

偶偶变形核的集体激发能谱 (III)

——基带激发能的各种展开式

吴崇试 曾谨言

(北京大学物理系)

摘 要

根据前两篇文章中得到的变形核基带能级近似公式, 讨论了基带激发能的各种展开式. 在低角动量下, 得到了惯用的 $I(I+1)$ 展开式, 并估计了它的收敛范围. 可以证明, 此能级公式总可以展开为 ω_I 的幂级数, 从而解释了 ω_I 展开的收敛性优于 $I(I+1)$ 展开这一经验事实.

一、引 言

众所周知, 有两种描写变形核转动谱的方法. 一种是将激发能按角动量展开, 另一种则是按转动角频率展开.

A. Bohr 与 B. R. Mottelson^[1] 指出, 根据对称性的要求, 轴对称变形核的转动激发能量 E 应该是 $I(I+1)$ 的函数. 当 I 不大时, 可以展开为 $I(I+1)$ 的幂级数. 例如, 对于偶偶变形核的基带 ($K=0$),

$$E = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3 + DI^4(I+1)^4 + \dots \quad (1.1)$$

其中, 第一项表示纯刚性转子的转动能, 令

$$A = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}}, \quad (1.2)$$

\mathcal{I} 称为原子核的转动惯量; 第二项习惯上称为振动修正,

$$B < 0; \quad (1.3)$$

以后各项则可分别称为三级、四级、……修正项.

利用(1.1)式分析实验数据, 在低角动量范围只需要两项; 随着角动量的升高, 所要用的项数越来越多, 而且效果并不好. 换言之, 转动能按 $I(I+1)$ 展开的收敛性并不好.

A. Bohr 和 B. R. Mottelson^[1] 曾经估计, 对于 ^{172}Hf , 收敛范围大约是 $I \leq 10$.

针对上述困难, S. M. Harris^[2] 提出了另一种办法, 即将转动激发能 E 按转动角频率 ω_I 展开, 而得到

$$E = \alpha\omega_I^2 + \beta\omega_I^4 + \gamma\omega_I^6 + \delta\omega_I^8 + \dots \quad (1.4)$$

ic-
a-
nd
lds
%
sm.

当然,正如 B. R. Mottelson^[3] 指出的那样,转动角频率这一概念只适用于转动谱。

Ø. Saethre 等人^[4] 利用 (1.4) 式去分析了稀土区的实验数据,发现它的收敛性的确有明显的改进。这就是说,按 ω_I 展开和按 $I(I+1)$ 展开的收敛半径很不相同。但是,迄今为止,还没有弄清楚其原因所在。按 ω_I 展开的不足之处是转动角频率 ω_I 并不是一个实验上直接观测的物理量。所以,在角动量不太高时,人们还宁愿采用 $I(I+1)$ 的展开式。

在前两篇文章^[5,6] 中,我们已经给出了偶偶变形核基带能级的近似公式。它的形式简单,适用的角动量范围较大,对稀土区和锆系区内一系列偶偶核的计算结果,在回弯区以下,和实验相当符合。本文将对这个基带能级近似公式作进一步的讨论,由此导出基带激发能按角动量和按转动角频率的展开,进而弄清楚这两类展开式在收敛性上的差异。

二、转动谱按 $I(I+1)$ 展开的收敛范围

根据文献^[5,6],基带各能级的激发能可以近似地表为下列简单形式:

$$E_I^e = a \{ \sqrt{1 + bI(I+1)} - 1 \}. \quad (2.1)$$

容易看出,当 I 足够小时,就可以将 (2.1) 式展开为 $I(I+1)$ 的幂级数,即 (1.1) 式的形式。这种展开收敛的条件是

$$bI(I+1) < 1, \quad (2.2)$$

因此, $I(I+1)$ 展开的收敛半径可按下式简单地估计出:

