$  介子与原子核中一个核子碰撞的总截面的平均值,  $r$  是其朝前振幅的实部对虚部的比.  $\rho(r)$  是原子核的密度分布, 它的归一化为:

$$\int d^3r \rho(r) = 1.$$

在取一级冲量近似下, 跃迁势  $U$  可写为:

$$U = \sum_{j=1}^A t_{\pi N}(j). \quad (3)$$

这里  $t_{\pi N}(j)$  表示  $\pi$  介子与第  $j$  个核子的碰撞矩阵. 跃迁密度定义为:

$$\rho_{fi}(\mathbf{r}_j) = \int \phi_f^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \psi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \prod_{i \neq j} d\mathbf{r}_i. \quad (4)$$

则从核初态  $|i\rangle$  到末态  $|f\rangle$  的跃迁矩阵元可表示为:

$$\langle f|U|i\rangle = \frac{A_{eff}}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \langle \mathbf{k}_f | t_{\pi N} | \mathbf{k}_i \rangle \rho_{fi}(\mathbf{q}). \quad (5)$$

其中  $A_{eff}$  为参加跃迁的有效核子数,  $\rho_{fi}(\mathbf{q})$  为跃迁密度  $\rho_{fi}(\mathbf{r})$  的富氏变换,  $\mathbf{k}_i$  和  $\mathbf{k}_f$  为在  $\pi$ -核质心系中初态和末态的  $\pi$  动量.

从  $\pi$ -核质心系到  $\pi$ -核子质心系碰撞矩阵的变换是:

$$\langle \mathbf{k}_f | t_{\pi N} | \mathbf{k}_i \rangle = r \langle \mathbf{k}'_{\pi N} | t_{\pi N} | \mathbf{k}_{\pi N} \rangle. \quad (6)$$

这里  $\mathbf{k}_{\pi N}$  和  $\mathbf{k}'_{\pi N}$  表示在  $\pi$ -核子质心系中碰撞前和碰撞后的  $\pi$  动量. 在“冻结”核子近似下,  $r$  可表示为<sup>[5]</sup>:

$$r = \left[ \frac{E_{\pi}(\mathbf{k}_{\pi N}) E_{\pi}(\mathbf{k}'_{\pi N}) E_N(\mathbf{k}_{\pi N}) E_N(\mathbf{k}'_{\pi N})}{E_{\pi}(\mathbf{k}_i) E_{\pi}(\mathbf{k}_f) E_N(\mathbf{k}_i/A) E_N(\mathbf{k}_f/A)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

在  $\pi$ -核子质心系中的  $t_{\pi N}$  矩阵与散射振幅有如下关系<sup>[6]</sup>:

$$f_{\pi N}(\mathbf{k}_{\pi N}, \mathbf{k}'_{\pi N}) = -\frac{1}{2\pi} \frac{E_{\pi}(\mathbf{k}_{\pi N}) E_N(\mathbf{k}_{\pi N})}{E_{\pi}(\mathbf{k}_{\pi N}) + E_N(\mathbf{k}_{\pi N})} \langle \mathbf{k}'_{\pi N} | t_{\pi N} | \mathbf{k}_{\pi N} \rangle. \quad (8)$$

略去与自旋有关的项, 只考虑  $s$  波和  $p$  波, 则可以把  $f_{\pi N}$  写成如下的形式:

$$f_{\pi N}(\mathbf{k}_{\pi N}, \mathbf{k}'_{\pi N}) = f_{\pi N}^s(\mathbf{k}_{\pi N}, \mathbf{k}'_{\pi N}) + f_{\pi N}^p(\mathbf{k}_{\pi N}, \mathbf{k}'_{\pi N}) \boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (9)$$

$$f_{\pi N}^s(\mathbf{k}_{\pi N}, \mathbf{k}'_{\pi N}) = a_0 + c_0 \mathbf{k}_{\pi N} \cdot \mathbf{k}'_{\pi N}, \quad (10)$$

$$f_{\pi N}^p(\mathbf{k}_{\pi N}, \mathbf{k}'_{\pi N}) = a_1 + c_1 \mathbf{k}_{\pi N} \cdot \mathbf{k}'_{\pi N}. \quad (11)$$

其中  $f_{\pi N}^s$  为同位旋标量  $\pi N$  振幅,  $f_{\pi N}^p$  为同位旋向量部分,  $\boldsymbol{\theta}$  表示  $\pi$  介子的同位旋算符,  $\boldsymbol{\tau}$  为核子的同位旋算符, 系数  $a_0, a_1, c_0, c_1$  由低能  $\pi N$  散射相移确定<sup>[7]</sup>.

