

# $F_2^{ep}(x, Q^2) - F_2^{en}(x, Q^2)$ 的行为和 标度性破坏参数

沈齐兴 吴济民 陆景贤 赵佩英

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

利用在文章[1]中给出的强子的价夸克分布函数的解析表达式,我们讨论了电生过程的非单态分量,  $F_2^p - F_2^n$ , 标度性破坏参数  $\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} F_2^{ep}(x, Q^2)$ , 以及一些其它的量. 文中也给出了与实验数据的比较.

在前文中<sup>[1]</sup>, 我们利用 A-P 方程<sup>[2]</sup> 在合理的近似下得到了强子价夸克分布函数的解析表达式. 在本文中, 我们用它来讨论电生中的非单态分量,  $F_2^p - F_2^n$ , 标度性破坏参数以及一些其它的量.

## 一、 $F_2^p - F_2^n$ 的行为

假设了  $SU(2)$  对称性之后, 我们得到

$$F_2^p(x, Q^2) - F_2^n(x, Q^2) = \frac{1}{3} [xp_v(x, Q^2) - xn_v(x, Q^2)]. \quad (1)$$

其中,  $p_v$ 、 $n_v$  分别为质子中  $p$  夸克、 $n$  夸克的价夸克分布函数. 显然, 这个量只与价夸克分布函数有关, 并且是标度性破坏的.

有一些作者已经讨论过  $F_2^p - F_2^n$  的行为. De Rujula 等人<sup>[3]</sup> 定性地讨论了  $F_2^p - F_2^n$  行为. Baulieu 和 Kounnas<sup>[4]</sup> 利用非单态分量的 A-P 方程, 并且取某一  $Q^2$  数值下  $F_2^p - F_2^n$  实验数值作为输入, 数值地得到同一  $Q^2$  下的  $\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} (F_2^p - F_2^n)$ . Barger 和 Phillips<sup>[5]</sup> 假设了价夸克分布函数的形式而得到了没有标度性破坏的  $F_2^p - F_2^n$  的行为. Franklin<sup>[6]</sup> 在一个模型理论中讨论过它的行为. 以上这些讨论或者是定性的, 或者是数值求解, 甚至是模型理论的结果.

我们利用文章<sup>[1]</sup> 中给出的在带头对数近似下的价夸克分布函数的解析表达式, 就很容易得到  $F_2^p(x, Q^2) - F_2^n(x, Q^2)$  及其对  $\ln Q^2$  变化率的解析表达式. 它指出, 如果在初始  $t_0$  时, 价夸克分布函数的表达式是:

$$q_v(x, t_0) = x^a(1-x)^b,$$

本文 1981 年 8 月 28 日收到.

那么,在任何  $Q^2$  值下,它的行为是:

$$\begin{aligned}
 D(s, a, b, x) &= x^a (1-x)^b e^{s(\frac{3}{4}-c)} \frac{1}{\Gamma(s)} \\
 &\left\{ \mathcal{A}_0(a-1, b, s) \left( \ln \frac{1}{x} \right)^s \right. \\
 &+ \left[ \frac{1}{2} \mathcal{A}_0(a-1, b, s+1) + \mathcal{A}_1(a-1, b, s) \right] \left( \ln \frac{1}{x} \right)^{s+1} \\
 &+ \left[ \frac{1}{8} \frac{s+4}{s+1} \mathcal{A}_0(a-1, b, s+2) \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{2} \mathcal{A}_1(a-1, b, s+1) + \mathcal{A}_2(a-1, b, s) \right] \left( \ln \frac{1}{x} \right)^{s+2} \\
 &+ \left[ \frac{1}{24} \frac{s^2+6s+12}{(s+1)(s+2)} \mathcal{A}_0(a-1, b, s+3) \right. \\
 &+ \frac{1}{8} \frac{s+4}{s+1} \mathcal{A}_1(a-1, b, s+2) + \frac{1}{2} \mathcal{A}_2(a-1, b, s+1) \\
 &+ \left. \mathcal{A}_3(a-1, b, s) \right] \left( \ln \frac{1}{x} \right)^{s+3} + \dots \left. \right\}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_0(a, b, s) &= B(s, b+1), \\
 \mathcal{A}_1(a, b, s) &= \frac{1}{2} s B(s, b+1) + \left[ a - \frac{1}{2} (s+1) \right] B(s+1, b+1), \\
 \mathcal{A}_2(a, b, s) &= \frac{1}{24} s(3s+1) B(s, b+1) \\
 &+ \frac{1}{2} \left[ a - \frac{1}{2} (s+1) \right] (s+1) B(s+1, b+1) \\
 &+ \frac{1}{2} \left[ a^2 - a(s+2) + \frac{1}{12} (s+2)(3s+5) \right] B(s+2, b+1), \\
 \mathcal{A}_3(a, b, s) &= \frac{1}{48} s^2(s+1) B(s, b+1) \\
 &+ \frac{1}{24} \left[ a - \frac{1}{2} (s+1) \right] (3s+4)(s+1) B(s+1, b+1) \\
 &+ \frac{1}{4} (s+2) \left[ a^2 - a(s+2) \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{12} (s+2)(3s+5) \right] B(s+2, b+1) \\
 &+ \frac{1}{6} \left[ a^3 - \frac{3}{2} a^2(s+3) + \frac{1}{4} a(s+3)(3s+8) \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{8} (s+2)(s+3)^2 \right] B(s+3, b+1), \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