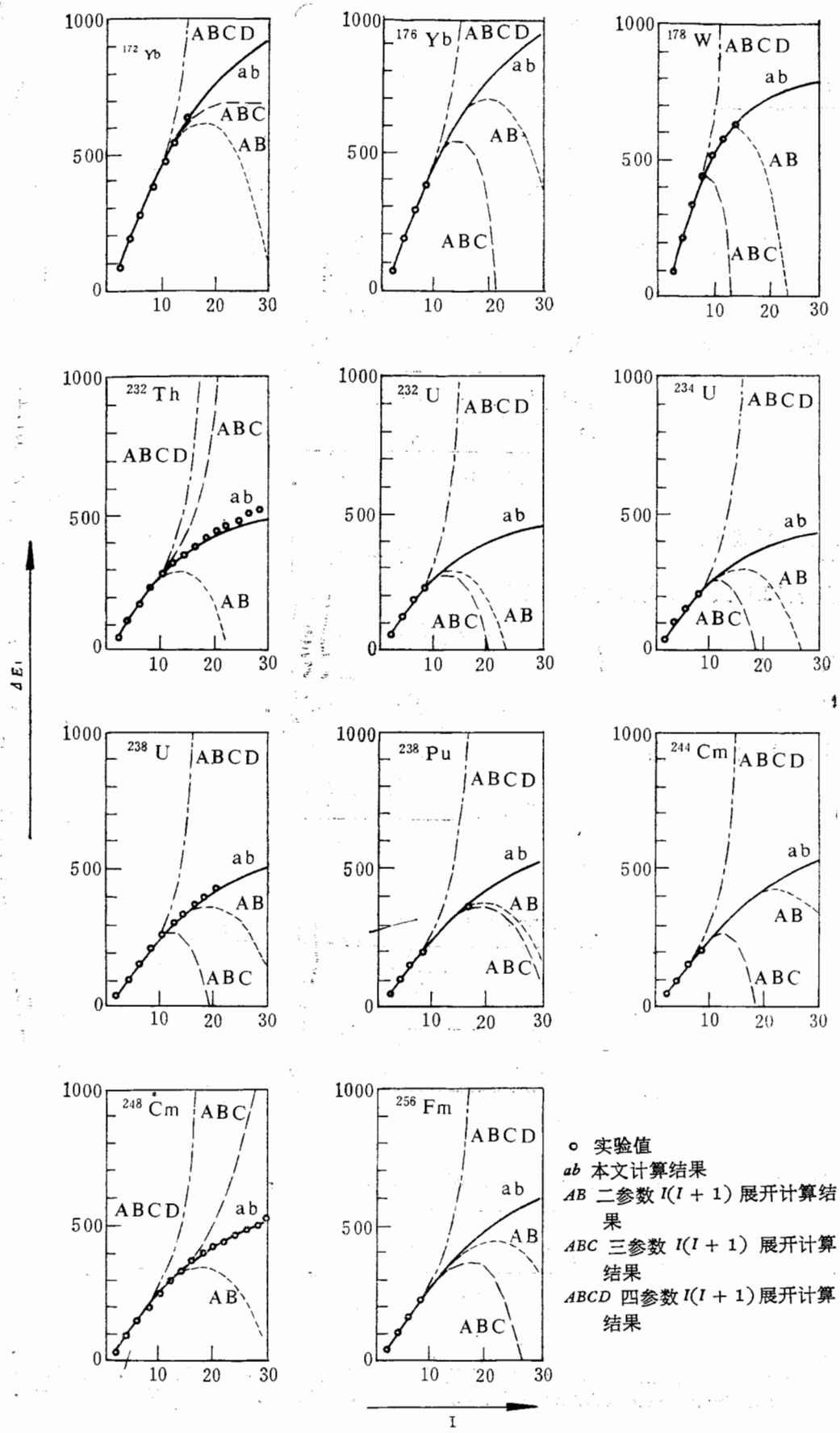
$$I < \sqrt{\frac{1}{b} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \approx \sqrt{\frac{1}{b}}. \quad (2.3)$$

随着 b 的增大,收敛半径将减小。对于稀土区大多数变形核,分析表明, $b \sim 0.01$, 所以,收敛半径 $I \sim 10$ 。

正是由于展开式 (1.1) 的收敛范围不大,通常利用此展开式分析实验数据时,往往要用较多的项才能得到较好的结果。这样涉及到的参数就较多。此外,分析表明, $I(I+1)$ 展开中高级修正项的系数 C, D, \dots 对能级位置非常敏感。当我们从 $I^\pi = 2^+, 4^+$ 和 6^+ 三条能级定出系数 A, B, C , 或者从 $I^\pi = 2^+, 4^+, 6^+$ 和 8^+ 四条能级定出 A, B, C, D , 这两种情况下定出的 C 就可能有相当大的差异,甚至还会发生改变正负号的不规则现象(例如 ^{172}Yb 和 ^{248}cm , 见附录中表 2)。更值得注意的是,某些核的三参数或四参数展开计算得的能谱,竟然比二参数展开时还差。从这些核的 $\Delta E_I - I$ 图就可以看出这一点(见图 1)。

与此相反,我们的基带能级近似公式(2.1)式,是一个闭合的简单函数形式,根本不存在收敛性的问题。这个公式中只含有两个参数,然而利用这个公式计算出的基带能级,可以在回弯区以下相当符合实验。

1) 形
 2)
 3)
 以,
 主要
 1) 16⁺
 , 这
 (例
 章得
)
 不存
 ; 可



○ 实验值
 ab 本文计算结果
 AB 二参数 $I(I+1)$ 展开计算结果
 ABC 三参数 $I(I+1)$ 展开计算结果
 ABCD 四参数 $I(I+1)$ 展开计算结果

