

# 推导能量无关 N-N 介子交换势的折线图方法 (II) 应用

厉光烈

(中国科学院高能物理研究所)

黄金贵 郭子斯

(美国纽约州立大学石溪分校物理系)

## 摘 要

本文应用文章 (I)<sup>[1]</sup> 中提出的方法, 讨论了中性标量核子通过交换中性标量介子的相互作用势。结果表明, 介子折线图对这个势的贡献不容忽视。

在文章 (I)<sup>[1]</sup> 中, 我们从要求核子-核子 (N-N) 相互作用势  $V_{N-N}$  和核力介子交换理论给出相同的半在能壳上  $\mathcal{S}(E)$  矩阵元出发, 首先由 Lippman-Schwinger 方程导出了只包含不可约图的能量有关 N-N 介子交换势  $V_{N-N}^D(E)$  (见图 1), 然后借助于一些辅助  $T$  矩阵又导出了既包含不可约图又包含介子折线图的能量无关 N-N 介子交换势  $V_{N-N}^I$ 。现在, 我们以中性标量核子通过交换中性标量介子的相互作用为例对  $V_{N-N}^D(E)$  和  $V_{N-N}^I$  进行一些定性讨论。

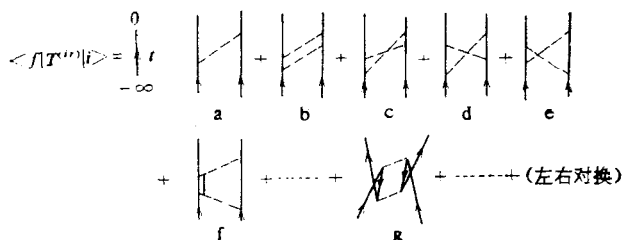


图 1 矩阵元  $\langle f|T|i\rangle$  中的不可约图

将  $V_{N-N}^D(E)$  和  $V_{N-N}^I$  的矩阵元展开到中性标量介子-中性标量核子相互作用耦合常数  $g_s$  的四次方项, 得

$$\langle f|V_{N-N}^D(E)|i\rangle = \langle f|[\mathcal{S}_{OBEP}(E) + \mathcal{S}_{TBEP}(E)]|i\rangle \quad (1)$$

和

$$\langle f|V_{N-N}^I|i\rangle = \langle f|[\mathcal{S}_{OBEP}(E_i) + \mathcal{S}_{TBEP}(E_i) - \mathcal{S}_{MFDP}(E_i)]|i\rangle \quad (2)$$

其中单玻色交换势  $\mathcal{S}_{OBEP}(E)$  就是文章 (I) 中的  $\mathcal{S}^{(2)}(E)$ , 其矩阵元包括图 1(a) 及其左

右对换的图. 双玻色交换势  $\mathcal{F}_{TBEP}(E) = \mathcal{F}^{(4)}(E) - \mathcal{F}^{(2+2)}(E)$ , 其中  $\mathcal{F}^{(4)}(E)$  和  $\mathcal{F}^{(2+2)}(E)$  的定义见文章 (I).  $\mathcal{F}_{TBEP}(E)$  的矩阵元应该包括所有四顶角的  $\pi$  可约图. 但是, Gross 已经指出<sup>[2]</sup>, 在非相对论近似下中间态包含核子-反核子对的图 (例如图 1(g)) 贡献很小, 因此我们将不考虑这类图. 另外, 为简单起见, 我们也将不考虑中间态包含 Isobar 的那些图 (例如图 1(f)). 这样, 在我们的计算中  $\mathcal{F}_{TBEP}(E)$  矩阵元将只包含图 1 中的拉长图(b), 交叉图(c-f)及其左右对换的图.  $\mathcal{F}_{MFDP}(E)$  就是文章(I)中的  $\mathcal{F}^{(2f2)}(E)$ , 我们称其为一次介子折线势, 因为其矩阵元只包含一次折叠的介子折线图 (见图 2).



图 2 一次介子折线图

利用文章 (I) 中的公式, 并考虑到在非相对论近似下中性标量介子-中性标量核子相互作用哈密顿量的顶角矩阵元为

$$\langle P' | H_i | P; q \rangle = (4\pi)^{1/2} g_s \left( \frac{1}{2\omega_q} \right)^{1/2} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{P}' - \mathbf{P} - \mathbf{q}),$$

我们可将单玻色交换势和双玻色交换势对  $\langle f | V_{N-N}^D(E) | i \rangle$  和  $\langle f | V_{N-N}^I | i \rangle$  的贡献, 以及一次介子折线势对  $\langle f | V_{N-N}^I | i \rangle$  的贡献分别表示如下:

(1) 单玻色交换势对  $\langle f | V_{N-N}^D(E) | i \rangle$  和  $\langle f | V_{N-N}^I | i \rangle$  的贡献分别为

$$\langle f | \mathcal{F}_{OBEP}(E) | i \rangle = 4\pi g_s^2 \frac{1}{\omega_Q(E - E_P - E_{P'} - \omega_Q)} \quad (3)$$

和

$$\langle f | \mathcal{F}_{OBEP}(E_i) | i \rangle = 4\pi g_s^2 \frac{1}{\omega_Q(E_P - E_{P'} - \omega_Q)} \quad (4)$$

其中,  $E_P = P^2/2M$ ,  $E_{P'} = P'^2/2M$  和  $\omega_Q = (Q^2 + \mu^2)^{1/2}$ , 这里  $\mathbf{Q} = \mathbf{P} - \mathbf{P}'$  是转移动量,  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{P}'$  分别是在质心系中中性标量核子的初、末态动量,  $M$  和  $\mu$  分别是中性标量核子和中性标量介子的静止质量.

