

# 低能 $\pi$ -核散射的库伦效应

莫敦庸

(广西师范学院)

陈生忠 李清润

(中国科学院高能物理所)

## 摘 要

本文研究了低能 $\pi$ 介子 ( $T_{\pi} = 80, 70, 50\text{MeV}$ ) 被原子核散射时库伦效应的大小。结果表明,我们在以前计算低能 $\pi$ 散射的结果中,对于 $T_{\pi} = 50\text{MeV}$ 的角分布曲线的谷附近发生的理论与实验的偏离,不是由于忽略库伦效应所致。此外,除了对于 $50\text{MeV}$ 角分布的小角度外,在这一能区库伦效应是可以忽略的。

## 一、引 言

近年来,低能 ( $T_{\pi} < 100\text{MeV}$ )  $\pi$ 介子被原子核散射的研究,实验和理论工作都日益增多。这是因为在(3,3)共振区原子核几乎是“黑”的,因此核结构的各种效应都难以显现出来。但当入射的 $\pi$ 介子能量降低到低能区域时,原子核的“黑”度大大减小,因而各种核结构效应将显露出来而变得越来越重要。对于具有很好的 $\alpha$ 粒子集团结构的原子核来说(如 $^{12}\text{C}$ 和 $^{16}\text{O}$ ),如果以原子核内的 $\alpha$ 粒子作为散射心,而以 $\pi$ - $\alpha$ 的振幅(拟合实验得到的)作为输入,则各种核结构效应和 $\pi$ 的真实吸收效应能在很大程度上被“自动地”包括进去。因此可以预期这种方法将会比以 $\pi$ - $N$ 振幅作为基本输入的理论计算能给出更好的结果。基于上述考虑,在文献[1]中对于低能区的 $\pi$ -核散射进行了计算,其结果确比简单的 $\pi$ - $N$ 振幅作输入的情况有很大改进。以 $\pi$ - $\alpha$ 作基本输入的优点,在低能区突出地显现出来。

但从文献[1]的结果中可以看出,随着能量逐渐降低,理论结果和实验结果逐渐产生偏离。在 $T_{\pi} = 50\text{MeV}$ 时,这一偏离相当显著。从理论上考虑,产生这一偏离可能有两方面的原因,一个原因可能是所使用的散射理论框架——Glauber理论在这样低的能量(50MeV)下其定量的描述能力已大大降低;另一个原因则可能是因为[1]中的计算忽略了库伦效应所致。本文目的即在于研究库伦效应的大小。

## 二、核力加库伦力下的 Eikonal 散射振幅

在 Eikonal 近似下,散射振幅可以用相移函数表示为

$$F(\mathbf{q}) = \frac{i\hbar}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} (1 - e^{i\chi(\mathbf{b})}). \quad (1)$$

$\chi(\mathbf{b})$  是相移函数, 当一个带电粒子被一个原子核散射时, 它同时受到核作用和库伦作用. 如果  $\chi_c(\mathbf{b})$  代表单独的库伦力所产生的相移函数,  $\chi_N(\mathbf{b})$  代表单独的核作用产生的相移函数, 我们假定<sup>[2]</sup>有如下关系:

$$\chi(\mathbf{b}) = \chi_c(\mathbf{b}) + \chi_N(\mathbf{b}). \quad (2)$$

(相移相加性是 Glauber 当初建立他的理论时的基本假设<sup>[3]</sup>.) 于是我们有

$$1 - e^{i\chi(\mathbf{b})} = 1 - e^{i[\chi_c(\mathbf{b}) + \chi_N(\mathbf{b})]} = (1 - e^{i\chi_c(\mathbf{b})}) + e^{i\chi_c(\mathbf{b})}(1 - e^{i\chi_N(\mathbf{b})}), \quad (3)$$

将(3)代入(1)式, 得到

$$F(\mathbf{q}) = F_c(\mathbf{q}) + F_{CN}(\mathbf{q}), \quad (4)$$

其中

$$F_c(\mathbf{q}) = \frac{i\hbar}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} (1 - e^{i\chi_c(\mathbf{b})}) \quad (5)$$

是库伦散射振幅;

$$F_{CN}(\mathbf{q}) = \frac{i\hbar}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} e^{i\chi_c(\mathbf{b})} (1 - e^{i\chi_N(\mathbf{b})}) \quad (6)$$

是被库伦作用扭曲了的核散射振幅.