图1 展开系数出现异常时的 $\Delta E_I - I$ 图. $\Delta E_I \equiv E_I - E_{I-2}$ (单位: keV)

三、转动谱按转动角频率的展开¹⁾

设轴对称(对称轴取为 x 轴)变形核绕 x 轴以角频率 ω_I 转动, 则 ω_I 定义为^[7]

$$\omega_I = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dI_x}, \quad (3.1)$$

其中 I_x 是原子核总角动量在 x 轴(转动轴)上的分量^[7],

$$\begin{aligned} I_x &= \sqrt{\left(I + \frac{1}{2}\right)^2 - K^2} \\ &= \sqrt{I(I+1) - \left(K^2 - \frac{1}{4}\right)}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

为了方便起见, 令

$$\xi^2 = I(I+1), \quad (3.3)$$

于是, (2.1) 式及 (3.2) 式可分别表为

$$E = a \left\{ \sqrt{1 + b\xi^2} - 1 \right\} \quad (3.4)$$

及

$$I_x = \sqrt{\xi^2 - \left(K^2 - \frac{1}{4}\right)}. \quad (3.5)$$

由此, 我们不难求出

$$\frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b} = \frac{\xi^2 - \left(K^2 - \frac{1}{4}\right)}{\xi^2 + \frac{1}{b}}, \quad (3.6)$$

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2 \omega_I^2 + a^2 b^2 \left(K^2 - \frac{1}{4}\right)}{a^2 b^2 \left(1 - \frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b}\right)} \simeq \frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b^2} \left(1 - \frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b}\right)^{-1}, \quad (3.7)$$

$$I_x = \frac{\hbar \omega_I}{ab} \sqrt{\frac{1 - \left(K^2 - \frac{1}{4}\right)b}{1 - \frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b}}} \simeq \frac{\hbar \omega_I}{ab} \left(1 - \frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b}\right)^{-1/2}. \quad (3.8)$$

将 (3.7) 式代入 (3.4) 式, 就可以把转动能表示成 ω_I 的函数,

$$E(\omega_I) = a \left\{ \sqrt{\frac{1 - \left(K^2 - \frac{1}{4}\right)b}{1 - \frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b}}} - 1 \right\} \simeq a \left\{ \left(1 - \frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b}\right)^{-1/2} - 1 \right\}. \quad (3.9)$$

1) 本节的讨论并不限于基带. 实际分析表明^[8], 对于偶偶变形核的激发带, 能级近似公式 (2.1) 仍然适用, 只是要再增加一个常数项, 用以决定带首位置. 不同带的参数 a, b 也不相同. 因此本节的讨论中未取 $K=0$.

值得指出的是,由(3.6)式可以看出,在转动谱公式(2.1)式成立的条件下,恒有

$$\frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b} < 1. \quad (3.10)$$

因此, $E(\omega_I)$ 总可以按 ω_I^2 作幂级数展开. 这就说明了为什么转动谱的 ω_I^2 展开的收敛性要比 $I(I+1)$ 展开好得多. 前者对一切许可的 ω_I^2 值(即一切 I 值)都收敛,而后的收敛范围是 $bI(I+1) < 1$, 要比(3.10)式狭窄,它只相当于

$$\frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b} < \frac{1}{2}. \quad (3.11)$$

我们得到的(3.9)式是 ω_I^2 的有限表达式,因而不存在收敛性的问题. 而如果用有限几项(常用的有两项、三项或四项)的多项式逼近,则总和它或多或少地存在着差距. 事实上,正如前面提到过的, Ø. Saethre 等人^[4]曾应用 Harris 公式分析过稀土核的转动谱. 他们指出,由两个或三个参数的 Harris 展开计算得的能谱和实验值有较大的偏离,而四个参数时则有比较明显的改进. 实际计算表明,我们的二参数能级公式和四参数的 Harris 公式计算得的结果非常接近. 而且,一般说来,我们的结果还要略好一些. 作为一个实例,表1中列出了 Hf 各同位素的计算结果.

考虑到我们的公式(3.9)式中只含有两个参数,却能得到和四个参数的 Harris 展开相近甚至更好的结果,因此,在分析实验数据时,(3.9)式是有用的. 至于二参数的 Harris 展开,现在不少人仍用它分析高自旋态. 但由于即使在回弯区以下,它给出的基带能级和实验存在相当的差距,因此,对于它所给出的结论是应当慎重对待的.

