第7卷 第3期 高能物理与核物理 Vol. 7, No. 3
1983年5月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS May, 1983

费米子质量的单圈修正和强、弱作用的CP破坏效应计算

李重生 胡诗可
(四川大学物理系)

摘 要

本文在可重整的自发破缺规范理论中，用路径积分方法导出了一种在普遍情形下计算有效位势单圈修正的公式，在此基础上给出了费米子质量的单圈修正表达式. 运用所得结果在一种 $SU(2)\times U(1)\times S_3$ 模型中着重计算了夸克质量的单圈修正对 QCD 的 CP 破坏效应的贡献，得到较 V. Goffin 等人给出的更为普遍的结果. 对弱作用的 CP 破坏情形也作了讨论.

一、引 言

S. Weinberg[1] 曾经在一个普遍的可重整的规范理论中给出了计算费米子质量单圈修正的公式. 作者在这篇文章中将结合有效位势的方法导出这些结果.

场论的有效位势首先由 Jona-Lasinio[2], Coleman 和 E. Weinberg[3] 等推广到对称性自发破缺的研究中. 在文献［3］中还进行了单圈修正的计算. 采用他们的方法需要计算按圈图展开的一定阶上的全部有关的费曼图之和，因而在实际应用中是比较麻烦的. R. Jackiw[4] 改进了上述等人的工作，用路径积分方法得到了有效位势的级数展开式. 这种方法易于做高阶修正的计算，但 Jackiw 只讨论了一些比较简单的情形. 作者在本文中将考虑一种普遍情形，给出单圈近似的计算公式.

本文最后一部份将运用前面的结果，在一种 $SU(2)\times U(1)\times S_3$ 模型中计算由于夸克质量的单圈修正所贡献的 QCD 的 CP 破坏效应以及弱作用的 CP 破坏参量. V. Goffin[5] 等曾在上述模型中做过单圈修正计算，但本文构造的含两个 Higgs 二重态的 $SU(2)\times U(1)\times S_3\times$ CP 不变的势函数 $V(\phi)$ 的形式较为普遍，且费米子填充 S_3 的表示在形式上也有所不同，然而正如后面的讨论所表明的，本文所得到的结果将把 Goffin 等人的结果作为特例包含在其中.

二、有效位势与费米子质量单圈修正

在任意规范群 G 的定域规范变换下不变的可重整的拉氏密度 $\mathscr{L}$ 为

本文 1982 年5月3日收到.

$$\mathscr{L} = \frac{1}{4} F_{\alpha\mu\nu} F_{\alpha}^{\mu\nu} - \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi^{\mathrm{T}} - i\phi^{\mathrm{T}} L_\alpha A_\mu^\alpha)(\partial^\mu \phi + i L_\alpha A_\alpha^\mu \phi)$$
$$+ \bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu \psi + i\lambda_\alpha A_\mu^\alpha \psi) - \bar{\psi} m_0 \psi - \bar{\psi}\Gamma_i \psi \phi_i - V(\phi). \qquad (2.1)$$

其中 L_α，λ_α 均表示规范群 G 的矩阵表示的生成元，m_0 是裸质量矩阵，Γ_i 是 Yukawa 耦合矩阵.

设 $\langle\phi_i\rangle_0 = v_i$ 是标量场 ϕ_i 的零阶真空期望值，则矢量介子、标量介子和费米子的零阶质量矩阵分别为

$$\mu_{\alpha\beta}^2 = -(L_\alpha v)_i (L_\beta v)_i,\ M_{ij}^2 = \left.\frac{\partial^2 V(\phi)}{\partial\phi_i \partial\phi_j}\right|_{\phi=v},\ m = m_0 + \Gamma_i v_i. \qquad (2.2)$$

适当定义费米场 ψ，使 m 不含有与 γ_5 有关的项.

在 Landau 规范下，动量空间的传播子为

$$\begin{cases} \Delta_{\alpha\mu,\beta\nu}^A(k) = g_{\mu\nu}(k^2+\mu^2)_{\alpha\beta}^{-1} - k_\mu k_\nu[(k^2+\mu^2)^{-1}k^{-2}]_{\alpha\beta}, \\ \Delta_{ij}^\phi(k) = (k^2+M^2)_{ij}^{-1}, \\ \Delta_{nm}^\psi(k) = (i\gamma^\mu k_\mu + m)_{nm}^{-1},\ \Delta_{\alpha\beta}^\sigma(k) = (k^2)_{\alpha\beta}^{-1}. \end{cases} \qquad (2.3)$$