Γ

们

以

$F_2^A - F_2^B$

图1

4

$$s = \frac{4}{3\pi b_0} \ln \frac{t}{t_0}$$

$$i = \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}, \quad b_0 = \frac{33 - 2f}{12\pi}$$

$f$ ——味道数目=4.

$\Gamma(s)$  是伽玛函数,  $B(a, b)$  是 Beta 函数.

我们采用 Buras-Gaemers<sup>[7]</sup> 给出的表式, 选用其中  $Q^2 = 1.8\text{GeV}^2$  的函数形式作为我们的初始输入, 即取:

$$xp_V(x, Q^2) = \frac{3}{B(0.70, 3.60)} x^{0.70}(1-x)^{2.60} - \frac{1}{B(0.85, 4.35)} x^{0.85}(1-x)^{3.35}$$

$$xn_V(x, Q^2) = \frac{1}{B(0.85, 4.35)} x^{0.85}(1-x)^{3.35}, \quad (3)$$

以及  $\Lambda = 0.3\text{GeV}/c$ . 于是, 我们得到:

$$F_2^{ep}(x, Q^2) - F_2^{en}(x, Q^2)$$

$$= \frac{1}{3} \left[ \frac{3}{B(0.70, 3.6)} xD(s, a_1, b_1, x) - \frac{2}{B(0.85, 4.35)} xD(s, a_2, b_2, x) \right], \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} a_1 = -0.30 \\ b_1 = 2.60 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = -0.15 \\ b_2 = 3.35 \end{cases}$$

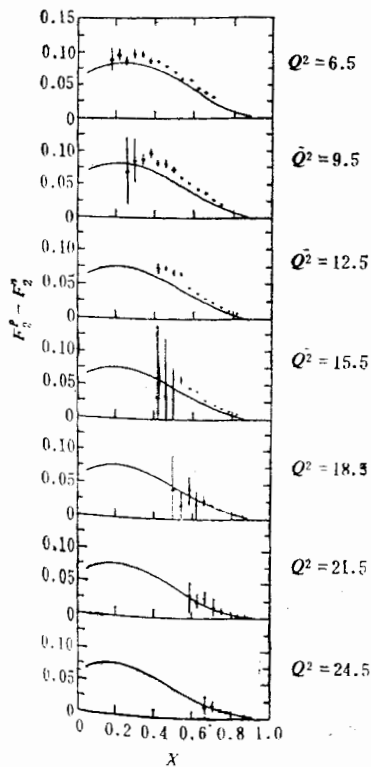


图 1  $F_2^{ep}(x, Q^2) - F_2^{en}(x, Q^2)$  的行为.

$\Lambda = 0.3\text{GeV}/c$ . (数据取自文献[11])