对于点电荷, 很易求得相移函数:  $\chi_c^{(p)}(\mathbf{b}) = 2\nu \ln(\hbar b)$ .  $\hbar$  为入射粒子的波数,  $\nu = z_1 z_2 e^2 / \hbar v$ ,  $z_1, z_2$  分别为入射粒子和靶核的电荷数,  $v$  是入射粒子速度.

对于电荷分布为  $\rho_s(\mathbf{r})$  的一个原子核, 库伦相移函数为:

$$\chi_c(\mathbf{b}) = \int d^3r' \chi_c^{(p)}(\mathbf{b} - \mathbf{b}') \rho_s(\mathbf{r}') = 2\nu \int \ln(\hbar |b - b'|) \rho_s(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (7)$$

我们取原子核的电荷分布为一均匀带电球体, 即

$$\rho_s(\mathbf{r}) = \begin{cases} 3/4\pi R^3 & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (8)$$

将(8)代入(7)式进行积分, 可得

$$\chi_c(b) = \begin{cases} 2\nu \ln(\hbar b), & b > R \\ 2\nu \left\{ \ln(\hbar R) + \ln[1 + (1 - b^2/R^2)^{1/2}] - \frac{1}{3} (1 - b^2/R^2)^{3/2} - (1 - b^2/R^2)^{1/2} \right\}, & b \leq R \end{cases} \quad (9)$$

### 1. $F_c(\mathbf{q})$ 的表示式

由(9)式得到  $\chi_c(\mathbf{b})$  后, 当然可以通过(5)式进行积分来求得库伦散射振幅  $F_c(\mathbf{q})$ . 但是如所周知, 对于轻核而言, 玻恩近似可以给出满意的库伦散射振幅. 因此我们用玻恩近似去求  $F_c(\mathbf{q})$ , 即

$$F_c(\mathbf{q}) \cong F_c^{(p)}(\mathbf{q}) = -\frac{2z_1 z_2 \alpha \hbar}{v q^2} S(\mathbf{q}), \quad (10)$$

这里  $\alpha = \frac{1}{137}$  是精细结构常数,  $S(\mathbf{q})$  为核的电荷形状因子, 它的具体表达式依赖于所使用的原子核波函数. 由于本文是在文献[1]的基础上研究库伦效应的大小, 当然应取和它

相同的原子核波函数.  $S(q)$  的表示式可在文献[4]中找到.

## 2. $F_{CN}(q)$ 的表示式

在(6)式所给出的  $F_{CN}(q)$  中,量  $\chi_c(b)$  可通过(9)式求得,  $\chi_N(b)$  可由 Glauber 公式给出:

$$F_N(q) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{iq \cdot b} (1 - e^{i\chi_N(b)}) \quad (11)$$

$$= \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{iq \cdot b} \langle \Psi_0 | \Gamma(b, s_1, s_2, \dots) | \Psi_0 \rangle, \quad (12)$$

其中  $\Psi_0$  是原子核的基态波函数,  $\Gamma(b, s_1, s_2, \dots)$  是原子核的剖面函数. 详细表示式已在文献[1]中给出. 设  $\Gamma_{00}(b) = \langle \Psi_0 | \Gamma(b, s_1, s_2, \dots) | \Psi_0 \rangle$ , 经过推导最后得: 对于  $^{12}\text{C}$ ,

$$\Gamma_{00}^{(c)}(b) = 3A \sum_{m=0,2,4,\dots}^8 D_m b^m - 3A^2 \sum_{m=0,2,4,\dots}^{16} D'_m b^m + A^3 \sum_{m=0,2,4,\dots}^{24} D''_m b^m. \quad (13)$$

对于  $^{16}\text{O}$ ,

$$\begin{aligned} \Gamma_{00}^{(0)}(b) = & 4A \sum_{m=0,2,4,\dots}^8 D_m b^m - 6A^2 \sum_{m=0,2,4,\dots}^{16} D'_m b^m \\ & + 4A^3 \sum_{m=0,2,4,\dots}^{24} D''_m b^m - A^4 \sum_{m=0,2,4,\dots}^{32} D'''_m b^m. \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $D_m, D'_m, D''_m, D'''_m$  是很繁的表达式,从略.

$\chi_c(b)$  和  $\chi_N(b)$  求得后,通过(6)式进行数值积分即可得到  $F_{CN}(q)$ .

此外,在计算中我们也考虑了质心运动的改正.

