第 8 卷　第 6 期　　高 能 物 理 与 核 物 理　　Vol. 8, No. 6
1984 年 11 月　　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　　Nov., 1984

$N=2$ 超对称大统一理论中规范破缺注记

东方晓　杜东生　周咸建　薛丕友
（中国科学院高能物理研究所）

摘　　要

本文讨论了用 $N=2$ 超对称有限理论建立现实大统一模型的可能性．发现规范对称自发破缺和超对称破缺是可以实现的，但在夸克轻子质量问题上遇到困难．

现已证明，当单圈 β 函数为零时，$N=2$ 超对称 Yang-Mills 理论是有限理论[1]．$N=2$ 与 $N=1$ 之间有如下超多重态对应：

$N=2$	规范群表示	$N=1$
矢量超场 V_2^i	伴随表示	矢量超场 V^i + 手征超场 φ^i
物质超场 Σ	R^σ	手征超场 X_σ
	$\bar{R}^\sigma$	手征超场 Y_σ

β 为零，要求[2]
$$C_2(G)=\sum_\alpha T(R^\alpha),\tag{1}$$
式中 $C_2(G)$ 是群的二阶 Casimir 算子，且有
$$R^{\sigma a}_{ib}R^{\sigma b}_{la}=T(R^\sigma)\delta_{il}.\quad（不对\ \sigma\ 求和）\tag{2}$$
$N=2$ 理论的作用量可用 $N=1$ 超场表示如下：
$$\begin{aligned}S=&\int d^4xd^4\theta[\bar{\varphi}^i(\exp(gV))_{ij}\varphi_j+\bar{X}_{a\sigma}(\exp gV^\sigma)^a_bX^b_\sigma\\&+Y_{a\sigma}(\exp(-gV^\sigma))^a_b\bar{Y}^b_\sigma]+\frac{1}{64\,g^2}\frac{\mathrm{tr}}{C_2(G)}\int d^4xd^2\theta W^\alpha W_\alpha\\&+g\left(\int d^4xd^2\theta\varphi_iR^{\sigma a}_{ib}X^b_\alpha Y_{a\sigma}+\mathrm{h.c}\right),\end{aligned}\tag{3}$$
式中：
$$W_\alpha=\bar{D}^2[\exp(-gV)D_\alpha\exp(gV)],\tag{4}$$
$$V^{\sigma a}_b=V_kR^{\sigma a}_{kb},\ V=V_iT_i,\ (T_i)_{jk}=-f_{ijk}.$$
这里 f_{ijk} 是群的结构常数，D 是超对称协变导数．显然，一个有限超对称大统一现实模型除满足(1)式外，还须满足下列基本要求

I. 能容纳三代轻子夸克

II. 考虑到质子衰变，规范群 G 必须在能标 $M_1\sim10^{16}$ GeV 量级下实现破缺，其中最

本文 1984 年 4 月 9 日收到．

简单的破缺是： $G \xrightarrow{M_1} SU(3) \times SU(2) \times U(1)$.

III. 在适当能标下实现超对称破缺.

IV 三代轻子夸克得到适当的小质量.

本文目的是研究在 $N=2$ $SU(N)$ $SUSY$ GUT 中,条件 I—IV 能否在通常的 Higgs 破缺机制中实现.

满足方程(1)和条件 I 的群及表示只有不多几种[3],为了简单明确起见,在不失一般性的条件下,我们以 $SU(6)$ 为例. $SU(6)$ 能容纳三代,满足(1)式要求的 R^σ 和 $\bar{R}^\sigma$ 填法有两种:

a) $3([6,2]+[6,4])$, (5)

b) $2([6,1]+[6,5])+[6,2]+[6,4]+4[6,3]$.