若取静止近似, 或只要在能壳上 (即  $E = 2E_P = 2E_{P'}$ ) 矩阵元, 则单玻色交换势对  $\langle f | V_{N-N}^D(E) | i \rangle$  和  $\langle f | V_{N-N}^I | i \rangle$  有完全相同的贡献:

$$\langle f | \mathcal{F}_{OBEP} | i \rangle = -4\pi g_s \frac{1}{\omega_Q^2} \quad (5)$$

此即通常核力介子交换理论给出的 Yukawa 势. 由此可见, 通常核力介子交换理论给出的单玻色交换势之所以看起来与能量无关是因为对  $V_{N-N}^D(E)$  取了静止近似或只要它的在能壳上矩阵元的缘故.

(2) 双玻色交换势对  $\langle f | V_{N-N}^D(E) | i \rangle$  和  $\langle f | V_{N-N}^I | i \rangle$  的贡献分别为

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{F}_{TBEP}(E) | i \rangle &= \frac{2}{\pi} g_s^4 \int d\mathbf{q} d\mathbf{q}' \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}' - \mathbf{Q}) [2\omega\omega'(E - E_{P'} - E_{m_2} - \omega')]^{-1} \\ &\times [(E - E_{P'} - E_P - \omega' - \omega)^{-1} + (E - E_{m_1} - E_{m_2} - \omega' - \omega)^{-1}] \\ &\times [(E - E_{m_2} - E_P - \omega)^{-1} + (E - E_{m_1} - E_{P'} - \omega')^{-1}] \end{aligned} \quad (6)$$

理  
只  
T  
现  
-N

合  
1)  
2)  
左

和

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{F}_{TBEP}(E_i) | i \rangle &= \frac{2}{\pi} g_i^4 \int dq dq' \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}' - \mathbf{Q}) \\ &\times [2\omega\omega'(2E_P - E_{P'} - E_{m_2} - \omega') (E_P - E_{m_2} - \omega) (E_P - E_{m_1} - \omega')]^{-1} \\ &\times \left[ 2 + \frac{E_P + E_{P'} - E_{m_1} - E_{m_2}}{E_P - E_{P'} - \omega - \omega'} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $E_{m_1} = (\mathbf{P} - \mathbf{q}')^2/2M$ ,  $E_{m_2} = (\mathbf{P}' + \mathbf{q}')^2/2M$ ,  $\omega = (q^2 + \mu^2)^{1/2}$  和  $\omega' = (q'^2 + \mu^2)^{1/2}$ . 这里  $\bar{q}$  和  $\bar{q}'$  分别是交换的二个中性标量介子的动量.

(3) 一次介子折线势对  $\langle f | V_{N-N}^I | i \rangle$  的贡献为

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{F}_{MFD}(E_i) | i \rangle &= \frac{2}{\pi} g_i^4 \int dq dq' \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}' - \mathbf{Q}) \\ &\times [\omega\omega'(2E_P - E_{P'} - E_{m_2} - \omega') (E_P - E_{m_2} - \omega) (E_{m_2} - E_{P'} - \omega')]^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

若对所有中性标量核子(包括中间态的中性标量核子)都取静止近似,则

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{F}_{TBEP}(E_i) | i \rangle &= \langle f | \mathcal{F}_{MFD}(E_i) | i \rangle \\ &\cong -\frac{2}{\pi} g_i^4 \int dq dq' \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}' - \mathbf{Q}) \frac{1}{\omega^2 \omega'^3} \end{aligned} \quad (9)$$

这也就是说,在  $V_{N-N}^I$  中双玻色交换势和一次介子折线势的贡献刚好互相抵消,结果只剩下单玻色交换势的贡献. 这与人们早已知道的,在低能 N-N 相互作用中单玻色交换势起主要作用的结论是一致的. 另外,我们还发现,在坐标表象中下面的 Yukawa 型势:

$$V(r) = -\frac{2}{\pi} g_i^4 \frac{e^{-2\mu r}}{r} \left( 0.16 + 0.60 \frac{1}{\mu r} - 0.18 \frac{1}{\mu^2 r^2} \right) \quad (10)$$