还要顺便指出,由(3.6)式可以看出,就一个带而言, ω_I 具有一个确定的上界,即 $(\hbar^2 \omega_I^2)_{\max} = a^2 b$. 实际上,从(2.1)式还可得到,当 $I \gg 1$ 时,

$$E = a \sqrt{b} \left(I + \frac{1}{2} \right) - a + \frac{a}{2\sqrt{b}} \frac{1 - \frac{b}{4}}{I + \frac{1}{2}} + \dots \quad (3.12)$$

因此,随着 I 的增大,相邻能级的间距有一上界,即 $2(\hbar \omega_I)_{\max}$. 现有实验数据看来与此并不矛盾.

我们的公式(3.9)还可以用于高自旋态的研究. 这时,像通常那样,在以角频率 ω_I 绕 x 轴旋转的参照系中,定义原子核的罗斯量 (routhian, 相当于旋转坐标系中的哈密顿量) 为^[7]

$$H' = H_{\text{coll}} - \hbar \omega_I I_x, \quad (3.13)$$

代入(3.8)和(3.9)式,就可以得到 H' 的本征值

$$\begin{aligned} E'(\omega_I) &= E(\omega_I) - \hbar \omega_I I_x = a \left\{ \left[1 + \left(K^2 - \frac{1}{4} \right) b \right] \left[1 - \frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b} \right] \right\}^{1/2} - a \\ &\simeq a \left\{ \left[1 - \frac{\hbar^2 \omega_I^2}{a^2 b} \right]^{1/2} - 1 \right\}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

而原子核的顺排角动量 I_x 则由(3.8)式给出. 一旦从较低能级确定出参数 a, b , 我们就可以由(3.14)及(3.6)式确定纯基带能级的位置,从而为研究回弯区中激发带的性质提供比较确切的参照谱. 而根据(3.8)式,可以确定基带和激发带的顺排角动量,因而有助于

表1 Hf核的基带能级

I	基带各能级的激发能 E_I (keV)																			
	^{148}Hf		^{150}Hf		^{152}Hf		^{154}Hf		^{156}Hf		^{158}Hf		^{160}Hf							
	实验值 ¹⁾	计算值 ¹⁾	实验值 ¹⁾	计算值 ¹⁾	实验值 ¹⁾	计算值 ¹⁾	实验值 ¹⁾	计算值 ¹⁾	实验值 ¹⁾	计算值 ¹⁾	实验值 ¹⁾	计算值 ¹⁾	实验值 ¹⁾	计算值 ¹⁾						
2	123.8	122.2	123.9	100.3	99.8	100.3	95.26	95.0	95.17	91.0	91.0	88.35	88.37	88.35	93.2	93.18	93.33	93.3	93.31	
4	385.3	388.7	385.3	321.2	322.4	321.2	309.33	310.0	309.17	297.5	297.6	297.46	290.18	290.6	290.15	306.6	306.63	308.58	308.55	
6	765.5	766.3	755.8	641.6	647.8	641.8	628.14	631.0	628.17	608.2	608.1	608.23	597.0	598.1	596.85	632.2	631.7	641.89	641.0	640.82
8	1213.1	1223.1	1212.6	1041.8	1053.8	1041.9	1034.19	1040.9	1037.17	1009.6	1007.6	1009.56	998.0	999.3	997.85	1058.6	1056.6	1084.07	1082.4	1083.99
10	1735.1	1734.8	1734.3	1503.8	1520.6	1503.9	1518.1	1522.8	1520.87	1485.9	1480.6	1485.96	1481.3	1481.6	1481.15	1571.0	1568.4	1623.8	1630.39	
12	2304.9	2284.5	2303.9	2014.5	2032.7	2014.2	2061.7	2061.8	2064.87	2020.5	2013.3	2022.46	2034.9	2032.5	2034.05	2150.7	2154.0	2255.4	2269.89	
14	2856.5	2861.0	2909.8	2565.1	2578.6	2562.7	2650.4	2645.7	2657.17	2597.5	2593.7	2606.66	2640.7	2640.7	2644.65	2802.2	2802.2	2967.4	2967.4	
16	3456.7	3544.4	3149.5	3149.8	3142.4	3272.7	3264.9	3288.57	3208.9	3212.4	3229.26	3296.5	3302.75	3302.1	3302.1	3502.1	3502.1	3749.6	3749.6	
18	4066.6	4202.6	3763.6	3740.4	3748.1	3920	3911.9	3952.27	3857.3	3861.7	3883.36	3991.7	4000.45	4000.45	4245.2	4245.2	4593.8	4593.8		
20	4687.1			4345.8	4376	4577	4581.2	4643.27	4550.8	4536.0		4719.4			5024.2	5024.2	5491.9	5491.9		
$\Delta^2)$		10.5	31.3		13.0	7.7		5.5	31.0		6.6	15.4		1.3	2.3	2.6		1.2		

1) I 为本文计算值, 所用参数为: ^{148}Hf : $a = 2705\text{keV}$, $b = 0.0154$; ^{150}Hf : $a = 3444\text{keV}$, $b = 0.0098$; ^{152}Hf : $a = 4919\text{keV}$, $b = 0.0065$; ^{154}Hf : $a = 5459\text{keV}$, $b = 0.0056$; ^{156}Hf : $a = 7408\text{keV}$, $b = 0.0040$; ^{158}Hf : $a = 8220\text{keV}$, $b = 0.0038$; ^{160}Hf : $a = 14188\text{keV}$, $b = 0.0022$.