其中 $[6,n]$ 是 $SU(6)$ 的 n 阶反对称表示. 这里有三代通常的夸克轻子和三代镜像夸克轻子. 根据(3)式,其标量位势为:

$$\begin{aligned} V = & F^i F_i + F_{xa\sigma} F^a_{x\sigma} + F_{ya\sigma} F^a_{y\sigma} + g\{A_i R^{\sigma a}_{ib} x^b_\sigma F_{ya\sigma} \\ & + A_i R^{\sigma a}_{ib} F^b_{x\sigma} y_{a\sigma} + F_i R^{\sigma a}_{ib} x^b_\sigma y_{a\sigma} + \text{h.c}\} \\ & + \frac{1}{2} D_k D_k + \frac{1}{2} g A^i D_k (T_k)_{ij} A_j + \frac{1}{2} g x_{a\sigma} D_k R^{\sigma a}_{kb} x^b_\sigma \\ & + \frac{1}{2} g y_{a\sigma} D_k R^{\sigma a}_{kb} y^b_\sigma, \end{aligned} \tag{6}$$

其中辅助场 F, D 可表为:

$$\begin{aligned} & F^i = -g R^{\sigma a}_{ib} x^b_\sigma y_{a\sigma}, \quad F_{xa\sigma} = -g A_i R^{\sigma a}_{ib} y_{a\sigma}, \quad F^a_{y\sigma} = -g A_i R^{\sigma a}_{ib} x^b_\sigma, \\ & D_k = -\frac{1}{2} g\{A^i (T_k)_{ij} A_j + x_{a\sigma} R^{\sigma a}_{kb} x^b_\sigma + y_{a\sigma} R^{\sigma a}_{kb} y^b_\sigma\}. \end{aligned} \tag{7}$$

这里 A^i, x_σ 和 y_σ 分别是超多重态 φ^i, X_σ 和 Y_σ 的自旋为零的复标量场. 为了实现规范对称 $G \to G_M = SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times U'(1)$ 的自发破缺,必须选择一个标量场,它是群 G_M 的单态,但不是群 G 的单态. 手征超场 φ^i 的对角元的某种组合满足上述性质. φ^i 属于群 G 的伴随表示,它的标量分量是 A^i. 当 A^i 取 VEV 时,我们有

$$V(A) \sim g^2 f_{kij} f_{klm} A^i A_j A^l A_m \tag{8}$$

从通常 φ^4 理论,它不能实现规范真空自发破缺. 但利用文献[4]指出的 $N=2$ 有限理论一个除 $A^i=0$ 是极小点外,还存在许多连续的极小沟道存在. 我们取

$$\langle A^{15} \rangle = -\frac{1}{12}(c+5b), \tag{9}$$

$$\langle A^{29} \rangle = -\frac{1}{20}(c+5b), \tag{10}$$

$$\langle A^{35} \rangle = -\frac{1}{5} c \tag{11}$$

且 $3a+2b+c=0$, 其中 $a,b,c=0(10^{16}\text{GeV})$, 可以实现 $SU(6) \to SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times U(1)'$ 破缺. 为了进一步破缺多余 $U(1)'$, 可引入超对称破缺乏[2]. 当规范对称性自发破缺,同时使费米子获得质量. 物质场质量项由 Yakawa 耦合

$$g(A_iR_{ib}^{\sigma a}\chi_{2\sigma}^{ba}\chi_{3\sigma a\alpha}+\text{h.c}) \tag{12}$$

给出．其中 $\chi_{2\sigma}$ 和 $\chi_{3\sigma}$ 分别是超场 X_σ 和 Y_σ 的 Majorana 旋量．如果 X_σ 和 Y_σ 按方程(5)的 a) 式填充，我们可以在每对 $(15, \overline{15})$ 表示中填入一代轻子夸克和相应的镜像粒子，比如第一代可按下式填，

$$\begin{aligned}&X_{15}:\ \bar{u}\ \bar{u}\ \bar{u}\ u\ u\ u\ d\ d\ d\ e^+\ D\ D\ D\ E^+\ \nu_E,\\ &Y_{15}:\ U\ U\ U\ \overline{U}\ \overline{U}\ \overline{U}\ \overline{D}\ \overline{D}\ \overline{D}\ E^-\ \bar{d}\ \bar{d}\ \bar{d}\ e^-\ \bar{\nu}_e.\end{aligned} \tag{13}$$