## 三、结果和讨论

我们计算了三种  $\pi$  介子的人射能量 ( $T_\pi = 80, 70, 50\text{MeV}$ ) 对  $^{12}\text{C}$  和  $^{16}\text{O}$  核的弹性散射微分截面. 结果如图 1—4 所示.

综观各图可以看出,随着能量的降低,库伦的影响也随着加大. 这一点,在定性上是可以理解的. 因为库伦振幅和能量成反比,而  $\pi$  与原子核的核作用却随着能量的降低而减小,所以随着能量的降低,库伦作用则相对地变得重要. 但是从定量的结果来看,直到能量降为  $50\text{MeV}$  时,只是在角分布的小角度和谷的附近,库伦作用才引起较重要的修正. 其他处的影响是不重要的. 当然,可以预期,当能量更进一步降低时,例如当  $T_\pi = 30, 20\text{MeV}$  时,库伦作用将会变得是一个不可忽略的效应.

如前所述,本文的目的主要是研究文献[1]中在  $T_\pi = 50\text{MeV}$  时的理论与实验结果的偏离中,库伦作用的贡献究竟有多大. 从图 1 中可看到,除了在小角度区域库伦效应起到明显的改正作用外,其他区域并无明显的影响. 看来产生偏离的主要原因,可能是由于 Glauber 理论在这样低的能量 ( $T_\pi = 50\text{MeV}$ ) 下,其定量的描述能力已经降低. (但是,定性的描述还是可以的. 它所给出的角分布曲线的形状、大小以及谷的位置和深度,都大致能反映出实验结果). 如果能进一步地构成一个  $\alpha$  粒子模型下的理论光学势去进行计算,将会有助于澄清这一问题.

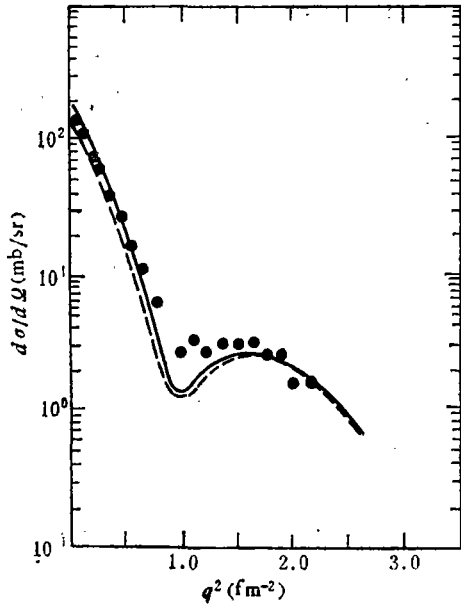


图 1  $T_{\pi} = 80\text{MeV } \pi^{-}\text{-}^{12}\text{C}$  弹性散射微分截面

—— 考虑库伦效应计算值  
 - - - 不考虑库伦效应计算值  
 ..... 实验点取自文献[ 5 ]

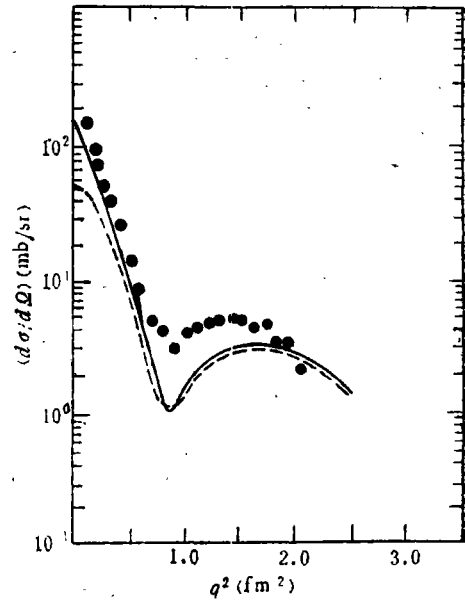


图 2  $T_{\pi} = 70\text{MeV } \pi^{-}\text{-}^{12}\text{C}$  弹性散射微分截面

—— 考虑库伦效应计算值  
 - - - 不考虑库伦效应计算值  
 ..... 实验点取自文献[ 6 ]