将(1)–(11)代入未极化的非弹性散射截面公式:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(2\pi)^4}{\hbar^4 c^4} \frac{k_f}{k_i} \frac{E_a E_b E_c E_d}{E^2} \sum_{i,f} |T_{fi}|^2, \quad (12)$$

就可以完成对微分截面的计算. 这里  $\sum_{i,f}$  表示对初态自旋求平均, 对末态自旋求和,  $k_i$  和  $k_f$  分别为  $\pi$ -核质心系中入射及出射的  $\pi$  动量,  $E_a, E_b, E_c, E_d$  分别为  $\pi$ -核质心系中入射  $\pi$ 、靶核、出射  $\pi$  介子和剩余核的能量,  $E$  是体系的总能量.

考虑从基态  $|0\rangle$  到激发态  $|L\rangle$  的跃迁, 我们可以把跃迁密度参数化为<sup>[8]</sup>:

$$\rho_{LM}(\mathbf{r}) = N_L \rho_L(r) Y_{LM}(\Omega) \quad (13)$$

$$\rho_L(r) = r^{L-1} \frac{d\rho(r)}{dr}. \quad (14)$$

其中  $\rho(r)$  是原子核基态密度. 跃迁强度  $N_L$  可以从电磁跃迁通过如下关系确定:

$$B(EL, 0 \rightarrow L) = \sum_{M,\mu} |\langle LM | Q_{\lambda\mu} | 00 \rangle|^2. \quad (15)$$

其中

$$Q_{\lambda\mu} = c \sum_{j=1}^Z r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}^*(\Omega) \quad (16)$$

我们用这种参数化的跃迁密度计算了  $\pi$  在原子核上的非弹性散射. 下一节我们将给出计算结果和讨论.

### 三、结果和讨论

我们用上节的公式,计算了能量为 230MeV 的  $\pi$  介子在  $^{18}\text{O}$  上的非弹性散射到达  $^{18}\text{O}$  的  $2^+(1.98\text{MeV})$  态上的微分截面,分析了  $\pi^-$  和  $\pi^+$  的截面比和中子的均方根半径的变化对微分截面的影响. 输入参数为:  $^{18}\text{O}$  的电荷分布取的是电子散射实验给出的电荷形状因子<sup>[9]</sup>,  $E2$  跃迁的实验值取自文献[10],考虑核介质的影响,按照 J. Hüfner 等人<sup>[11]</sup>的计算,我们取  $\pi$  介子在核中的平均自由程  $\lambda_\pi = 1/\rho(0)\bar{\sigma}_{tot} = 2\text{fm}$ ,关于  $\pi^-$  核子朝前散射振幅的实部对虚部的比,我们知道的很少,按照文献[12]的讨论,我们取为 0.3. 由于对  $^{18}\text{O}$  的中子分布了解得很少,我们把中子分布的半径作为一个参数,研究它的变化对微分截面的影响. 为了分析核介质的影响,我们把参加跃迁的有效核子数也作为一个参数来研究它的变化对  $\pi^-$  介子和  $\pi^+$  介子截面比的关系和对微分截面绝对值的影响.