引进有效作用

$$\Gamma[\phi_c, A_c^\mu, \bar{\psi}_c, \psi_c, \bar{\sigma}_c, \sigma_c] \equiv W[\zeta, J_\mu, \eta, \bar{\eta}, K, \bar{K}]$$
$$- \int d^4x \zeta(x)\phi_c(x) - \int d^4x J_\mu(x) A_c^\mu(x) - \int d^4x \bar{\psi}_c(x)\eta(x)$$
$$- \int d^4x \bar{\eta}(x)\psi_c(x) - \int d^4x \bar{K}(x)\sigma_c(x) - \int d^4x \bar{\sigma}_c(x) K(x). \qquad (2.4)$$

其中 W 是连接 Green 函数的生成泛函，而 ϕ_c，A_c^μ，$\bar{\psi}_c$，ψ_c，$\bar{\sigma}_c$，σ_c 的定义是

$$\phi_c \equiv \frac{\delta W}{\delta\zeta},\quad A_c^\mu \equiv \frac{\delta W}{\delta J_\mu},\quad \bar{\psi}_c \equiv -\frac{\delta W}{\delta\eta},$$
$$\psi_c \equiv \frac{\delta W}{\delta\bar{\eta}},\quad \bar{\sigma}_c \equiv -\frac{\delta W}{\delta K},\ \sigma_c \equiv \frac{\delta W}{\delta\bar{K}}.$$

由 Γ 可以定义有效位势 $U(\hat{\phi})$

$$\Gamma[\hat{\phi}, 0, 0, 0, 0, 0] = -\int U(\hat{\phi}) d^4x = -U(\hat{\phi})\Omega \qquad (2.5)$$

其中 $\hat{\phi}$ 表示常数场，Ω 是四维时空体积.

采用路径积分方法，并考虑到对于常数场理论存在平移不变性，我们导出了计算有效位势单圈修正的表达式

$$U(\rho) = V(\rho) - \frac{i\hbar}{2}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\ln\left[\frac{\langle k| - iD_\phi^{-1}(\rho)|k\rangle}{\Omega}\right]$$
$$+ i\hbar \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\ln\left[\frac{\langle k|iD_\psi^{-1}(\rho)|k\rangle}{\Omega}\right]$$
$$- \frac{i\hbar}{2}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\ln\left[\frac{\langle k| - iD_{A\mu\nu}^{-1}(\rho)|k\rangle}{\Omega}\right.$$
$$\left. + \frac{\langle k|iD_{A\phi\mu}^{-1}(\rho)[-iD_\phi^{-1}(\rho)]^{-1} iD_{A\phi\nu}^{-1}(\rho)|k\rangle}{\Omega}\right]$$
$$+ i\hbar \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\ln\left[\frac{\langle k|iD_\sigma^{-1}(\rho)|k\rangle}{\Omega}\right] + O(\hbar^2). \qquad (2.6)$$

其中 $\rho = \left.\frac{\delta W}{\delta\zeta}\right|_{\zeta=0}$，并满足 $\left.\frac{dU(\hat{\phi})}{d\hat{\phi}}\right|_{\hat{\phi}=\rho} = 0$，而 $iD_\phi^{-1}(\rho)$ 等由 $S = \int d^4x \mathscr{L}_{\mathrm{eff}}$ 在鞍点 $(\phi_0,$

$0,0,0,0,0)$ 附近的泛函 Taylor 展式中的二阶泛函导数确定.

通过直接计算可以得出

$$\frac{\langle k|-iD_{\phi}^{-1}(P)|k\rangle}{\Omega}=k^2+M^2,\quad \frac{\langle k|iD_{\Psi}^{-1}(\rho)|k\rangle}{\Omega}=i\gamma_{\mu}k^{\mu}+m,$$

$$\frac{\langle k|iD_{\sigma}^{-1}(P)|k\rangle}{\Omega}=k^2$$

$$\frac{\langle k|-iD_{A\mu\nu}^{-1}(P)|k\rangle}{\Omega}+\frac{\langle k|iD_{A\phi\mu}^{-1}(P)[-iD_{\phi}^{-1}(P)]^{-1}iD_{A\phi\nu}^{-1}(P)|k\rangle}{\Omega}$$

$$=(k^2+\mu^2)\left(g_{\mu\nu}-\frac{k_{\mu}k_{\nu}}{k^2}\right)+\frac{k_{\mu}k_{\nu}}{k^2}\left(\frac{\mu^2M^2}{k^2+M^2}+\frac{k^2}{\lambda}\right).$$

其中 λ 是在规范固定项中引入的参量.