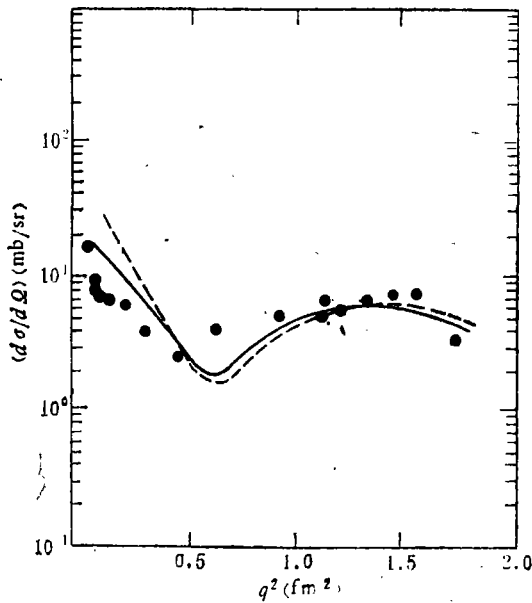


图 3  $T_{\pi} = 50\text{MeV } \pi^{+}\text{-}^{12}\text{C}$  弹性散射微分截面

—— 考虑库伦效应计算值  
 - - - 不考虑库伦效应计算值  
 ..... 实验点取自文献[ 7 ]

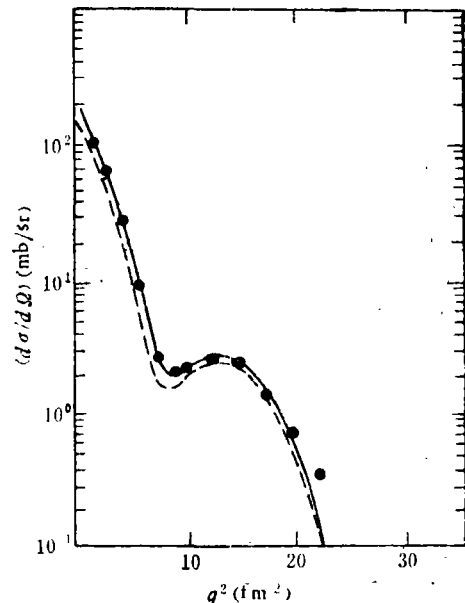


图 4  $T_{\pi} = 80\text{MeV } \pi^{-}\text{-}^{16}\text{O}$  弹性散射微分截面

—— 考虑库伦效应计算值  
 - - - 不考虑库伦效应计算值  
 ..... 实验点取自文献[ 8 ]

综上所述,通过本文的研究可以得到如下两点结论: i) 文献[1]中  $T_{\pi} = 50\text{MeV}$  的角分布曲线,谷附近发生的理论与实验的偏离,不是由于忽略了库伦效应所造成. ii) 在  $\pi$  核散射的理论计算中,直到能量低至  $50\text{MeV}$  时,库伦效应仍是可以略去的.(在  $50\text{MeV}$  时,对小角度的改正应加以适当考虑.)这一结论当然也适用于  $\pi$ -核反应的扭曲波计算.

### 参 考 文 献

- [1] Li Qing-run et al., *Nucl. Phys.*, A384 (1982), 466.
- [2] W. CZYZ et al., *Nucl. Phys.*, B19 (1970), 125.
- [3] R. J. Glauber, in: *Lectures in Theoretical Physics*, ed. W. E. Brittin et al., Vol. 1, p. 315.
- [4] 李清润等, *高能物理与核物理*, 5(1981), 531.
- [5] W. F. Barker et al., *Phys. Rev.*, 112 (1958), 1763.
- [6] R. M. Edelman et al., *Phys. Rev.*, 122 (1961), 252.
- [7] R. R. Johnson et al., *Nucl. Phys.*, A296 (1978), 444.
- [8] E. Boschitz, B. M. Freedom, Proc. Int. Conf. on high-energy Physics and Nuclear Structure Zurich, 1977, ed M P. Locher P. 119, p.133.

## COULOMB EFFECT IN $\pi$ -NUCLEUS SCATTERING AT LOW ENERGY

MO DUN-YONG

(Guangxi Teachers' College)

CHEN SHENG-ZHONG LI QING-RUN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

The importance of Coulomb effect for  $\pi$ - $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  scatterings is studied at incident energy  $T_{\pi}=80, 70, 50, \text{MeV}$ . Results show that the discrepancy between the data and the calculation that appears in differential cross section for  $T_{\pi}=50 \text{ MeV}$  in reference<sup>[1]</sup> is not attributed to ignoring Coulomb effect. The Coulomb effect in such energy region is negligible, except small angle region in the differential cross sections at  $T_{\pi}=50 \text{ MeV}$ .