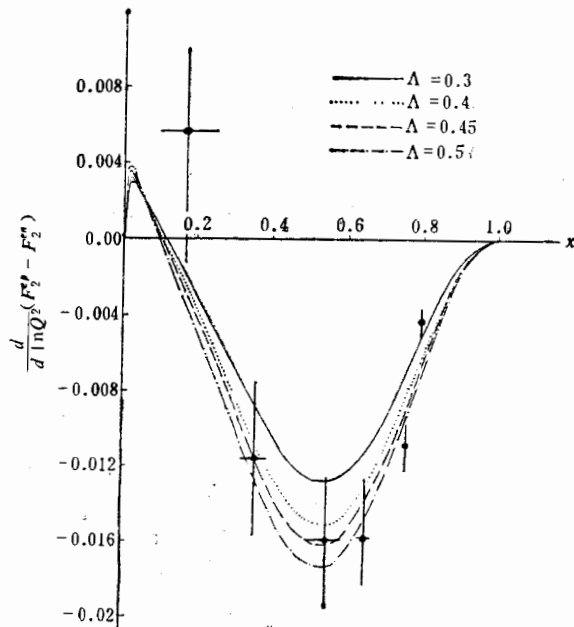


图 2 在  $Q^2 = 3.2\text{GeV}^2/c$  下  $\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} (F_2^{ep} - F_2^{en})$  的值.

(数据取自文献[4])

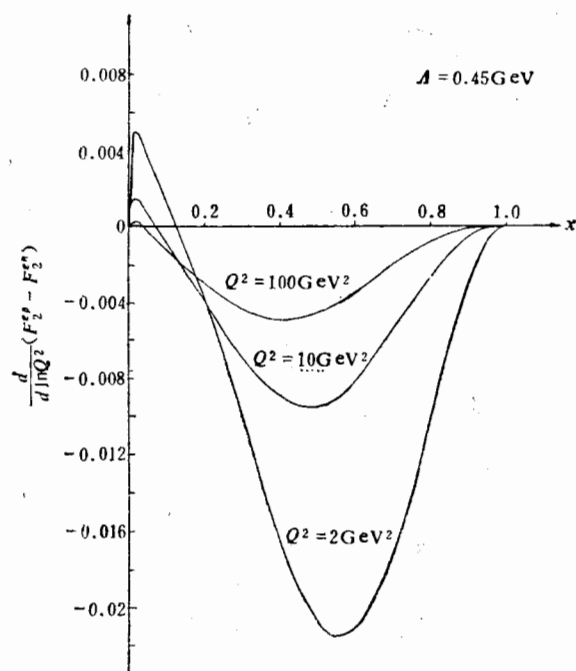


图3  $\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} (F_2^{ep} - F_2^{en})$  随  $Q^2$  的关系。  
 $A = 0.45 \text{ GeV}/c$ .

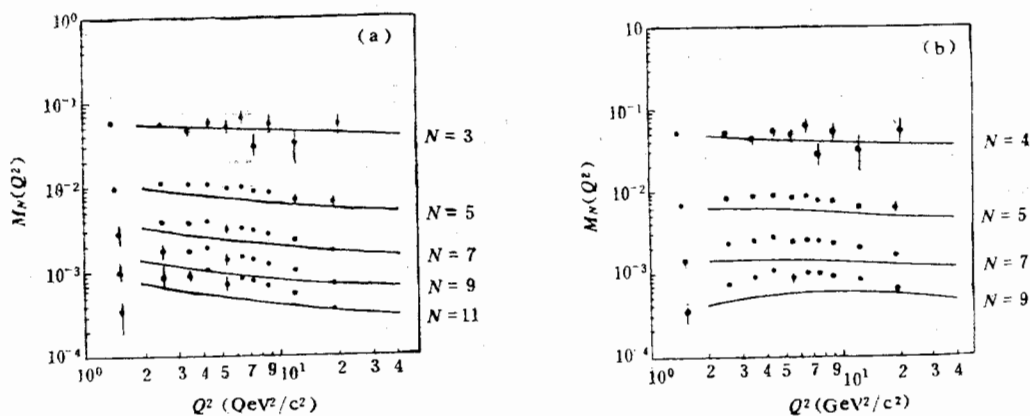


图4  $F_2^{ep} - F_2^{en}$  的矩。

(数据取自文献[12], 不包括弹性道的贡献)

$F_2^{ep}(x, Q^2) - F_2^{en}(x, Q^2)$  的行为示于图1。

图2给出  $\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} (F_2^{ep} - F_2^{en})$  在  $Q^2 = 3.2 \text{ GeV}^2/c^2$  处的值。它表明, 取  $A = 0.45 \text{ GeV}/c$  对贴合实验数据最为合适。图3给了关于  $\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} (F_2^{ep} - F_2^{en})$  随  $Q^2$  变化的预言。