将上述结果代入(2.6)式得到

$$\begin{aligned}U(\rho)=V(\rho)&-\frac{i\hbar}{2}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\ln(k^2+M^2)\\&-\frac{3i\hbar}{2}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\ln(k^2+\mu^2)+2i\hbar\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\ln(k^2+m^2)\\&+i\hbar\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\ln k^2+O(\hbar^2)=V(\rho)+V_1(\rho)+O(\hbar^2).\end{aligned}\tag{2.7}$$

而 $V_1(\rho)$ 可写成:

$$V_1=V_{1\mathrm{finite}}+V_{1\infty}+O\left(\frac{1}{\Lambda^2}\right).\tag{2.8}$$

其中

$$\begin{cases}V_{1\mathrm{finite}}=\dfrac{1}{64\pi^2}\mathrm{Tr}(M^4\ln M^2)+\dfrac{3}{64\pi^2}\mathrm{Tr}(\mu^4\ln\mu^2)-\dfrac{1}{16\pi^2}\mathrm{Tr}(m^4\ln m^2),\\[2ex] V_{1\infty}=\dfrac{1}{16\pi^4}\left[\dfrac{1}{2}\mathrm{Tr}q(M^2)+\dfrac{3}{2}\mathrm{Tr}q(\mu^2)-2\mathrm{Tr}q(m^2)\right],\\[2ex] q(x)=\pi^2\Lambda^2x-\pi^2x^2\ln\Lambda-\dfrac{1}{4}\pi^2x^2.\end{cases}$$

考虑插入二阶自解部份后的费米子传播子

$$\Delta'^{\psi}(P)=\Delta^{\psi}(P)+\Delta^{\psi}(P)\Sigma(P)\Delta^{\psi}(P).\tag{2.9}$$

其中

$$\Sigma(P)=\Sigma^{(A)}(P)+\Sigma^{(\phi)}(P)-\delta_{\phi}m,\tag{2.10}$$

$$\Sigma^{(A)}(P)=\Sigma_1^{(A)}(P)+\Sigma_2^{(A)}(P)=\frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\gamma^{\mu}\lambda_{\alpha}\Delta^{\psi}(P-k)\gamma^{\nu}\lambda_{\beta}\Delta^{A}_{\mu\alpha,\nu\beta}(k),\tag{2.11}$$

$$\Sigma_1^{(A)}(P)=\frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\gamma^{\mu}\lambda_{\alpha}\Delta^{\psi}(P-k)\gamma_{\mu}\lambda_{\beta}(k^2+\mu^2)^{-1}_{\alpha\beta},\tag{2.12}$$

$$\Sigma_2^{(A)}(P)=\frac{-i}{(2\pi)^4}\int d^4k\gamma^{\mu}\lambda_{\beta}\Delta^{\psi}(P-k)\gamma^{\nu}\lambda_{\alpha}k_{\mu}k_{\nu}[(k^2+\mu^2)^{-1}k^{-2}]_{\alpha\beta},\tag{2.13}$$

$$\Sigma^{(\phi)}(P)=-\frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\Gamma_i\Delta^{\psi}(P-k)\Gamma_j\Delta^{\phi}_{ij}(k),\tag{2.14}$$

$$\delta_{\phi}m=\Gamma_i\delta v_i.\tag{2.15}$$

这里 δv_i 表示 ϕ 在单圈近似下的真空期望值对其零阶真空期望值的偏移.

又,在单圈近似下我们有(保留至 δv_i 的一级项):

$$\begin{aligned}\left.\frac{\partial U(\phi)}{\partial\phi_i}\right|_{\phi=v+\delta v} &= \left.\frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi_i}\right|_{\phi=v+\delta v} + \left.\frac{\partial V_1(\phi)}{\partial\phi_i}\right|_{\phi=v+\delta v} \\ &= \left.\frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi_i}\right|_{\phi=v} + \left.\frac{\partial V^2(\phi)}{\partial\phi_i\partial\phi_j}\right|_{\phi=v}\delta v_j + \left.\frac{\partial V_1(\phi)}{\partial\phi_i}\right|_{\phi=v} \\ &= M_{ij}^2\delta v_j + \frac{\partial V_1(v)}{\partial v_i} = 0\end{aligned}$$

即

$$\delta v_i = -M_{ij}^{-2}\frac{\partial V_1}{\partial v_j}. \tag{2.16}$$

将(2.16)式代入(2.15)式得

$$\delta_\phi m = -\Gamma_i M_{ij}^{-2}\frac{\partial V_1}{\partial v_j}. \tag{2.17}$$

一般地,零阶费米子质量矩阵是属于出现在 D_F[1)]$\otimes D_F$ 中的表示的某个给定子集的矩阵的线性组合. 如果对费米子质量矩阵的高阶修正同样是这些矩阵的线性组合,则这种高阶修正保存原有表示,于是它将和零阶质量矩阵满足相同的质量关系,因而对这些关系的修正将不做出贡献. 采用 Weinberg[1] 的方法,可以证明在费米子质量矩阵单圈修正计算中所出现的发散都保存原有的表示,故对质量矩阵的修正不做出贡献. 经过一系列的推导之后,我们求得以下对费米子质量矩阵单圈修正有贡献的各项:

$$\left\{\begin{aligned}\Sigma_{1\mathrm{eff}}^{(A)} &= \frac{1}{16\pi^2}\sum_N\int_0^1 dx\left[-2m\bar\lambda_N(1-x)+4\gamma_4\bar\lambda_N\gamma_4 m\right]\ln\left(\mu_N^2+\frac{m^2x^2}{1-x}\right)\bar\lambda_N, \\ \Sigma_{2\mathrm{eff}}^{(A)} &= \frac{1}{16\pi^2}\sum_N\frac{1}{\mu_N^2}\int_0^1 dx\{(1-x)m[\gamma_4 m,\bar\lambda_N]\gamma_4+\gamma_4[\gamma_4 m,\bar\lambda_N]m\} \\ &\quad\times\left\{\ln\left(\frac{m^2x^2}{1-x}\right)-\ln\left(\mu_N^2+\frac{m^2x^2}{1-x}\right)\right\}\gamma_4[\gamma_4 m,\bar\lambda_N] \\ &\quad+\frac{1}{32\pi^2}\sum_N\gamma_4[\bar\lambda_N,[\bar\lambda_N,\gamma_4 m]]\ln\mu_N^2, \\ \Sigma_{\mathrm{eff}}^{(\phi)} &= \frac{-1}{16\pi^2}\sum_K\int_0^1 dx[-(1-x)m\gamma_4\bar\Gamma_K\gamma_4+\bar\Gamma_K m]\ln[m^2x^2+M_K^2(1-x)]\bar\Gamma_K, \\ (\delta_\phi m)_{\mathrm{eff}} &= \frac{-1}{32\pi^2}\Gamma_i M_{ij}^{-2}\Big[f_{Klj}(M^2\ln M^2)_{Kl}-16T_r(m^3\ln m\tilde\Gamma_j) \\ &\quad+6\sum_N(\bar L_N^2 v)_j\mu_N^2\ln\mu_N^2\Big].\end{aligned}\right. \tag{2.18}$$

其中 $\bar\lambda_N$, $\bar L_N$, $\bar\Gamma_K$ 等是对角化质量矩阵 μ^2 和 M^2 过程中引入的新的生成之和 Ynkawa 耦合矩阵,而 f_{klj} 的定义是 $f_{\mathrm{klj}}\equiv\left.\dfrac{\partial^3V(\phi)}{\partial\phi_K\partial\phi_l\partial\phi_j}\right|_{\phi=v}$.

最后对费米子质量矩阵的单圈修正可以统一地表为:

$$\Delta m\equiv-\Sigma_{\mathrm{eff}}=-\Sigma_{1\mathrm{eff}}^{(A)}-\Sigma_{2\mathrm{eff}}^{(A)}-\Sigma_{\mathrm{eff}}^{(\phi)}+(\delta_\phi m)_{\mathrm{eff}}. \tag{2.19}$$

---

1) D_F 表示费米场构成的可约表示

三、QCD 的 CP 破坏相计算

我们知道，由于 θ 真空的发现在 QCD 的拉氏量中引入了 CP 破坏项

$$\mathscr{L}_\theta = \frac{\theta}{32\pi^2} G^a_{\mu\nu}\hat{G}^{\mu\nu}_a. \tag{3.1}$$

式中 $G^a_{\mu\nu}$ 是胶子场强张量，$\hat{G}^{\mu\nu}_a = \frac{1}{2} e^{\mu\nu\rho\delta} G_{\rho\delta a}$ 是它的对偶张量．而夸克质量矩阵对角化要求有一个 $U(1)$ 的轴转动，它又将在拉氏量中导致一额外项，其效果等价于用 $\bar{\theta}=\theta-\theta_{\mathrm{QFD}}$ 代替 θ，这里

$$\theta_{\mathrm{QFD}} = \arg\det\hat{m}_R = \arg\det\hat{m}^d_R + \arg\det\hat{m}^u_R. \tag{3.2}$$

式中 $\hat{m}_R$ 是分块对角矩阵，$\hat{m}^d_R$ 和 $\hat{m}^u_R$ 分别是 d 类夸克和 n 类夸克的零阶质量矩阵，它们和具有手征结构的夸克质量矩阵 $\hat{m}$ 的关系是

$$\hat{m} = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\hat{m}_R + \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\hat{m}^+_R. \tag{3.3}$$

为了确保强作用 CP 破坏效应的自然压低，理论上曾预言轴子（Axion）的存在，但实验上至今并未发现任何轴子存在的迹象．作者下面将采用一种模型[6]，其中 CP 是拉氏量的精确对称性，这样 $\theta=0$，而 CP 破坏效应归结于 θ_{QFD}；为了压低 θ_{QFD}，再引进分立对称性 S_3 于拉氏量，使得 θ_{QFD} 在夸克质量矩阵的树图近似下为零，而单圈修正给出的贡献小于 10^{-9}，这样就满足了中子电偶极矩实验对相因子 θ 提出的要求．

