

# 复合核非弹性道中的辐射俘获过程

刘建峰 霍裕昆

(郑州大学物理系)

## 摘 要

本文在文献[1]提出的核反应机制——复合核首先衰变到复弹性道,复弹性波在核外区通过长程电磁相互作用而被俘获到低激发的单粒子束缚态并放出光子——的物理概念基础上,考虑非弹性波的辐射俘获过程。

从 $S$ 矩阵理论出发,导出了复合核非弹性波在核外区被俘获的截面计算公式。然后联系光学模型及带有宽度涨落修正的 Hauser-Feshbach 统计理论,得到了便于计算的公式。

对 $^{235}\text{U}$ 等几个核的数值计算结果表明,这种过程的截面与同一入射能量下按统计理论计算的 $(n, \gamma)$ 截面同一数量级,是 $n-\gamma$ 反应中重要的单粒子过程。

## 一、引 言

对于 $(n, \gamma)$ 反应,当入射中子能量不同时,起主要作用的反应机制是不同的。在共振区,复合核过程是主要的。在入射能量大于 $3\sim 5\text{MeV}$ 时,快中子俘获截面的统计理论与实验值相差很多,这时必须考虑 Lane 和 Lynn<sup>[3]</sup>提出的直接俘获及由 Brown<sup>[4]</sup>和 Clement<sup>[5]</sup>提出的半直接辐射俘获(集体辐射俘获)。合理地选择耦合相互作用势,这种直接——半直接理论已可以解释许多实验事实。

但是,实验上发现低能中子引起的 $(n, \gamma)$ 反应能谱高端存在一些很强的谱线,其大小远超出统计理论所预言的值,为此,文献[1]中提出另一种可能的核反应机制:复合核首先衰变到复弹性道,复弹性波在核外区通过长程电磁相互作用被俘获到低激发的单粒子束缚态,并放出 $\gamma$ 光子。当入射中子能量较低时,对 $^{235}\text{U}$ 的计算结果表明这种过程对于反应截面的贡献可达20%左右,对 $\gamma$ 谱的高端影响特别显著,因此可以解释实验事实。

本文将上述概念推广到非弹性散射的情形,即在复合核反应仍然是核反应的主要过程,而且非弹性道成为占优势的出射道时,考虑非弹性波在核外区通过长程电磁相互作用而被俘获到未被填满的低激发单粒子束缚态,同时放出 $\gamma$ 光子的过程。对它的研究无论在核反应理论本身,还是对于实际应用,都有一定的价值。

## 二、计算公式

限于考虑电偶极跃迁,并且忽略由磁矩产生的电跃迁,则跃迁几率是:

$$\lambda_E(1, \mu) = \frac{16\pi K_\gamma^3}{9\hbar} |\langle \phi_f | \bar{\epsilon} r Y_{1\mu}^* | \phi_i \rangle|^2 \quad (1)$$

其中  $K_\gamma$  是光子的波数,  $\bar{\epsilon} = -\frac{Z}{A}e$  是中子的有效电荷,  $r$  及  $Y_{1\mu}$  是出射中子相对剩余核的坐标算符.  $\phi_i$  是非弹性出射波的波函数,可由  $S$  矩阵理论根据平面入射波的球基展开式得到. 在  $j-j$  偶合表象中,我们有:

$$\begin{aligned} \phi_i = & \sum_{lij} -\frac{i\sqrt{\pi(2l+1)}}{K_\alpha} C(lij; 0m_i m_i) C(jlJ; m_i m_l M) \\ & \cdot \sum_{l'j'} \Phi_{l'j'}^{JM} \sqrt{\frac{v_\alpha}{v_\beta}} S_{\beta l'j' \alpha l i}^J \frac{1}{r} Q_{l'j'}(K_\beta r) \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $l_j$  是入射波角动量,  $l'j'$  是出射波角动量,  $J$  为总角动量,  $l m_l$  及  $l' m_{l'}$  为靶核及剩余核自旋,  $i m_i$  是中子自旋,  $K_\alpha K_\beta$  为入射及出射中子波数,  $v_\alpha v_\beta$  为相应的速度,  $S_{\beta l'j' \alpha l i}^J$  为  $S$  矩阵元,  $\Phi_{l'j'}^{JM}$  是道波函数(自旋、角度及剩余核部分),  $Q_{l'j'}(K_\beta r)$  是出射波径向波函数,其渐近形式是:  $Q_{l'j'}(K_\beta r) \xrightarrow{K_\beta r \gg 1} e^{i(K_\beta r - l' \frac{\pi}{2})}$ , C-G 系数采用洛斯<sup>[7]</sup>书中的表示方法. 终态  $\phi_f$  取单粒子组态波函数:

$$\phi_f = \frac{u_{l'j'}}{r} \Phi_{l'j'}^{JM} \quad (3)$$

它是单粒子态 ( $l'j'$ ) 与靶实偶合成的束缚态,  $\frac{u_{l'j'}}{r}$  是单粒子束缚态的径向波函数.

将(2)式和(3)式代入(1)式,并除以入射粒子流强度,得到截面公式:

$$\begin{aligned} \sigma_{rj} = & \frac{16\pi K_\gamma^3}{9\hbar v_\alpha} \left| \left\langle \frac{u_{l'j'}}{r} \Phi_{l'j'}^{JM} | \bar{\epsilon} r Y_{1\mu}^* | \sum_{lij} \sum_{l'j'} -\frac{i\sqrt{\pi(2l+1)}}{K_\alpha} \right. \right. \\ & \cdot C(lij; 0m_i m_i) \cdot C(jlJ; m_i m_l M) \cdot \sqrt{\frac{v_\alpha}{v_\beta}} S_{\beta l'j' \alpha l i}^J \Phi_{l'j'}^{JM} \\ & \left. \left. \cdot \frac{1}{r} Q_{l'j'}(K_\beta r) \right\rangle \right|^2. \end{aligned}$$

应用  $Y_{1\mu}^* = (-1)^\mu Y_{1-\mu}$ , 并忽略相干项,上式化为:

$$\begin{aligned} \sigma_{rj} = & \frac{16\pi^2 m \bar{\epsilon}^2 K_\gamma^3}{9K_\alpha^2 K_\beta \hbar^2} \sum_{lij} \sum_{l'j'} (2l+1) [C(lij; 0m_i m_i) \cdot C(jlJ; m_i m_l M)]^2 \\ & \cdot |S_{\beta l'j' \alpha l i}^J|^2 \cdot |Q_{l'j'}(K_\beta r)|^2 \cdot |\langle \Phi_{l'j'}^{JM} | Y_{1-\mu} | \Phi_{l'j'}^{JM} \rangle|^2 \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $m$  是中子质量,  $Q_{l'j'}(K_\beta r) = \int_R^\infty Q_{l'j'}(K_\beta r) u_{l'j'} r dr$ ,  $R$  为核半径. 由于考虑核外区俘获,积分下限取作  $R$ .

(4) 式中  $\langle \Phi_{l'j'}^{JM} | Y_{1-\mu} | \Phi_{l'j'}^{JM} \rangle$  是一种不可约张量在具有确定角动量的态间的矩阵元,

由维格:  
阵元中  
利用

得:

其中  $W$ :  
将:  
由  $m_i$ :

(5)  
获截面  
把问题  
算公式:

而由  $H$ :

因此,

(7) 式最  
称守恒.  
度涨落  
统计

由维格纳<sup>[7]</sup>定理:  $\langle \Phi_{l'j'j'l'}^{J' M'} | Y_{1-\mu} | \Phi_{l'j'j'l'}^{J' M'} \rangle = C(J | J_f; M_{-u} M_f) \langle \Phi_{l'j'j'l'}^{J' M'} | Y_1 | \Phi_{l'j'j'l'}^{J' M'} \rangle$ , 而约化矩阵元中  $Y_1$  只与角度变数有关, 根据约化矩阵元在偶合表示与未偶合表示中的关系, 并且利用

$$\langle \phi_{l'} | Y_1 | \phi_{l'} \rangle = C(l' | l_f; 000) \left[ \frac{(2l' + 1)(2 \times 1 + 1)}{4\pi(2l_f + 1)} \right]^{1/2},$$

得:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{l'j'j'l'}^{J' M'} | Y_1 | \Phi_{l'j'j'l'}^{J' M'} \rangle &= (-1)^{l'+\frac{1}{2}-l'-j'-j'-J_f} \\ &\cdot C(l' | l_f; 000) \left[ \frac{3}{4\pi} (2j_f + 1)(2J + 1) \cdot (2j' + 1)(2l' + 1) \right]^{1/2} \\ &\cdot W(j' J_f J_f; l' 1) \cdot W\left(l' j' l_{ff}; \frac{1}{2} 1\right). \end{aligned}$$

其中  $W$  是拉卡系数, 也是采用洛斯书中的表示方法.

将这些关系应用到(4)式, 并将(4)式对  $m_i, m_l$  求平均, 对辐射极化  $\mu$  及  $J_f$  求和 ( $M_f$  由  $m_i, m_l$  及  $\mu$  完全确定), 并且利用 C-G 系数及拉卡系数的正交性及对称关系得:

$$\begin{aligned} \sigma_\gamma &= \frac{4\pi m \bar{\sigma}^2 K_\gamma^3}{3K_a^2 K_\beta \hbar^2} \sum_{l'j'j'l'} \frac{(2l' + 1)(2j_f + 1)(2J + 1)}{(2i + 1)(2l + 1)} \\ &\cdot \left[ C(l' | l_f; 000) W\left(l' j' l_{ff}; \frac{1}{2} 1\right) \right]^2 \cdot |Q_{l'j'l_{ff}}|^2 \cdot |S_{\beta l'j' \alpha l_j}^J|^2 \quad (5) \end{aligned}$$

(5) 式是单能入射时的截面公式. 为了计算一定能量宽度的粒子流入射时的平均俘获截面, 我们将(5)式对能量间隔取平均, 并且, 为了得到一个便于实际计算的公式, 我们把问题与光学模型及 Hauser-Feshbach 统计理论相联系. 可以证明, 非弹性散射截面的计算公式是:

$$\langle \sigma_{nn'} \rangle = \frac{\pi}{K_a^2} \sum_{l'j'j'l'} \frac{(2J + 1)}{(2l + 1)(2i + 1)} \cdot \overline{|S_{\beta l'j' \alpha l_j}^J|^2}$$

而由 Hauser-Feshbach 考虑宽度涨落修正的统计理论<sup>[6]</sup>:

$$\langle \sigma_{nn'} \rangle = \frac{\pi}{K_a^2} \sum_{l'j'j'l'} \frac{(2J + 1)}{(2l + 1)(2i + 1)} \cdot \frac{T_{\alpha l_j} \cdot T_{\beta l'j'}}{T^{J\pi}} W_{\alpha l_j \beta l'j'}^{J\pi} \quad (6)$$

因此,  $\overline{|S_{\beta l'j' \alpha l_j}^J|^2}$  可由  $\frac{T_{\alpha l_j} \cdot T_{\beta l'j'}}{T^{J\pi}} W_{\alpha l_j \beta l'j'}^{J\pi}$  代换, 最后得:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_\gamma \rangle &= \frac{2\pi m \bar{\sigma}^2 K_\gamma^3}{3K_a^2 K_\beta \hbar^2} \sum_{l'j'j'l'} \frac{(2l' + 1)(2j_f + 1)(2J + 1)}{(2l + 1)} \\ &\cdot \left[ C(l' | l_f; 000) W\left(l' j' l_{ff}; \frac{1}{2} 1\right) \right]^2 \\ &\cdot |Q_{l'j'l_{ff}}|^2 \frac{T_{\alpha l_j} \cdot T_{\beta l'j'}}{T^{J\pi}} W_{\alpha l_j \beta l'j'}^{J\pi} \quad (7) \end{aligned}$$