图4a给出  $F_2^{ep} - F_2^{en}$  的 Cornwell-Norton 矩的行为。它的定义是:

$$M_N(Q^2) = \int_0^1 x^{N-2} [F_2^{ep}(x, Q^2) - F_2^{en}(x, Q^2)] dx. \quad (5a)$$

一  
在  
其  
医  
度  
能

图

在图 4 b 上给出了  $F_2^{ep} - F_2^{en}$  的 Nachtmann 矩:

$$M_N(Q^2) \equiv \int_0^1 dx \frac{\xi^{N+1}}{x^3} \left[ \frac{3 + 3(N+1)r + N(N+2)r^2}{(N+2)(N+3)} \right] [F_2^{ep}(x, Q^2) - F_2^{en}(x, Q^2)] \quad (5b)$$

其中

$$\xi = 2x/(1+r), \quad r = (1 + 4M^2x^2/Q^2)^{\frac{1}{2}},$$

图 4 表明理论预言接近于不包括弹性道贡献在内的数据。

## 二、标度性破坏参数

最早时, Bjorken 猜测了核子结构函数具有标度性行为<sup>[8]</sup>。后来, 在  $eN$ 、 $\mu N$ 、 $\nu N$  深度非弹性散射实验中肯定了结构函数存在较小的标度性破坏现象。现在, 只有 QCD 理论能给出一个很好的解释。

为了描写这种标度性破坏现象, 引入了标度性破坏参数, 它的定义是:

$$\frac{\partial \ln F_2^{ep}(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2/\Lambda^2} \quad \text{或} \quad \frac{\partial \ln F_2^{ep}(x, Q^2)}{\partial \ln \ln Q^2/\Lambda^2} \quad (6)$$

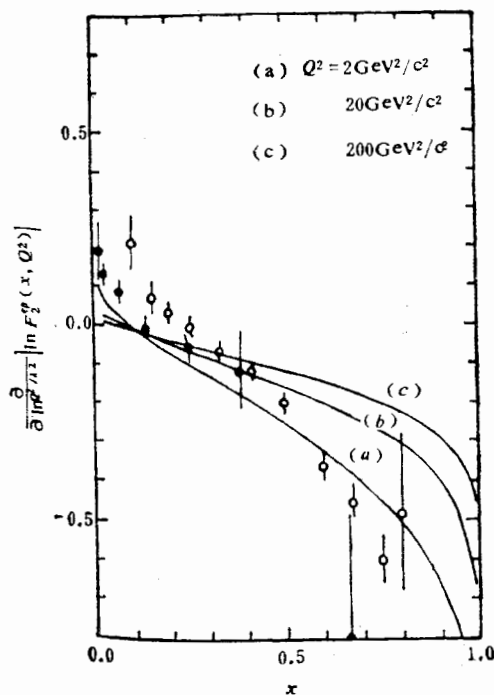


图 5 标度性破坏参数  $\frac{\partial \ln F_2^{ep}(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2/\Lambda^2}$  的理论预言与实验数据的比较  
(数据取自文献[13])

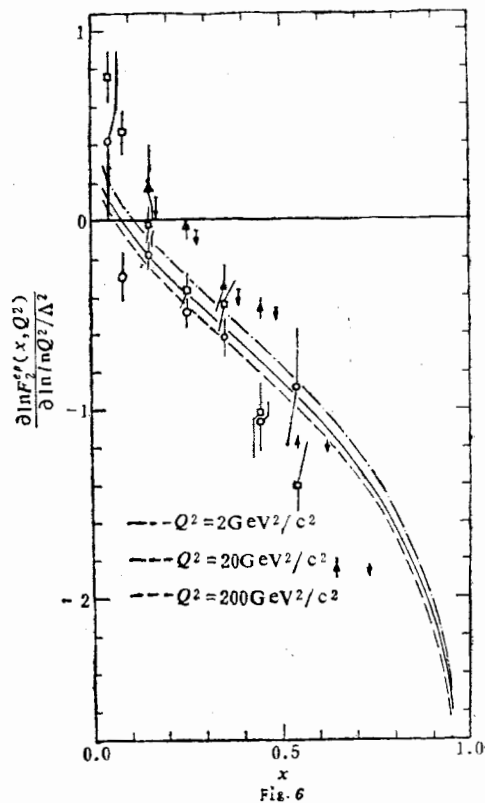


图 6  $\frac{\partial \ln F_2^{ep}(x, Q^2)}{\partial \ln \ln Q^2/\Lambda^2}$  的理论预言与实验数据的比较。  
(数据取自文献[14])

这一参数数值若不为零,表明存在标度性破坏.在电生过程中已经测得了初步的标度性破坏参数数值.