本模型引入了两个 Higgs 二重态：$\phi_1=\begin{pmatrix}\phi_1^{(+)}\\ \phi_1^0\end{pmatrix}$，$\phi_2=\begin{pmatrix}\phi_2^{(+)}\\ \phi_2^0\end{pmatrix}$，为了方便，定义 $(n_1, u_2, u_3)=(u, c, t)$，$(d_1, d_2, d_3)=(d, s, b)$，并用带上标“0”的费米子场量表示 $SU(2)\times U(1)$ 的本征态：$\phi^0_{iL}=\begin{pmatrix}u^0_i\\ d^0_i\end{pmatrix}_L$，$u^0_{iR}$，$d^0_{iR}(i=1,2,3)$．Higgs 与费米子填充 S_3 表示的方式是：$\{\phi_2, \phi_1\}$，$\{\phi^0_{1L}, \phi^0_{2L}\}$，$\{\phi^0_{3L}\}$，$\{d^0_{1R}\}$，$\{d^0_{2R}, d^0_{3R}\}$，$\{u^0_{1R}\}$，$\{u^0_{2R}, u^0_{3R}\}$．这里符号 $\{A, B\}$ 和 $\{C\}$ 分别表示 A，B 是 S_3 的二重态，C 是 S_3 的单态．

$SU(2)\times U(1)\times S_3\times$ CP 不变的夸克-Higgs 的 Yukawa 耦合为

$$\left\{\begin{aligned}\mathscr{L}^d_{\mathrm{Yuk}} &= g_3(\bar{\phi}^0_{1L}d^0_{3R}\phi_1 + \bar{\phi}^0_{2L}d^0_{2R}\phi_2) + g_2(\bar{\phi}^0_{3L}d^0_{2R}\phi_1 + \bar{\phi}^0_{3L}d^0_{3R}\phi_2)\\ &\quad + g_1(\bar{\phi}^0_{1L}d^0_{1R}\phi_2 + \bar{\phi}^0_{2L}d^0_{1R}\phi_1) + H.C,\\ \mathscr{L}^n_{\mathrm{Yuk}} &= g'_1(\bar{\phi}^0_{1L}n^0_{3R}\tilde{\phi}_2 + \bar{\phi}^0_{2L}n^0_{2R}\tilde{\phi}_1) + g'_2(\bar{\phi}^0_{3L}n^0_{2R}\tilde{\phi}_2 + \bar{\phi}^0_{3L}n^0_{3R}\tilde{\phi}_1)\\ &\quad + g'_3(\bar{\phi}^0_{1L}n^0_{1R}\tilde{\phi}_1 + \bar{\phi}^0_{2L}n^0_{1R}\tilde{\phi}_2) + H.C.\end{aligned}\right. \tag{3.4}$$

其中 $\mathscr{L}^d_{\mathrm{Yuk}}$ 和 $\mathscr{L}^n_{\mathrm{Yuk}}$ 分别表示 d 类夸克和 u 类夸克的 Yukawa 耦合，$\tilde{\phi}=i\sigma_2\phi^*$，此外 CP 不变性要求 g_i，g'_i 都是实数．

$SU(2)\times U(1)\times S_3\times$ CP 不变的最一般的 Higgs 场的位势为

$$\begin{aligned}V(\phi) = &-\lambda_1(\phi_1^+\phi_1 + \phi_2^+\phi_2) - \lambda_2(e^{-i\delta}\phi_2^+\phi_1 + e^{i\delta}\phi_1^+\phi_2)\\ &+ A[(\phi_1^+\phi_1)^2 + (\phi_2^+\phi_2)^2] + B(\phi_1^+\phi_2)(\phi_2^+\phi_1)\\ &+ C(\phi_1^+\phi_1)(\phi_2^+\phi_2) + \frac{1}{2}D[e^{2i\delta}(\phi_1^+\phi_2)^2 + e^{-2i\delta}(\phi_2^+\phi_1)^2].\end{aligned} \tag{3.5}$$

其中我们容许含 λ_2 的项软破缺 S_3 对称性，并且容许含 D 的项有一微小的对 S_3 对称性的破坏。此外，厄米性要求 $V(\phi)$ 中系数均为实数。我们发现如系数满足条件：$C>2A$，$A>0$，$\lambda_2>0$，$D<0$，$q>0$。其中 $q=\frac{1}{4}(B+C+D-2A)$，则可求得 Higgs 场的真空期望值为：

$$\langle\phi_1\rangle_0=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ \rho_1 e^{i\delta}\end{pmatrix},\quad \langle\phi_2\rangle_0=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ \rho_2\end{pmatrix}. \tag{3.6}$$