与(7)式符合得甚好. 这表明,一次介子折线势和双玻色交换势的力程大约都是单玻色交换势的一半. 类推之,更高次的介子折线势也应与相应的多玻色交换势一样只对短程 N-N 相互作用有贡献,因此在讨论中、长程 N-N 相互作用时不必考虑它们. 当然,对所有中性标量核子,特别是对中间态的中性标量核子取静止近似是太粗糙了. 在图3中我们给出了二组曲线,其中实曲线和虚曲线分别表示双玻色交换势和一次介子折线势对  $V_{N-N}^I$  的贡献,(1)是在仅对初、末态中性标量核子取静止近似的情况下得到的计算结果,(2)是在非相对论近似下不取静止近似而取  $P = P' \cong \mu$  计算得到的结果. 另外,在图3中还用点划线给出了单玻色交换势对  $V_{N-N}^I$  的贡献. 为了便于比较,图中的实曲线和虚曲线都放大了50倍,我们用符号“×50”标记. 在计算中,为了简单起见,我们取  $4\pi g_i^2 = 1$ . 从图中可以看到,虽然双玻色交换势和一次介子折线势矩阵元的值随所取的近似不同而略有区别,但是它们的力程约为单玻色交换势的一半和在  $V_{N-N}^I$  中它们大部分相互抵消这些定性结论并不改变.

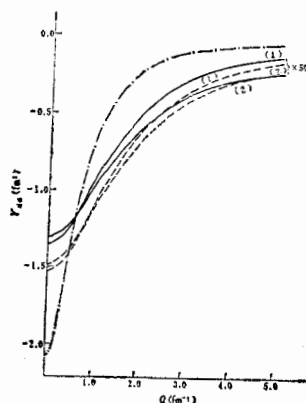


图3 单玻色交换势、双玻色交换势和一次介子折线势对  $V_{N-N}^I$  的贡献

--- 单玻色交换势  
— 双玻色交换势  
- - - 一次介子折线势

(1) 静止近似; (2) 非静止近似, 详情见文中说明. “×50”表示放大了五十倍

从文章(I)和上面的讨论可以看到,  $V_{N-N}^I$  之所以与能

量无关类就是  $V_{N-N}^I$  图中的讨论的大小折线图须考虑可能收的介子:

本单例子子交换

作:

Durso,

[1] 房:  
[2] F.

1

E

Usi  
between t  
show th  
ble.

量无关是因为其中多了一项介子折线图的贡献。这些介子折线图可以分解为两类图: 一类就是不可约图中的拉长图; 另一类是与不可约图中的交叉图相应的折线图。由于在  $V_{N-N}^I$  中不可约图的贡献与介子折线图的贡献刚好反号, 因此第一类介子折线图与不可约图中的拉长图正好相互抵消, 使得所有的拉长图都将不出现在  $V_{N-N}^I$  中。另外, 就我们所讨论的简单例子来说, 第二类介子折线图与不可约图中同级的交叉图有几乎相同的力程和大小, 因此在  $V_{N-N}^I$  中它们也大部分相互抵消。由此我们可以得出两点结论: (1) 介子折线图对  $V_{N-N}^I$  的贡献不容忽视。只要考虑单玻色交换势以外的不可约图的贡献, 就必须考虑同级的介子折线图的贡献。(2) 在考虑了介子折线图的贡献以后, 无穷序列  $V_{N-N}^I$  可能收敛得比  $V_{N-N}^D(E)$  更快。因此, 作为一个好的近似, 我们可能只需要考虑一次折叠的介子折线图和同级的不可约图的贡献, 从而大大简化  $V_{N-N}^I$  的计算。

本文着重介绍如何应用文章(I)提出的方法导出  $V_{N-N}^D(E)$  和  $V_{N-N}^I$ , 因此仅就一个简单例子进行了一些定性的讨论。在另一篇文章中我们将比较详细地讨论能量无关的  $\pi$  介子交换势。在那里将会看到, 介子折线图的引入会给  $\pi$  介子交换势带来一些新的特点。

作者对 G. E. Brown、A. Faessler、K. Hollinde、H. Müther、R. Vinh Mau、J. W. Durso、M. B. Johnson 和 B. Giraud 等教授有益的讨论表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] 厉光烈等, 高能物理与核物理, 7(1983), 67.  
 [2] F. Gross, *Phys. Rev.*, 186(1969), 1448.

## A FOLDED DIAGRAM METHOD FOR DERIVING AN ENERGY-INDEPENDENT NUCLEON-NUCLEON (N-N) POTENTIAL FROM MESON EXCHANGES (II) APPLICATION

LI GUANG-LIE

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

K. K. NG T. T. S. KUO

(*Department of Physics, SUNY at Stony Brook, Stony Brook, N. Y. 11794*)

### ABSTRACT

Using the method proposed in the paper (I)<sup>[1]</sup>, we investigate the potential between two neutral scalar nucleons by exchanging neutral scalar mesons. The results show that the contribution of mesonic folded diagrams to this potential is not negligible.

(7)  
)<sup>1/2</sup>.  
(8)  
(9)  
只剩  
交换  
势:  
(10)  
色交  
的多  
在讨  
论, 对  
取静  
其中  
线势  
取静  
似下  
下, 在  
献。  
等, 我  
们取  
一次介  
但是  
们大  
!与能