第二、三代可做类似的填充．根据(12)式，一代轻子夸克及其镜像粒子将有下述质量项，

$$\begin{aligned}&g\{[2(p+q+r)\bar{u}U+2(-p+q+r)u\overline{U}+(p-3q+2r)d\overline{D}\\ &\quad+(-3p-3q+2r)e^+E^-+(p+q-4r)D\bar{d}\\ &\quad+(-3p+q+2r)E^+e^-\\ &\quad-4(q+r)\nu_E\bar{\nu}_e]+\text{h.c}\}\\ &=g\{4p(\bar{u}U+\overline{U}u)+2(-p+q+r)(\bar{d}D+\overline{D}d)\\ &\quad+(-6p-2q-2r)(e^+E^-+E^+e^-)-4(q+r)(\bar{\nu}_e\nu_E+\bar{\nu}_E\nu_e)\}.\end{aligned} \tag{14}$$

其中

$$p=\frac{\langle A_{15}\rangle}{\sqrt{6}}\qquad q=\frac{\langle A_{24}\rangle}{\sqrt{10}}\qquad r=\frac{\langle A_{35}\rangle}{\sqrt{15}}$$

从上式看到，没有 $\bar{u}u$、$\bar{d}d$……这类质量项，只有 $\bar{u}U$，$\bar{d}D$……这类质量项．这是因为 $N=2$ 超对称杨-米尔斯理论中，物质场的表示对规范群是实表示，因此，由存活假设[5]知，在规范对称破缺时，就会把夸克轻子及其镜像粒子结合成大质量．能不能运用文献[2]中保持理论有限性的超对称破缺项去抵消上述不受欢迎的质量项呢？下面将看到，这也是困难的．

A_{15}、A_{24} 和 A_{35} 的真空期待值由(9)(10)(11)式给出，这里有三个参数 a, b, c，它们要满足零迹条件，实际上独立参数只有两个，故可做适当调整．可令 $a=b+\varepsilon$，其中 ε 是小量，比如在 10^3 GeV 量级．则 $c=-5b-3\varepsilon$．利用这些关系，可把(14)式各项系数用 b 和 ε 表示出来(见表 1)．当然还有另一种调整方法，即令

$$c=a+\varepsilon=-\frac{b}{2}+\frac{3}{4}\varepsilon,$$

同样也可定出一组系数(见表 1)．我们希望能把各项系数都化为 $M+\Delta_i$ 的形式，其中 M 都是相同的，在 10^{16} GeV 量级，而 Δ_i 可以不同，在 10^3 GeV 量级．如果我们可以实现这一目的，就可以像 Parkes 等人那样，引入保持理有限性的超对称破缺项：

$$\begin{aligned}&-|m_1|^2A^iA_i-|\mu_\sigma|^2(x_{a\sigma}x_\sigma^a+y_{a\sigma}y_\sigma^a)+\frac{m_1}{4}\phi_i^a\phi_{ai}\\ &+\frac{1}{2}\mu_\sigma\chi_{2\sigma}^{aa}\chi_{3\sigma a\alpha}+m_1gA^iR_{ib}^{\sigma a}x_\sigma^by_{a\sigma}\\ &+\mu_\sigma g(\bar{x}_{a\sigma}A_iR_{ib}^{\sigma a}x_\sigma^b+y_{b\sigma}A_iR_{ia}^{\sigma b}\bar{y}_\sigma^a+\text{h.c}).\end{aligned} \tag{15}$$