其中 $\rho_1=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\lambda_1}{A}-\sqrt{\frac{\lambda_1^2}{A^2}-\frac{\lambda_2^2}{q^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$，$\rho_2=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\lambda_1}{A}+\sqrt{\frac{\lambda_1^2}{A^2}-\frac{\lambda_2^2}{q^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$。不难看出，当 $\frac{\lambda_2}{q}\to 0$ 时，$\frac{\rho_1}{\rho_2}\equiv\alpha\to 0$，在本文中只考虑这种情形。

直接计算可求出 Higgs 粒子的场量和质量的显示表达式：

$$\left\{\begin{aligned}
&H_1^0=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}(\phi_1^0e^{-i\delta}\sin\beta-\phi_2^0\cos\beta),\quad H_2^0=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}(\phi_1^0e^{-i\delta}\cos\beta+\phi_2^0\sin\beta),\\
&H_3^0=\sqrt{2}\,\mathrm{Im}(\phi_1^0e^{-i\delta}\cos\gamma-\phi_2^0\sin\gamma),\quad H_4^+=\phi_1^{(+)}e^{-i\delta}\cos\gamma-\phi_2^{(+)}\sin\gamma,\\
&H_5^-=\phi_1^{(-)}e^{i\delta}\cos\gamma-\phi_2^{(-)}\sin\gamma,\\
&M_1^2=2(\rho_1^2+\rho_2^2)[A\cos^2(\gamma+\beta)+q\sin^2(\gamma+\beta)-q\sin 2\gamma\sin 2\beta],\\
&M_2^2=2(\rho_1^2+\rho_2^2)[A\sin^2(\gamma+\beta)+q\cos^2(\gamma+\beta)+q\sin 2\gamma\sin 2\beta],\\
&M_3^2=2\left(q+\frac{1}{2}|D|\right)(\rho_1^2+\rho_2^2),\quad M_4^2=M_5^2=\frac{1}{2}(C-2A)(\rho_1^2+\rho_2^2).
\end{aligned}\right. \tag{3.7}$$

而无质量的 Goldstone 玻色子为

$$\left\{\begin{aligned}
&G_6^0=\sqrt{2}\,\mathrm{Im}(\phi_1^0e^{-i\delta}\sin\gamma+\phi_2^0\cos\gamma),\quad G_7^+=\phi_1^{(+)}e^{-i\delta}\sin\gamma+\phi_2^{(+)}\cos\gamma\\
&G_8^-=\phi_1^{(-)}e^{i\delta}\sin\gamma+\phi_2^{(-)}\cos\gamma.
\end{aligned}\right. \tag{3.8}$$

在 (3.7)、(3.8) 式中，$\gamma=\mathrm{arctg}\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)=\mathrm{arctg}\,\alpha\approx\alpha$，$\beta=\frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{A+q}{q-A}\,\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_2^2-\rho_1^2}\right)\approx\frac{A+q}{q-A}\,\alpha$.

真空自发破缺后，由(3.4)式可得到零阶夸克质量矩阵：

$$\hat{m}_R^d=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}g_1\rho_2 & 0 & g_3\rho_1e^{i\delta}\\ g_1\rho_1e^{i\delta} & g_3\rho_2 & 0\\ 0 & g_2\rho_1e^{i\delta} & g_2\rho_2\end{bmatrix},\quad \hat{m}_R^u=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}g_3'\rho_1e^{-i\delta} & 0 & g_1'\rho_2\\ g_3'\rho_2 & g_1'\rho_1e^{-i\delta} & 0\\ 0 & g_2'\rho_2 & g_2'\rho_1e^{-i\delta}\end{bmatrix} \tag{3.9}$$

在以下计算中，我们将采用夸克质量离散性假定[7]，在该假定下，我们只须考虑两种情形

$$g_3\gg g_2\gg g_1,\quad g_3'\gg g_2'\gg g_1', \tag{3.10}$$

$$g_1\gg g_2\gg g_3,\quad g_1'\gg g_2'\gg g_3'. \tag{3.11}$$

在情形(3.10)下得到的 K-M 矩阵和 Cabibbo 角 θ_c 为

$$A_L=\begin{bmatrix}1 & \alpha\frac{g_3}{g_2}\left(1+\frac{g_1^2}{g_2^2}\right)e^{i\delta}-\alpha\frac{g_1'}{g_2'}e^{i\delta} & -\alpha e^{-i\delta}\\ -\alpha\frac{g_3}{g_2}\left(1+\frac{g_1^2}{g_2^2}\right)e^{-i\delta}+\alpha\frac{g_1'}{g_2'}e^{-i\delta} & 1 & \alpha\frac{g_2}{g_3}e^{i\delta}\\ \alpha e^{i\delta} & -\alpha\frac{g_2}{g_3}e^{-i\delta} & 1\end{bmatrix}. \tag{3.12}$$

$$\operatorname{tg}\theta_c \approx \alpha \frac{g_3}{g_2}\left[\left(1+\frac{g_1^2}{g_2^2}\right)-\frac{g_1' g_2}{g_2' g_3}\right],\quad \alpha \approx \operatorname{tg}\theta_c \frac{m_s}{m_b}\left[1-\left(\frac{m_d}{m_s}\right)^2+\frac{m_n m_s}{m_c m_b}\right]. \tag{3.13}$$