II 为 ϕ . Saetjre 等人的计算值, 取自文献[4].

2) Δ 为计算值与实验值间的平均根偏差, $\Delta = \sqrt{\frac{1}{N-n} \sum |E_i(\text{calc}) - E_i(\text{exp})|^2}$; N 为可资比较的能级系数, n 为参数个数.

表 2 变形核基带激发能的 $I(I+1)$ 展开系数(单位: keV) 它们都是从基带的最低几条能级定出的

原子核	一个参数		两个参数			三个参数			四个参数			
	A	A	$-B \times 10^3$	A	$-B \times 10^3$	$C \times 10^6$	A	$-B \times 10^3$	$C \times 10^6$	$-D \times 10^9$		
¹⁵² Nd	12.6500	12.9157	44.286	13.0007	62.701	708.27	13.0452	73.389	1307.9	8818.3		
¹⁵⁴ Nd	12.1333	12.2933	26.667	12.3280	34.186	289.20	12.3357	36.040	393.25	1530.1		
¹⁵⁶ Sm	13.6650	13.8021	22.857	13.8199	26.711	148.21	13.8259	28.147	228.80	1185.2		
¹⁵⁶ Sm	12.6667	12.7359	11.548	12.7481	14.174	101.01	12.7509	14.824	138.49	551.15		
¹⁵⁸ Sm	12.1333	12.1840	8.4524	12.1901	9.7655	50.505	12.1911	9.9967	63.478	190.78		
¹⁵⁶ Gd	14.8275	15.0068	29.886	15.0326	35.476	215.01	15.0419	37.705	340.07	1839.1		
¹⁵⁸ Gd	13.2517	13.3287	12.833	13.3351	14.236	53.932	13.3365	14.573	72.855	278.27		
¹⁶⁰ Gd	12.5433	12.6005	9.5238	12.6062	10.759	47.499	12.6073	11.020	62.175	215.83		
¹⁵⁸ Dy	16.4900	16.7587	44.786	16.8056	54.952	390.99	16.8240	59.378	639.34	3652.2		
¹⁶⁰ Dy	14.4647	14.5819	19.537	14.5935	22.057	96.916	14.5972	22.934	146.13	723.70		
¹⁶² Dy	13.4433	13.5119	11.435	13.5163	12.371	36.015	13.5171	12.564	46.863	159.52		
¹⁶⁴ Dy	12.2320	12.2836	8.6071	12.2858	9.0683	17.737	12.2861	9.1526	22.467	69.568		
¹⁶² Er	17.0133	17.2413	37.988	17.2760	45.521	289.74	17.2891	48.667	466.20	2595.0		
¹⁶⁴ Er	15.2167	15.3224	17.619	15.3290	19.057	55.315	15.3297	19.228	64.881	140.68		
¹⁶⁶ Er	13.4290	13.5061	12.857	13.5093	13.531	25.914	13.5099	13.697	35.218	136.82		
¹⁶⁸ Er	13.3000	13.3410	6.8536	13.3429	7.2363	14.719	13.3432	7.3026	18.442	54.749		
¹⁷⁰ Er	13.0983	13.1383	6.6667	13.1421	7.4874	31.566	13.1463	8.5010	88.438	836.35		
¹⁶⁴ Yb	20.5500	21.0943	90.714	21.2182	117.57	1032.9	21.2728	130.69	1769.3	10828		
¹⁶⁶ Yb	17.0633	17.2940	8.5987	17.3282	45.862	284.99	17.3408	48.801	449.90	2425.0		
¹⁶⁸ Yb	14.6217	14.7477	21.012	14.7584	23.326	88.985	14.7617	24.118	133.47	654.25		
¹⁷⁰ Yb	14.0500	14.1293	13.214	14.1397	15.465	86.580	14.1446	16.659	153.54	984.74		
¹⁷² Yb	13.1167	13.1602	7.2619	13.1605	7.3244	2.4050	13.1595	7.0769	-11.485	-204.27		
¹⁷⁴ Yb	12.7467	12.7855	6.4655	12.7871	6.8131	13.327	12.7876	6.9505	21.080	113.35		
¹⁷⁶ Yb	13.6883	13.7262	6.3095	13.7245	5.9422	-14.129	13.7228	5.5311	-37.193	339.17		
¹⁶⁸ Hf	20.6333	21.2133	97.738	21.3882	134.22	1403.3	21.4934	159.54	2823.4	20884		
¹⁷⁰ Hf	16.7167	16.9981	46.905	17.0357	55.049	313.25	17.0468	57.717	462.90	2200.7		
¹⁷² Hf	15.8767	16.0525	29.298	16.0727	33.689	168.89	16.0805	35.559	273.84	1543.4		
¹⁷⁴ Hf	15.1667	15.2923	20.940	15.3030	23.263	89.346	15.3066	24.125	137.67	710.71		
¹⁷⁶ Hf	14.7250	14.8176	15.429	14.8243	16.896	56.457	14.8263	17.360	82.456	382.33		
¹⁷⁸ Hf	15.5283	15.6161	14.131	15.6179	15.167	39.863	15.6194	15.530	60.227	299.47		