因为要求 $\left.\dfrac{\partial V'}{\partial A_i}\right|_{\langle VEV\rangle}=0$，这里只有一个可调参数．但从表 1 看到，无论如何调节，即使是一代，也无法使它们同时获得小质量．其物理原因是 $N=2$ 超对称理论的物质场是规范场实表示．这里虽仅具体讨论了 $SU(6)$ $N=2$ 有限超对称 Yang-Mills 理论，但从

表 1

	$c=-5b+3\varepsilon$	$c=-\frac{b}{2}+\frac{3}{4}\varepsilon$
$\bar{u}U$ $\bar{U}u$	$\frac{\varepsilon}{\sqrt{10}}$	$\frac{-3b}{2\sqrt{6}}-\frac{\varepsilon}{4\sqrt{6}}$
$\bar{d}D$ $\bar{D}d$	$\frac{2b}{\sqrt{15}}+\left(\frac{3}{10\sqrt{10}}+\frac{6}{5\sqrt{15}}-\frac{1}{2\sqrt{6}}\right)\varepsilon$	$\left(\frac{3}{4\sqrt{6}}-\frac{9}{10\sqrt{10}}+\frac{1}{5\sqrt{15}}\right)b$ $+3\left(\frac{1}{24\sqrt{6}}-\frac{-1}{40\sqrt{10}}-\frac{1}{10\sqrt{15}}\right)\varepsilon$
e^+E^- E^+e^-	$\frac{-2b}{\sqrt{15}}-3\left(\frac{1}{4\sqrt{6}}+\frac{1}{20\sqrt{10}}+\frac{1}{5\sqrt{15}}\right)\varepsilon$	$\left(\frac{9}{4\sqrt{6}}+\frac{9}{10\sqrt{10}}-\frac{1}{5\sqrt{15}}\right)b$ $+3\left(\frac{1}{8\sqrt{6}}+\frac{1}{40\sqrt{10}}+\frac{1}{10\sqrt{15}}\right)\varepsilon$
$\bar{\nu}_e\nu_E$ $\bar{\nu}_E\nu_e$	$\frac{4b}{\sqrt{15}}+12\left(\frac{1}{20\sqrt{10}}+\frac{1}{5\sqrt{15}}\right)\varepsilon$	$\left(\frac{3}{2\sqrt{6}}+\frac{9}{5\sqrt{10}}-\frac{2}{5\sqrt{15}}\right)b$ $+3\left(\frac{1}{12\sqrt{6}}+\frac{1}{20\sqrt{10}}+\frac{1}{5\sqrt{15}}\right)\varepsilon$

上述分析中看到，这一困难对这一类模型是有一般性的．令人感兴趣的是[6] 寻找新的引起超对称和规范对称破缺机制来代替通常的 Higgs 破缺机制．

参 考 文 献

[1] P. Howe, K. Stelle and P. West, *Phys. Lett.*, **124**B (1983), 55.
[2] A. Parkes and P. West, *Phys. Lett.*, **127**B (1983), 353.
[3] Fang-xiao Dong, Tung-sheng Tu, Pei-yeu Xue and Xian-jian Zhou, *to be published in Phys. Lett.*, **B**
[4] P. Fayet, *Nucl. Phys.*, B**149** (1979), 137.
[5] H. Georgi, HUTP-79/AO13 (1979).
H. Georgi, *Nucl. Phys.*, B**156** (1979), 129.
R. Barbieri and D. V. Nanopoulos, Ref. TH. 2810—CERN (1980).
[6] D. Olive and P. West, *Nucl. Phys.*, B**217** (1983), 248.

A COMMENT ON GAUGE SYMMETRY BREAKING OF *N*=2 SUSY GUTS

DONG FANG-XIAO TU TUNG-SHENG ZHOU XIAN-JIAN XUE PEI-YOU

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinia)

ABSTRACT

The possibility of constructing a realistic SUSY GUT model by use of $N=2$ finite supersymmetric theory is discussed. We find that the spontaneous breaking of gauge symmetry and supersymmetry can be realized, but it is difficult to make the quarks and leptons to acquire small masses.