由(3.12)可得出 K_L 衰变中 CP 破坏参量 ϵ 为[8]：

$$\epsilon \approx \sqrt{2}\left(\frac{m_s}{m_b}\right)^3 \operatorname{tg}\theta_c\left[\ln\left(\frac{m_t}{m_c}\right)^2-1+\left(\frac{m_s m_t}{m_c m_b}\right)^2\right]\sin\delta. \tag{3.14}$$

取 $m_s=510\text{MeV}$，$m_c=1550\text{MeV}$，$m_b=4730\text{MeV}$，$m_t=20\text{GeV}$，以及 $\theta_c=13^\circ$，则得到 $\epsilon\approx 2.5\times 10^{-3}\sin\delta$，当 $\sin\delta\sim 1$ 时与实验值 $\epsilon\approx 2\times 10^{-3}$ 是符合的.

在情形(3.11)下得到的 K-M 矩阵和 Cabibbo 角 θ_c 为

$$A_L=\begin{bmatrix} 1 & -\alpha\frac{g_1'}{g_2'}\left(1+\frac{g_3'^2}{g_2'^2}\right)e^{-i\delta}+\alpha\frac{g_3}{g_2}e^{-i\delta} & \alpha e^{i\delta} \\ \alpha\frac{g_1'}{g_2'}\left(1+\frac{g_3'^2}{g_2'^2}\right)e^{i\delta}-\alpha\frac{g_3}{g_2}e^{i\delta} & 1 & -\alpha\frac{g_2'}{g_1'}e^{-i\delta} \\ -\alpha e^{-i\delta} & \alpha\frac{g_2'}{g_1'}e^{i\delta} & 1 \end{bmatrix}. \tag{3.15}$$

$$\operatorname{tg}\theta_c \approx \alpha\frac{g_1'}{g_2'}\left[\left(1+\frac{g_3'^2}{g_2'^2}\right)-\frac{g_3 g_2'}{g_2 g_1'}\right],\quad \alpha\approx \operatorname{tg}\theta_c\frac{m_c}{m_t}\left[1-\left(\frac{m_n}{m_c}\right)^2+\frac{m_d m_c}{m_s m_t}\right]. \tag{3.16}$$

CP 破坏参量 ϵ 为[8]：

$$\epsilon \approx \sqrt{2}\left(\frac{m_c}{m_t}\right)^3 \operatorname{tg}\theta_c\left[\ln\left(\frac{m_t}{m_c}\right)^2-1+\left(\frac{m_s m_t}{m_c m_b}\right)^2\right]\sin\delta. \tag{3.17}$$

如夸克质量按上面取值，则 $\epsilon\approx 0.9\times 10^{-3}\sin\delta$，略低于实验值.

在有了以上准备之后，现在我们来计算 θ_{QFD}：

(1) 树图近似：$\theta_{\mathrm{QFD}}=\arg\det\hat{m}_R^d+\arg\det\hat{m}_R^n=0.$ (3.18)

(2) 单圈修正：$\theta_{\mathrm{QFD}}=\arg\det(\hat{m}+\Delta\hat{m})_R\approx -Im\,T_r(\hat{m}^{-1}\hat{\Sigma}_{\mathrm{eff}})^R.$ (3.19)

其中 $\hat{\Sigma}_{\mathrm{eff}}$ 是具有手征结构的自能项：

$$\hat{\Sigma}_{\mathrm{eff}}=\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\hat{\Sigma}_{\mathrm{eff}R}+\frac{1}{2}(1+\gamma_5)\hat{\Sigma}^{+}_{\mathrm{eff}R} \tag{3.20}$$

为了利用结果(2.18)，需要做适当的么正变换，这是因为在前面结果中费米子质量矩阵 m 不含有与 γ_5 有关的项. 经过这种变换后可以证明仅 $\hat{\Sigma}^{(\phi)}_{\mathrm{eff}}$ 对 θ_{QFD} 有贡献，且可以化为：

$$\theta_{\mathrm{QFD}}\approx\frac{1}{16\pi^2}\sum_{K=1}^{3}Im\,T_r\{\hat{m}_d^{-1}\hat{\Gamma}_K^d\hat{m}_d^{+}\hat{\Gamma}_K^d\}_R\ln M_K^2+(d\to n). \tag{3.21}$$