续表 2

原子核	一个参数	两个参数		三个参数			四个参数			
	A	A	$-B \times 10^3$	A	$-B \times 10^3$	$C \times 10^6$	A	$-B \times 10^3$	$C \times 10^6$	$-D \times 10^9$
^{180}Hf	15.5553	15.6094	9.0131	15.6137	9.9462	35.889	15.6150	10.265	53.794	263.32
^{182}Hf	16.3000	16.3814	13.571	16.3894	15.307	66.739	16.3918	15.879	98.844	472.14
^{174}W	18.8333	19.2676	72.381	19.3554	91.406	731.72	19.3921	100.23	1226.7	7278.6
^{176}W	18.1833	18.4912	51.310	18.5431	62.549	432.30	18.5624	67.601	715.74	4168.3
^{178}W	17.3333	17.4333	16.667	17.4124	12.133	-174.36	17.3945	7.8357	-415.48	-3545.8
^{180}W	17.2667	17.4324	27.619	17.4506	31.574	152.12	17.4583	33.429	256.16	1530.1
^{182}W	16.6843	16.7757	15.227	16.7857	17.402	83.628	16.7892	18.232	130.19	684.77
^{184}W	18.5333	18.6762	23.810	18.6971	28.343	174.36	18.7055	30.361	287.58	1464.6
^{186}W	20.3833	20.6233	39.988	20.6696	50.018	385.76	20.6865	54.089	614.17	3358.9
^{180}Os	21.9667	22.6381	111.90	22.7856	143.87	1229.6	22.8517	159.76	2120.8	13106
^{182}Os	21.1500	21.6386	81.429	21.7415	103.72	857.38	21.7911	115.23	1503.3	9498.6
^{184}Os	19.9667	20.3002	55.583	20.3709	70.913	589.59	20.4010	78.148	995.55	5970.1
^{186}Os	22.8667	23.3602	82.263	23.4814	108.51	1009.5	23.5378	122.07	1770.3	11189
^{228}Ra	10.6383	10.8114	28.845	10.8420	35.469	254.75				
^{228}Th	9.6167	9.7327	19.333	9.7450	22.016	103.17	9.7503	23.279	174.04	1041.8
^{230}Th	8.8667	8.9364	11.619	8.9442	13.314	65.176	8.9492	14.506	132.06	983.58
^{232}Th	8.2282	8.2805	8.7262	8.2831	9.2819	21.374	8.2826	9.1745	15.346	-88.646
^{232}U	7.9367	7.9826	7.6548	7.9820	7.5250	-4.9904	7.9774	6.4184	-67.078	-913.05
^{234}U	7.2333	7.2648	5.2381	7.2634	4.9411	-11.424	7.2613	4.4483	-39.074	-406.62
^{236}U	7.5403	7.5689	4.7560	7.5699	4.9364	8.4776	7.5700	5.0007	9.8405	200.42
^{238}U	7.4500	7.4714	3.5714	7.4696	3.1806	-15.031	7.4681	2.8069	-35.998	-308.33
^{238}Pu	7.3467	7.3671	3.4048	7.3671	3.3954	-0.3608	7.3662	3.1814	-12.364	-176.52
^{240}Pu	7.1375	7.1603	3.8000	7.1613	4.0225	-8.5558	7.1616	4.0807	11.827	48.100
^{242}Pu	7.4233	7.4505	4.5238	7.4539	5.2742	28.860	7.4556	5.6852	51.923	339.17
^{242}Cm	7.0233	7.0905	9.5238	7.1013	11.869	90.188				
^{244}Cm	7.1500	7.1650	2.5000	7.1631	2.0936	-15.633	7.1611	1.6124	-42.627	-396.98
^{246}Cm	7.1450	7.1643	2.3143	7.1653	3.4253	8.1169	7.1661	3.6168	18.862	158.02
^{248}Cm	7.2333	7.2562	3.8095	7.2568	3.9346	4.8100	7.2559	3.7361	-6.3286	-163.80
^{250}Cf	7.1202	7.1314	1.8655	7.1314	1.8683	0.1082				
^{256}Fm	8.0167	8.0345	2.9762	8.0342	2.8980	-3.0063	8.0334	2.7042	-13.883	-159.95