假设当  $x > 0.3$  时,海夸克对结构函数的贡献可以忽略,我们得到:

$$F_2^{ep}(x, Q^2) \simeq \frac{4}{9} x p_V(x, Q^2) + \frac{1}{9} x n_V(x, Q^2). \quad (7)$$

这样,就很容易从(6)、(7)、(3)、(2)得到标度性破坏参数.(图5和6)

图5和6表明,在我们的近似下,标度性破坏参数不仅仅是  $x$  的函数,而且也是  $Q^2$  的函数.它是  $x$  的单调函数,但是  $\frac{\partial \ln F_2^{ep}(x, Q^2)}{\partial \ln \ln Q^2/\Lambda^2}$  随  $Q^2$  的变化很小.图5和图6还表明,理论预言和初步的实验数据是自洽的.

当  $x < 0.3$  时,由于缺少海夸克的贡献,我们的预言不可靠.

有一些作者从贴合实验数据给出了  $F_2(x, Q^2)$  的表达式.例如:

$$1) F_2^{ep}(x, Q^2) = F_2^{ep}(x, Q_0^2) \left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^b \quad Q_0^2 = 3\text{GeV}^2/c^2,$$

其中  $b$  只是  $x$  的函数.(由[9])

$$2) F_2^{ep}(x, Q^2) = \sum_{i=1}^3 a_i (1-x)^i \left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^{c_1 + c_2 \ln(1-x)} \quad Q_0^2 = 3\text{GeV}^2/c^2$$

其中  $a_i, c_1, c_2$  是常数.(例如,  $c_1 = 0.1577, c_2 = 0.5329$ , 由[9])

按照这些表达式给出的标度性破坏参数与  $Q^2$  无关,而且随  $x$  的上升比我们的结果下降得快.我们希望得到更多的实验结果来仔细地比较这些结果.

### 三、一些其它的量

假设当  $x > 0.3$  时海夸克的贡献可以忽略,我们顺便可以给出对  $F_2^{en}(x, Q^2)$  和下一比值

$$\frac{d\sigma(en \rightarrow ex)}{dx} / \frac{d\sigma(ep \rightarrow ex)}{dx}$$

的理论预言.

图7给出当  $x > 0.3$  时的  $F_2^{en}(x, Q^2)$  值,其中

$$F_2^{en}(x, Q^2) \simeq \frac{1}{9} x p_V(x, Q^2) + \frac{4}{9} x n_V(x, Q^2).$$

假设了  $R_n = R_p (R = \sigma_L/\sigma_T)$  之后,我们得到

$$\frac{\frac{d\sigma}{dx}(en \rightarrow ex)}{\frac{d\sigma}{dx}(ep \rightarrow ex)} = \frac{F_2^{en}(x, Q^2)}{F_2^{ep}(x, Q^2)}.$$

结果示于图8.我们的计算结果表明这个比值也是  $Q^2$  的函数.它随着  $Q^2$  的上升而稍有下降.实验上还不能区分随  $Q^2$  如此微小的变化.当  $x \rightarrow 1$  时,正如 Feynman 所指出的那时<sup>[10]</sup>此比值趋向于 0.25.

F<sub>2</sub><sup>ep</sup>(x, Q<sup>2</sup>)

定:

中的  
的  
关:

[1  
[2  
[3  
[4  
[5  
[6  
[7  
[8  
[9  
[10  
[11

[12  
[13  
[14  
[15

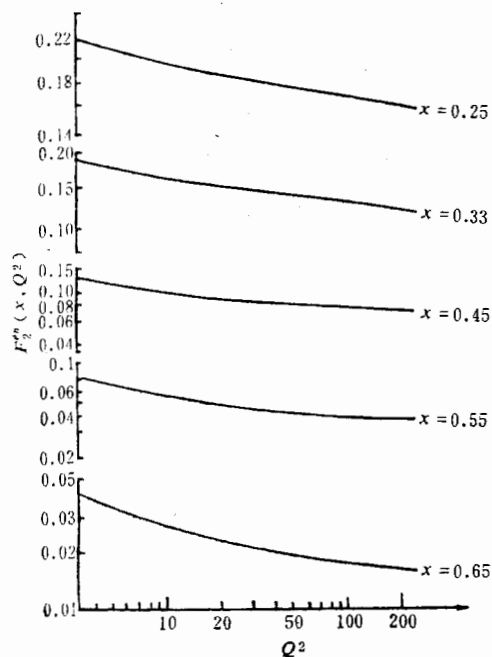


图 7  $F_2^n(x, Q^2)$  的理论预言。  
( $x > 0.3$ )

