

定域规范不变的平均场方法讨论格点上的 Yang-Mills-Higgs 场耦合系统

薛社生 冼鼎昌

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文将定域规范不变的平均场方法由分立的阿贝尔群情况推广至非阿贝尔连续群情况, 计算了 $SU(2)$ Yang-Mills 场和 Higgs 场耦合系统的相图。

一、引 言

格点规范理论中, 简单的平均场方法是选择诸如链变量等的平均值, $\langle U \rangle$ 、 $\langle U(u) \cdot U(x) \rangle$ 为序参数, 讨论格点规范场系统的相变问题, 得到较好的结果^[1]。但这样的平均场方法明显地和 Elitzur 定理^[2]相矛盾。Elitzur 定理说: 在格点规范理论中, 非定域规范不变的物理量的平均值为零。由于 U 是定域规范变换下可变的, 由 Elitzur 定理, $\langle U \rangle$ 恒为零, 不能作为序参数。然而, 平均场所得的结果在一些情况下又是如此之好, 以致人们相信理论本身一定存在某种更好的方案来解决这一矛盾。[3—5]曾经提出了不同的解决这一问题的路径。在文[5]中提出的方法是通过适当的场量变换, 使格点规范理论中的平均场方法具有明显的定域规范不变的形式, 并且建立一套图形规则表示平均场方法的各级近似。在本文中, 我们进一步把这个方法推广至连续的非阿贝尔规范群的情况。具体讨论了 $SU(2)$ Yang-Mills 场和 Higgs 场耦合系统的相图。

二、作用量及定域不变性

考虑如下 $SU(N)$ 规范场及其伴随表示的 Higgs 场相互耦合系统的作用量。

$$S = \frac{\beta}{N} \sum_p \text{tr} U_p + \frac{h}{N} \sum_{r, \mu} \text{tr} [B^+(r) U_\mu(r) B(r + \mu)] + S_0 + \text{h.c.} \quad (2.1)$$

其中, $B(r) = e^{i\alpha T^a \phi_a(r)}$, $\phi = \{\phi_a\}$ 为有限模 Higgs 场。 T^a 为 $SU(N)$ 群基础表示的生成元。 $B(r)$, $U_\mu(r)$ 分别定义在格点和链上, 按 $SU(N)$ 群的基础表示变换。 ϕ 按其伴随表示变换。 h 为 Higgs 场的模方。 S_0 为外源项:

$$S_0 = \sum_{r,\mu} \text{tr}[U_\mu(r)J_\mu(r)] + \sum_r \text{tr}[J(r)B(r)] \quad (2.2)$$

其中, $J_\mu(r)$, $J(r)$ 分别是定义在链上和格点上的外源. 在定域规范变换下

$$\begin{aligned} U'_\mu(r) &= g(r)U_\mu(r)g^+(r+\mu) \\ B'(r) &= g(r)B(r) \end{aligned} \quad (2.3)$$

(2.1)式除 S_0 外是不变的. 如同通常的做法, S_0 中的外源在计算终了时令之为零.

在作用量 (2.1) 中, 纯规范场的 Wilson 项在连续极限下的形式是为我们所熟知的:

$$\frac{\beta}{N} \sum_p \text{tr}U_p + \text{h.c.} \xrightarrow{a \rightarrow 0} - \int d^4x \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a \quad (2.4)$$

不难证明, 含 Higgs 场部分的连续极限为:

$$- \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 + \frac{1}{2} g f^{\alpha\beta\gamma} (\partial_\mu \phi^\alpha) \phi^\beta A_\mu^\gamma \right\} \quad (2.5)$$

式中 $f^{\alpha\beta\gamma}$ 是 $SU(N)$ 群的结构常数, $\sqrt{\hbar}$ 已吸收到 Higgs 场的定义中: $\phi \rightarrow \sqrt{\hbar} \phi$.

对于 $SU(2)$ 规范群的情况, $f^{\alpha\beta\gamma} = 2\epsilon^{\alpha\beta\gamma}$. 这部分作用量的连续极限为:

$$- \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 + g (\partial_\mu \phi \times \phi) \cdot \mathbf{A}_\mu(x) \right\} \quad (2.6)$$

现在, 我们通过适当的场量变换, 使理论和方法具有明显的定域规范不变性形式. 在每一个格点上引入场量 $K(r)$, 它在规范变换下, 按 $SU(N)$ 群的基础表示变换:

$$K(r) \rightarrow K'(r) = g(r)K(r) \quad (2.7)$$

重新定义链上的规范场变量和格点上的 Higgs 场变量如下:

$$\begin{cases} \tilde{U}_\mu(r) = K^+(r)U_\mu(r)K(r+\mu) \\ \tilde{B}(r) = K^+(r)B(r) \end{cases} \quad (2.8)$$

容易验明, 在定域规范变换 (2.3)、(2.7) 下, $\tilde{U}_\mu(r)$, $\tilde{B}(r)$ 是不变的. 体系的作用量 S 可以改写为以 \tilde{U}_μ 、 \tilde{B} 表示出的形式:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \tilde{\beta} \sum_p \text{tr}\tilde{U}_p + \tilde{\hbar} \sum_{r,\mu} \text{tr}[\tilde{B}^+(r)\tilde{U}_\mu(r)\tilde{B}(r+\mu)] + \tilde{S}_0 + \text{h.c.} \\ \tilde{S}_0 &= \sum_{r,\mu} \text{tr}[\tilde{J}_\mu(r)\tilde{U}_\mu(r)] + \sum_r \text{tr}[\tilde{J}(r)\tilde{B}(r)] \end{aligned} \quad (2.9)$$

这里, $\tilde{\beta} = \frac{\beta}{N}$, $\tilde{\hbar} = \frac{\hbar}{N}$. $\tilde{J}_\mu(r)$ 、 $\tilde{J}(r)$ 为场量变换后新的外源项.