表 3 变形核基带激发能 $I(I+1)$ 展开系数间的某些比值

原子核	$\frac{AC}{B^2}$		$\frac{A^2 D}{B^3}$		$24\frac{AC}{B^2} - \frac{A^2 D}{B^3}$	
	I	II	I	II	I	II
^{152}Nd	3.168		3.797		34.219	
^{154}Nd	3.735		4.974		39.846	
^{154}Sm	3.993		10.159		37.757	
^{156}Sm	8.015		27.409		68.771	
^{158}Sm	7.749		28.401		64.587	
^{156}Gd	3.598	5.926	7.763	53.476	35.413	88.749
^{158}Gd	4.575	13.072	15.989	232.337	38.911	81.389
^{160}Gd	6.455		25.627		51.833	
^{158}Dy	3.051	5.818	4.938	50.522	31.674	89.110
^{160}Dy	4.056	5.872	12.784	58.768	35.888	82.164
^{162}Dy	4.013	4.900	14.696	43.943	33.460	73.667
^{164}Dy	3.295	3.227	13.709		25.831	
^{162}Er	3.403	5.746	6.730	51.276	34.106	86.628
^{164}Er	2.690	4.612	4.651	37.591	27.629	73.099
^{166}Er	2.536	3.478	9.719	39.798	20.713	43.678
^{168}Er	4.607	5.061	25.018	49.046	30.266	72.422
^{170}Er	16.093		235.626		-42.510	
^{164}Yb	2.204	5.386	2.195	43.216	24.253	86.048
^{166}Yb	3.276	5.404	6.274	45.747	33.038	83.950
^{168}Yb	3.388	5.224	10.163	54.154	30.493	71.218
^{170}Yb	7.826	5.422	42.607	56.154	51.305	73.973
^{172}Yb	-3.021	7.835	-99.506	131.067	63.254	56.966
^{174}Yb	5.586	-2.750	55.056	-303.523	11.976	237.525
^{176}Yb	-16.524	14.711	-377.340	308.902	179.052	44.168
^{168}Hf	2.384	5.278	2.376	41.489	26.232	85.523
^{170}Hf	2.369	4.612	3.326	35.972	25.102	74.716
^{172}Hf	3.482	5.278	8.876	46.664	32.908	80.007
^{174}Hf	3.621	5.386	11.860	55.830	31.592	73.431
^{176}Hf	4.056	5.242	16.067	52.751	32.605	73.065
^{178}Hf	3.899	5.926	19.504	80.669	27.284	61.553
^{180}Hf	7.975	8.411	59.377	115.489	36.323	86.364

续表 3

原子核	$\frac{AC}{B^2}$		$\frac{A^2 D}{B^3}$		$24 \frac{AC}{B^2} - \frac{A^2 D}{B^3}$	
	I	II	I	II	I	II
^{182}Hf	6.429		31.686		45.462	
^{174}W	2.368	4.594	2.718	33.944	25.698	76.312
^{176}W	2.907	6.034	4.649	55.660	30.235	89.160
^{178}W	-117.665	5.836	-2230.263	76.040	818.283	64.025
^{180}W	4.002	7.060	12.485	83.400	35.539	86.043
^{182}W	6.577	7.654	31.839	85.480	47.085	98.209
^{184}W	5.837		18.311		51.733	
^{186}W	4.342		9.083		43.021	
^{180}Os	1.899	5.836	1.678	49.079	21.110	90.985
^{182}Os	2.503	6.682	2.948	60.697	27.088	99.671
^{184}Os	3.326	6.664	5.206	60.905	34.706	99.031
^{186}Os	2.796	6.304	3.408	54.927	30.144	96.368
^{228}Ra						
^{228}Th	3.131		7.851		29.721	
^{250}Th	5.617		25.806		41.598	
^{232}Th	1.510		-7.876		25.996	
^{232}U	-12.957		-219.683		26.199	
^{234}U	-14.349		-243.435		71.247	
^{236}U	2.982		91.931		-56.147	
^{238}U	-34.184		-777.514		367.306	
^{238}Pu	-8.973		-297.320		189.644	
^{240}Pu	5.080		36.303		24.657	
^{242}Pu	11.986		102.691		41.141	
^{242}Cm						
^{244}Cm	-117.416		-4862.810		3453.008	
^{246}Cm	10.322		172.273		-48.409	
^{248}Cm	-3.291		-164.781		125.289	
^{250}Cf						
^{256}Fm	-15.292		-522.598		339.094	

I: 根据实验能级定出的展开系数(表2)计算.