求出 $\hat{\Gamma}_K$ 的显示形式后，在系数 D 满足条件 $|D|\sim O(\alpha^2)$ 情况下，经过冗长但平凡的计算得到：

① $g_3\gg g_2\gg g_1$，$g_3'\gg g_2'\gg g_1'$：

$$\theta_{\mathrm{QFD}}\approx 10^{-10}\times 1.2\left(\frac{m_s}{m_b}\right)\left(\frac{m_t}{m_b}\right)^2\left[1-\left(\frac{m_d}{m_s}\right)^2+\frac{m_n m_s}{m_c m_b}\right]^3 N\sin 3\delta. \tag{3.22}$$

② $g_1\gg g_2\gg g_3$，$g_1'\gg g_2'\gg g_3'$：

$$\theta_{\mathrm{QFD}}\approx 10^{-8}\times 1.2\left(\frac{m_c}{m_t}\right)\left[1-\left(\frac{m_n}{m_c}\right)^2+\frac{m_d m_c}{m_s m_t}\right]^3 N\sin 3\delta. \tag{3.23}$$

其中 $N=\left\{\left(1-\frac{A}{q}\right)^{-1}\ln\frac{A}{q}+\frac{A}{q}-\frac{1}{4}\left(1-\frac{A}{q}\right)F\right\}\Big/\left(1-\frac{A}{q}\right)$，$F$ 是某一常数，它满足：$\dfrac{\frac{1}{2}|D|}{q+\frac{1}{2}|D|}=F\alpha^2$.

从以上讨论我们可看出：

（1）在本文的 $V(\phi)$ 中，取 $\lambda_1=\rho^2\zeta_2$，$\lambda_2=\rho^2\sin 2\alpha\zeta_3$，$A=\zeta_2$，$B=4\zeta_3-4\zeta_1$，$C=2\zeta_2+4\zeta_1$，$D=0$，则得到：$\rho_1=\rho\sin\alpha$，$\rho_2=\rho\cos\alpha$，$N=\left(\frac{\zeta_2}{\zeta_3}+\frac{1}{1-\zeta_2/\zeta_3}\ln\frac{\zeta_2}{\zeta_3}\right)\Big/\left(1-\frac{\zeta_2}{\zeta_3}\right)$，此即文献[5]中的相应表达式。如按流代数估计值再取 $m_n=4.2\mathrm{MeV}$，$m_d=7.5\mathrm{MeV}$，以及取 $m_b=5\mathrm{GeV}$，$m_t=16\mathrm{GeV}$，则有

$$\left[1-\left(\frac{m_d}{m_s}\right)^2+\frac{m_nm_s}{m_cm_b}\right]^3\approx 1,\qquad\left[1-\left(\frac{m_n}{m_c}\right)^2+\frac{m_dm_c}{m_sm_t}\right]^3\approx 1$$

于是(3.22)和(3.23)式便给出了 V. Goffin 等人的结果。

（2）由于 S_3 软破坏项的引入以及对 $V(\phi)$ 中的系数作了适当选择，因而不但避免了赝 Goldstone 玻色子，而且提供了对 K_L 衰变中 CP 破坏的解释，同时也获得了 θ_{QFD} 的符合实验要求的非平凡单圈修正。

（3）本文虽然引入了两个 Higgs 二重态，但计算表明，只要中性 Higgs 粒子的质量 $M_3>1\mathrm{TeV}$，则味改变的中性流可压低到与现有实验不矛盾。

作者感谢戴元本教授、李灵峰教授的有益意见，感谢吴丹迪、马中骐同志的有益讨论.

参　考　文　献

[1] S. Weinberg, *Phys. Rev.*, **D7**(1973), 2887.
[2] G. Jona-Lasinio, *Nuovo Cimento*, **34**(1964), 1790.
[3] S. Coleman and E. Weinberg, *Phys. Rev.*, **D7**(1973), 1888.
[4] R. Jackiw, *Phys. Rev.*, **D9**(1974), 1686.
[5] V. Goffin et al., *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 1410.
[6] 除文献[5]外，采用类似模型进行讨论的还有
G. Segre and H. A. Weldon, *Phys. Rev. Lett.*, **42** (1979), 1191.
[7] 吴丹迪，高能物理与核物理，**6**(1979)，682.
[8] J. Ellis, M. K. Gaillard and D. V. Nauopulos, *Nucl. Phys.*, **B109**(1976), 213.

ONE LOOP CORRECTIONS OF THE FERMION MASSES AND THE CP-VIOLATION CALCULATIONS OF THE STRONG AND WEAK INTERACTIONS

(Phys. Dept. Sichuan Uni.)

LI CHONG-SHENG

(*Normal University of East China*)

HU SHI-KE

(*Institute of Nuclear Research, Shanghai, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In a renormalizable gauge theory of spontaneously broken symmetry, using the path integral method, we derive a formula for calculating the one loop corrections of the effective potentials in the general case and the expressions for the one loop corrections of the fermion masses. Using this results, we calculate the contributions of the one loop corrections of the fermion masses to the QCD CP-violation, and have obtained a more general results than V. Goffins'. We discuss also the weak CP-violation in this paper.