(7) 式就是计算复合核非弹性波辐射俘获的截面公式. 其中求和时要求满足角动量及宇称守恒.  $T_{ijk}$  是中子穿透系数,  $T^{J\pi}$  是总穿透系数, 其含义是众所周知的.  $W_{\alpha l_j \beta l'j'}^{J\pi}$  是宽度涨落修正因子<sup>[6]</sup>.

统计理论给出  $(n, \gamma)$  截面计算公式是:

(4)

俘获,

单元,

$$\sigma_{nr} = \frac{\pi}{K_a^2} \sum_{lij\pi} \frac{(2J+1)}{2(2I+1)} \cdot \frac{T_{ali} T_{l\pi}^{J\pi}}{T^{J\pi}} W_{ali}^{J\pi} \quad (8)$$

其中  $T_{l\pi}^{J\pi}$  是光子穿透系数,  $W_{ali}^{J\pi}$  是相应的宽度涨落修正因子<sup>[6]</sup>.

对于  $r$  谱, (8)式对应光子能量  $E_\gamma = 0$  到  $E_n + B_n$  的连续谱, 其中  $E_n$  是质心系中中子入射能量,  $B_n$  是中子结合能. 而(7)式对应光子能量为  $E_i + E_f$  的一条谱线,  $E_i$  和  $E_f$  分别为非弹性道出射能量及单粒子态能量绝对值, 它叠加在连续谱本底上. 因此, 当入射粒子的能量超过靶核第一激发态相应的能量后, 非弹性道被打开, 随着入射能量增大, 被打开的非弹性道越来越多, 复合核非弹性波的辐射俘获将对  $r$  谱产生显著的影响.

### 三、数值计算及简单分析

应用推得的公式, 我们对  $^{51}\text{V}$ 、 $^{55}\text{Mn}$ 、 $^{52}\text{Cr}$  及  $^{89}\text{Y}$  进行了数值计算. 为了进行比较, 还应用公式(6)及(8)计算了  $(n, n')$  及  $(n, \gamma)$  截面. 计算中采用的光学模型位阱参数是 Becchetti-Greenlees<sup>[8]</sup> 普适参数, 并且假定靶实基态和低激发态的位势相同. 计算单粒子束缚态的本征函数及本征值是采用上述 Becchetti-Greenlees 位实部. 能级密度的计算及能级密度参数采用 Gilbert-Cameron<sup>[9]</sup> 能级密度公式及参数. 靶核分离能级参数取自〈Nuclear data sheets〉. 光子穿透系数的计算公式及部分参数同文献 [2], 宽度涨落修正因子的计算公式见文献 [6].

为清楚起见, 把上述四个核中与计算有关的基态及激发态自旋、宇称及能量值、以及单粒子束缚态角动量及能量值和对每个核计算中选择的人射能量范围列于表 1 中.

表 1 与计算有关的部分参数. 其中入射中子能量为实验室坐标系的值

	剩余核各态的自旋、宇称和能量 (MeV)				计算的中子入射能量范围	单粒子束缚态角动量和能量		
	基态	第一激发态	第二激发态	第三激发态				
$^{51}\text{V}$	$7/2^-$ 0	$5/2^-$ 0.32MeV	$3/2^-$ 0.929MeV	$9/2^-$ 1.812MeV	0.3262829 ~2 MeV	(1, 3/2) -6.54MeV	(1, 1/2) -4.95MeV	(3, 5/2) -3.295MeV
$^{55}\text{Mn}$	$5/2^-$ 0	$7/2^-$ 0.126MeV	$9/2^-$ 0.984MeV	$1/2^-$ 1.29MeV	0.1282436 ~1 MeV	(1, 3/2) -7.74MeV	(1, 1/2) -6.13MeV	(3, 5/2) -4.87MeV
$^{52}\text{Cr}$	$0^+$ 0	$2^+$ 1.4341MeV	$4^+$ 2.3696MeV	$0^+$ 2.647MeV	1.46167 ~2.6979 MeV	(1, 3/2) -7.01MeV	(1, 1/2) -5.48MeV	(3, 5/2) -3.97MeV
$^{89}\text{Y}$	$1/2^-$ 0	$9/2^+$ 0.9092MeV	$3/2^-$ 1.5074MeV	$5/2^-$ 1.7445MeV	0.919428 ~1.7445 MeV	(2, 5/2) -5.524MeV	(2, 3/2) -3.454MeV	(4, 7/2) -2.899MeV