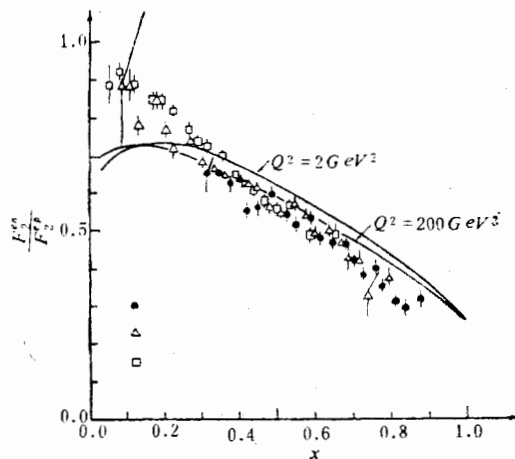


图 8 比值  $F_2^n/F_2^p$ 。  
(数据取自文献[15])

我们的计算表明, 文章 [1] 所给出的价夸克分布函数的解析表达式可以很容易用于定量地解释  $F_2^p - F_2^n$  以及其它一些在电生过程中的其它量。

为了贴合  $\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} (F_2^p - F_2^n)$  的实验数据, 我们必须选取  $\Lambda = 0.45 \text{ GeV}/c$ . 这与文章 [1] 中情况不同, 那里为了贴合  $F_2^n(x, Q^2)$  数据, 选取参数为  $\Lambda = 0.3 \text{ GeV}/c$ . 产生这个差别的原因还仍然是一个没有解决的问题. 我们希望从讨论深度非弹过程的其它各量中得到关于这个参数的更多的知识。

### 参 考 文 献

- [1] 沈齐兴等, 高能物理与核物理, **7**(1983), 170.
- [2] G. Altarelli, G. Parisi, *Nucl. Phys.*, **B126**(1977), 298.
- [3] A. De Rujala et al., *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 2141.
- [4] L. Baulieu, C. Kounnas, *Nucl. Phys.*, **B155**(1979), 429.
- [5] V. Barger, R. J. N. Phillips, *Nucl. Phys.*, **B73**(1974), 269.
- [6] J. Franklin, *Phys. Rev.*, **D16**(1977), 21.
- [7] A. J. Buras, K. J. F. Gaemers, *Nucl. Phys.*, **B132**(1978), 249.
- [8] J. D. Bjorken, *Phys. Rev. Lett.*, **16**(1966), 408; *Phys. Rev.*, **179**(1966), 1547.
- [9] E. A. Gordon et al., *Phys. Rev.*, **D20**(1979), 2645.
- [10] R. P. Feynman, *Photon-Hadron Interaction* (Benjamin 1972).
- [11] R. M. Barnett, *Proceedings of Summer Institute on Particle Physics, Quantum Chromodynamics*. Ed. by Anne Mosher p. 416.
- [12] D. W. Duke, R. G. Roberts, *Nucl. Phys.*, **B166**(1980), 243.
- [13] G. Smndja CERN Preprint CERN-EP/80-165(1980).
- [14] H. E. Montgomery CERN Preprint CERN-EP/80-177(1980).
- [15] A. Bodek et al., *Phys. Rev.*, **D20**(1979), 1471.

## THE BEHAVIOURS OF $F_2^{cp}(X, Q^2) - F_2^{cn}(X, Q^2)$ AND THE SCALE-BREAKING PARAMETER

SHEN QI-XING WU JI-MIN LU JING-XIAN ZHAO PEI-YING

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

The scale-breaking parameter  $\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} F_2^{cp}(x, Q^2)$  of non-singlet component  $F_2^{cp} - F_2^{cn}$  and some other quantities in the electro-production process are discussed by using the analytic expression for the distribution function of valence quarks in hadrons up to leading log approximation given by a previous paper<sup>[1]</sup>. Comparisons with data are also given.

克-  
题。  
发现

初期  
整化  
件下  
为<sup>[1]</sup>  
几种  
能比

体系  
的行

的物  
这样

布函