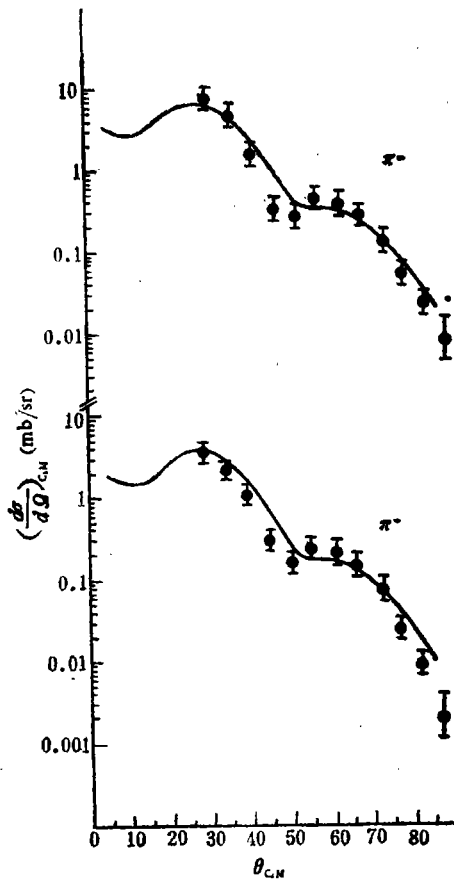


图1 230MeV 的  $\pi$  到  $^{18}\text{O}$  的  $2^+(1.98\text{MeV})$  激发态上的非弹性散射.  $A_{\text{eff}} = 6$  时理论计算与实验的比较

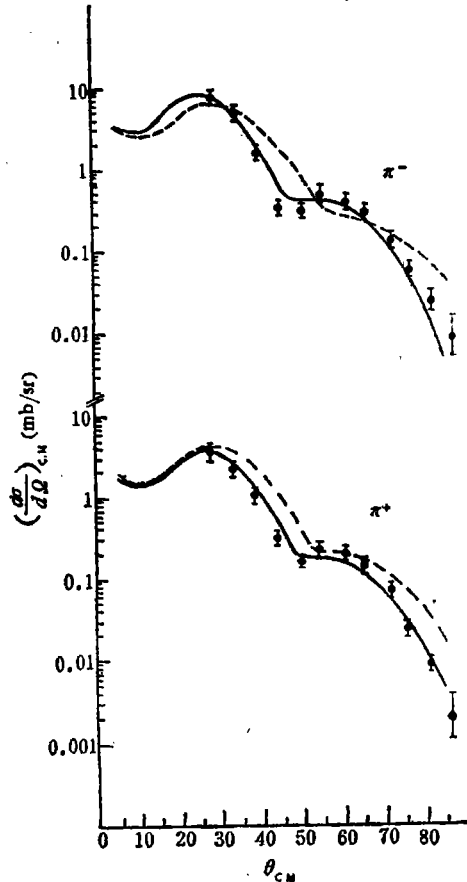


图2 230MeV 的  $\pi$  到  $^{18}\text{O}$  的  $2^+(1.98\text{MeV})$  激发态上的非弹性散射.  $A_{\text{eff}} = 6$  时中子半径变化对截面的影响. 实线相应于  $\langle r_n^2 \rangle^{1/2} = 1.1 \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ , 虚线相应于  $\langle r_n^2 \rangle^{1/2} = 0.9 \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$

如果把  $^{16}\text{O}$  看作为在  $^{16}\text{O}$  核心外有两个价中子, 当只考虑这两个价中子参加跃迁, 给出的截面比  $\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+) = 9/1$ , 比实验值大很多. 当  $^{16}\text{O}$  中的所有核子都以相等的几率参加跃迁时, 截面比为 1.25, 比实验值稍小一些. 这说明核心参加了贡献. 通过估算可以得到当  $A_{\text{eff}} = 6$  时给出的截面比 ( $\sim 2$ ) 接近于实验. 所以我们用  $A_{\text{eff}} = 6$  计算了微分截面, 计算的结果与实验的比较在图 1 中. 我们的结果在形状和绝对值上都能与实验较好地符合.