上述四个核中,  $^{51}\text{V}$ 、 $^{55}\text{Mn}$  及  $^{52}\text{Cr}$  都处在  $3s$  巨共振区,  $^{89}\text{Y}$  处在  $3p$  巨共振区, 前三者的俘获截面以  $l = 0, 2$  的非弹性波跃迁到  $(1, 3/2)$  态的贡献为主, 而  $^{89}\text{Y}$  则向  $(2, 5/2)$  态的跃迁为主, 而且只有  $l = 1, 3$  的非弹性波才对截面有贡献, 出射能量约在  $0.1\text{keV}$  后俘获才比较明显.

除上述差别外, 计算结果表明上述几种核素的非弹性波俘获截面随能量变化规律相似, 数量级也基本相同. 今以  $^{51}\text{V}$  为例. 将部分计算结果图示及简单分析如下:

图 1 是剩余核处于第一激发态时的非弹性波被俘获到(1,3/2)及(1,1/2)单粒子束缚态的截面随非弹性波出射能量  $E_i$  的变化曲线。由图看出在出射能量大于 0.01MeV 后曲线有一凸起部分,这是由于在此能量附近,  $l = 2$  的非弹性波开始明显地对截面有贡献的原因。

图 2 是在计算的能量范围内所有可能的非弹性波跃迁到(1,3/2)、(1,1/2)及(3,5/2)单粒子束缚态的总截面  $\sigma_{n'\gamma}$  和按统计理论计算的  $(n, \gamma)$  截面  $\sigma_{n\gamma}$  随入射能量的变化曲线。

$\sigma_{n'\gamma}$  曲线上的两个凸起分别显示了在相应的入射能量下剩余核处于第二激发态和剩余核处于第三激发态的非弹性波开始对总俘获截面有贡献。由图可见,在整个所计算的能量范围内,总俘获截面处在同一数量级。

图 3 分别画出了总非弹性俘获截面  $\sigma_{n'\gamma}$  与按统计理论计算的  $(n, \gamma)$  截面的比值  $\sigma_{n'\gamma}/\sigma_{n\gamma}$  及  $\sigma_{n'\gamma}$  与非弹性散射截面  $\sigma_{n'}$  的比值(即非弹性波的俘获几率)随入射能量的变化。可以看出,在整个计算的能量范围内,  $\sigma_{n'\gamma}/\sigma_{n\gamma}$  为同一数量级。由于统计理论的结果对应一连续谱,而非弹性波俘获对应的,是  $\gamma$  谱上几条分离谱线,可见它对  $\gamma$  谱会产生显著的影响。