II: 由 Saethre 等人^[4]给出的四参数 ω_j^2 展开系数计算.

了解这些带的内部结构。

附 录

我们根据变形核的实验能级定出了转动能的 $I(I+1)$ 展开系数。选用的最低几条能级的数目和参数的个数相同。结果见表 2。

另一方面,从转动能的 ω_i^2 展开也可以反推出 $I(I+1)$ 展开,从而建立起这两种展开系数之间的联系^[1]。当采用两个参数的 Harris 展开时,展开系数 A, B, C, D, \dots 中当然也只有两个是独立的,换言之,系数 C, D, \dots 均应由 A, B 决定,即

$$\frac{AC}{B^2} = \frac{\frac{C}{A}}{\left(\frac{B}{A}\right)^2} = 4, \quad (A1)$$

$$\frac{A^2D}{B^3} = \frac{\frac{D}{A}}{\left(\frac{B}{A}\right)^3} = 24. \quad (A2)$$

而三个参数的 Harris 展开则给出

$$12\frac{AC}{B^2} - \frac{A^2D}{B^3} = 12\frac{\frac{C}{A}}{\left(\frac{B}{A}\right)^2} - \frac{\frac{D}{A}}{\left(\frac{B}{A}\right)^3} = 24. \quad (A3)$$

但是,由实验能级定出的参数 A, B, C, D 看来并不满足这几个关系式(见表 3)。其原因是多方面的。首先,也是最主要的,既然我们知道两个或三个参数的 Harris 展开并不能给出满意的基带能谱^[4],当然也就没有理由认为 (A1)、(A2) 或 (A3) 式能够很好地成立。其次,参数 C, D 的数值对于能级的位置相当敏感,因此,能级实验值的不大的误差就可以显著改变 C, D 的数值,从而影响到它们之间相互关系的准确性。最后,当采用有限项的 $I(I+1)$ 展开时,从实验能级定出的参数值实际上是重正化了的数值。这种重正化的效应对于参数 C, D, \dots 可能相当明显,这从三参数和四参数展开时 C 的变化可以看出(参见表 2)。

参 考 文 献

- [1] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, vol. II (Benjamin, New York, 1975).
- [2] S. M. Harris, *Phys. Rev. Lett.*, **13**(1964), 663; *Phys. Rev.*, **138** (1965), B509.
- [3] B. R. Mottelson, Proc. Intern. Conf. on High Spin Phenomena in Nuclei, Argonne, 1979, ANL/PHY-79-4, p. 1.
- [4] Ø. Saethre, S. A. Hjorth, A. Johnson, S. Jagars, H. Ryde and Z. Szymanski, *Nucl. Phys.*, **A207** (1973), 486.
- [5] 吴崇试、曾谨言,高能物理与核物理,将发表.
- [6] 吴崇试、曾谨言,高能物理与核物理,将发表.
- [7] R. Bengtsson and S. Frauendorf, *Nucl. Phys.*, **A327** (1979), 139.
- [8] 吴崇试、曾谨言,未发表.
- [9] L. R. Greenwood, *Nuclear Data Sheets*, **11**(1974), 385.
- [10] M. R. Schmorak and R. L. Auble, *Nuclear Data Sheets*, **15**(1975), 371.

- [11] L. R. Greenwood, *Nuclear Data Sheets*, **15**(1975), 497.
P. M. Walker, G. D. Dracoulis, A. Johntson and J. R. Leigh, *Nucl. Phys.*, **A293** (1977), 481.
- [12] M. M. Minor, *Nuclear Data Sheets*, **10**(1973), 515.
- [13] D. J. Horen and B. Harmatz, *Nuclear Data Sheets*, **19**(1976), 383.
- [14] L. R. Greenwood, *Nuclear Data Sheets*, **13**(1974), 549.
T. L. Khoo and G. Løvholden, *Phys. Lett.*, **67B** (1977), 271.
- [15] L. R. Greenwood, *Nuclear Data Sheets*, **15**(1975), 559.

**COLLECTIVE EXCITATION SPECTRA IN EVEN-EVEN
DEFORMED NUCLEI III.
—VARIOUS EXPANSIONS OF EXCITATION ENERGY
OF GROUND BAND**

WU CHONG-SHI ZENG JIN-YAN
(*Department of Physics, Peking University*)

ABSTRACT

The expansions of the excitation energy of the ground band in even-even deformed nucleus are discussed in the framework of our expression deduced in the previous papers. The conventional $I(I + 1)$ -expansion which is applicable to the region of low angular momenta is obtained and its radius of convergence is estimated. It can be proved that the ω_r -expansion is always convergent and hence the empirical fact that the ω_r -expansion converges better than the $I(I + 1)$ -expansion is explained satisfactorily.