为了考察中子分布半径对微分截面的影响, 我们改变中子半径的大小看微分截面的变化. 在图 2 中我们给出了改变中子分布半径后的微分截面与实验的比较, 实线为  $\langle r_n^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 1.1 \langle r_p^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ , 虚线为  $\langle r_n^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 0.9 \langle r_p^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ . 从图 2 可以看到, 似乎中子半径增大一点微分截面与实验符合得较好. 这与他人<sup>[1]</sup>得出的  $^{16}\text{O}$  和  $^{16}\text{O}$  的核物质分布差别  $\Delta \langle r_n^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \leq 0.15 \text{ fm}$  的结论一致.

$\pi$ -核子相互作用的力程短, 所以在  $\pi$ -核相互作用范围内, 与  $\rho_H(\mathbf{q})$  比较  $t_{\pi N}$  变化缓慢, 所以跃迁矩阵元的动量依赖主要取决于跃迁密度的形状因子, 也就是说核跃迁矩阵元取决于末态波函数与初态波函数的重叠, 而不侧重于波函数的细节. 只要选择合适的跃迁密度, 使之能给出正确的重叠, 就可能给出正确的核跃迁矩阵元. 我们选用跃迁密度近似来描述核态的跃迁, 还因为跃迁密度方法已被很多人用来描述集体态的跃迁, 而到原子核低激发态的非弹性散射, 由于动量转换不太大, 可能与弹性散射比较类似, 其相互作用主要发生在核表面, 由 (14) 式确定的定域的跃迁密度, 在核表面的分布最大, 就是说, 只是分布在核表面的核子参加跃迁. 由 (14) 式所确定的跃迁密度能反映表面相互作用的特点. 这种正确反映跃迁特点, 而从电磁跃迁确定强度的跃迁密度, 能够给出与实验符合的结果, 是可以理解的, 这种方法比用波函数要简便.

虽然我们的工作还是初步的, 例如库仑效应,  $\pi$ -核子振幅中的自旋项和核介质效应等没有考虑, 但从我们的结果与实验较好地符合可以说明, 我们所用的方法, 是抓住了在 (3,3) 共振区到低激发态的  $\pi$ -核非弹性散射过程主要是一个表面核作用这一特点. 当然如核介质的影响, 自旋效应和较严格的扭曲波等应进一步考虑, 关于中子分布的问题我们还将深入研究.

## 参 考 文 献

- [1] C. H. Q. Ingram, Proc. of the 2. conference on Meson-Nuclear Physics., E. V. Hungerford ed., Houston 1979, p. 455.
- [2] J. Hüfner, *Phys. Report*, **21C**(1975), 1.
- [3] S. Iversen et al., *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 17; and *Phys. Lett.*, **82B** (1979), 51.
- [4] R. D. Amado and F. Lenz, *Phys. Rev.*, **22C** (1980), 2094.
- [5] R. H. Landau, S. C. Phatak and F. Tabakin, *Ann. Phys.*, **78** (1973), 299.
- [6] H. K. Lee and H. McManus, *Nucl. Phys.*, **A167**(1971), 257.
- [7] D. S. Koltun, *Adv. Nucl. Phys.*, **V3** (1969), 71.
- [8] L. J. Tassie, *Aust. J. Phys.*, **9** (1956), 407.
- [9] H. R. Collard, L. R. B. Elton and R. Hofstadter, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, **V2** (1967), 34.
- [10] C. Flaum et al., *Phys. Rev. Lett.*, **39**(1977), 446.
- [11] J. Hüfner and M. Thies, *Phys. Rev.*, **20** (1979), 273.
- [12] H. C. Chiang and J. Hüfner, *Phys. Lett.*, **84B** (1979), 393.

## PION-<sup>18</sup>O INELASTIC SCATTERING

LIU BO    CHIANG HUAN-CHING

*(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)*

### ABSTRACT

In the framework of the eikonal form of DWIA and using the transition density method, the differential cross sections for <sup>18</sup>O ( $\pi$ ,  $\pi'$ ) <sup>18</sup>O\* (2<sup>+</sup>, 1.98 MeV) inelastic scattering at  $T_{\pi}$ =230 MeV are calculated. The ratios of the integrated cross sections for  $\pi^-$  vs.  $\pi^+$  bombardments are analyzed and the effects of changing the neutron radius to the differential cross sections are studied as well. Our results fit the data quite well.