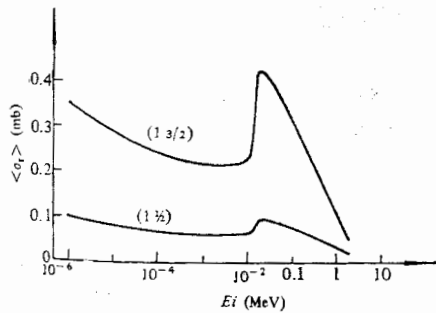


图 1 剩余核处于第一激发态非弹性波被俘到(1,3/2)及(1,1/2)单粒子态的截面随非弹性波出射能量变化曲线。

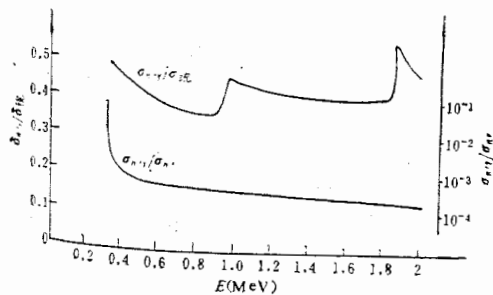


图 3 非弹性波总俘获截面与统计截面及非弹性散射截面的比值。

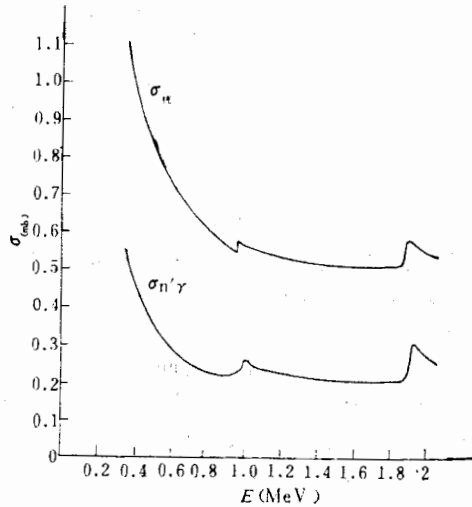


图 2 非弹性波被俘获总截面  $\sigma_{n'\gamma}$  及  $(n, \gamma)$  统计截面随入射中子能量变化曲线。

### 四、结 论

理论分析和计算结果都表明,当入射中子能量达到非弹性阈以上时,复合核非弹性波

在核外区通过长程电磁相互作用被俘获到低激发的单粒子束缚态并放出  $\gamma$  光子, 这是一种重要的单粒子过程, 这种过程的总俘获截面与统计俘获截面为同一数量级, 而且对  $\gamma$  谱的影响将更为显著.

## 参 考 文 献

- [1] 霍裕昆等, 复弹性道中的辐射俘获过程, 原子核物理, 1(1982), 35.  
 [2] 霍裕昆, 高能物理与核物理, 5(1981), 732.  
 [3] A. M. Lane, J. E. Lynn, *Nucl. Phys.*, 11(1959), 646.  
 [4] G. E. Brown, *Nucl. Phys.*, 57(1964), 339.  
 [5] C. F. Clement, *Nucl. Phys.*, 66(1965), 273.  
 [6] 苏宗淦等, 高能物理与核物理, 3(1979), 80.  
 [7] M. E. 洛斯, 《角动量理论》.  
 [8] F. D. Becchetti, G. W. Greenlees, *Phys. Rev.*, 182(1969), 1190.  
 [9] A. Gilbert, A. G. W. Cameron, *Can. J. Phys.*, 43(1965), 1446.

## RADIATIVE CAPTURE IN THE INELASTIC CHANNEL OF THE COMPOUND NUCLEUS

LIU JIAN-FENG HO YU-KUN

(Physics Department, Zhengzhou University)

### ABSTRACT

In this paper, the radiative capture in the inelastic channel of the compound nucleus is discussed.

Starting from the S-matrix theory, the calculation formular for this situation is derived. Then connected with the optical model and Hauser-Feshbach's statistical theory with the width fluctuation correction, a formular convenient for calculations is given.

Making use of the formular obtained above, the numerical calculations are made for the average cross-section of  $^{51}\text{V}$  and other nuclei, and the comparison with the statistical  $(n, \gamma)$  and  $(n, n')$  cross sections is made.

The results show that if the incident energies of the neutron are large enough to open the inelastic channel, the cross sections of this process will have the same order of magnitude as the statistical cross sections. Hence it is an important mechanism in the  $(n, \gamma)$  reactions.

适自  
杂自  
谱注  
测重  
互作  
方法

使月  
差佳

测术  
个位  
前有  
表

式中

利用