由 \tilde{S} 写出的配分函数 $\tilde{Z} = \int \mathcal{D}\tilde{U}\mathcal{D}\tilde{B}e^{\tilde{S}}$ 与作变换 (2.8) 式之前的作用量 S 写出的配分函数 $Z = \int \mathcal{D}U\mathcal{D}B e^S$ 仅差一个不影响统计性质的雅可比行列式. 去掉雅可比因子和符号“~”, 体系的作用量和配分函数仍有形式:

$$\begin{aligned} S &= \beta \sum_p \text{tr}U_p + \hbar \sum_{r,\mu} \text{tr}[B^+(r)U_\mu(r)B(r+\mu)] + S_0 + \text{h.c.} \\ S_0 &= \sum_{r,\mu} \text{tr}[J_\mu(r)U_\mu(r)] + \sum_r \text{tr}[J(r)B(r)] \\ Z &= \int \mathcal{D}U\mathcal{D}B \exp\{S\} \end{aligned} \quad (2.10)$$

但这里的场量 U 和 B 是定域规范不变量 (2.8).

三、物理量平均值的图展开

经过上一节的分析,我们进而讨论定域规范不变物理量 $O(U, B)$ 的平均值:

$$\langle O(U, B) \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U \mathcal{D}B [O] e^S \quad (3.1)$$

的计算. 其中, $O(U, B)$ 是由链变量 U 与格点上变量 B 组成的任意算符; S 及 Z 见 (2.10). 计算末了, 令外源项 $J_\mu(r)$, $J(r)$ 趋于零, 即 $S_0 \rightarrow 0$, 就得到所求的平均值. 将 (3.1) 式按 β, \hbar 作泰勒级数展开:

$$\langle O \rangle = \sum_{n,m} B_{m,n}(O) \frac{\beta^n \hbar^m}{n! m!} \quad (3.2)$$

$$B_{m,n}(O) = \left. \frac{\partial^{n+m}}{\partial \beta^n \partial \hbar^m} \langle O \rangle \right|_{\beta=\hbar=0}$$

展开系数 $B_{m,n}(O)$ 的计算可以由统计物理中的半不变量 (Semi-invariant)^[6] 展开得出, 并用图形表示之^[7]. 所得的图形展开规则如下:

(1) (3.2) 中每一项唯一地由一个图形表示. 每个图形, 由连接的规范场线, Higgs 场线、顶点及交、叉组成.

(2) 规范场线由一根实线表示(图 1(a)), Higgs 场线由一根虚线表示(图 1(b)), 每根场线的一端止于“交”, 另一端止于顶点.

(3) “交”是一根或数根同样类型的场线聚汇之处, 以实圆点表示之(图 2), 每个交的阶 n_g/n_h 是聚汇在交的场线数目.

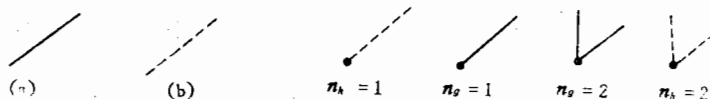


图 1

图 2

(4) 顶点有两种, 一种是四条规范场线的顶点, 另一种是两条 Higgs 场线和一条规范场线的顶点(图 3)

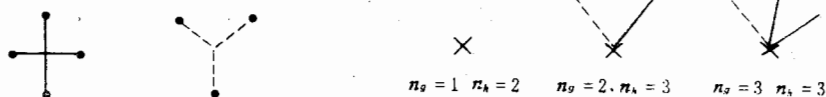


图 3

图 4

(5) 被平均的算符 O 以“ \times ”表示之. 当 O 同时含有规范场及 Higgs 场时, 又又是规范场线和 Higgs 场线聚汇之处, 即是一种同时容许两种类型的场线聚汇的交、叉的阶由 (n_g, n_h) 表示, n_g 是 O 中所含的规范场量个数与止于叉的规范场线数目之和. n_h 为

O 所含的 Higgs 场的个数与止于叉的 Higgs 场线数目之和. 图 4 是对于 $O = B^2U$ 情况的一些例子.

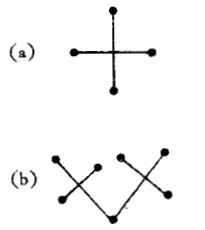
(6) 作图方法如下: 先画下表示算符 O 的叉“ \times ”, 由之伸展出一切可能的场线及顶点, 注意到“ \times ”是特殊的交和规则 (2), 每个连通图形的端点必定是交.

(7) 由“ \times ”出发计算, 每一个四规范场顶点贡献一个因子 $2\beta(d-1)$, 每一个由 Higgs 场线发展而来的二 Higgs 场——规范场顶点贡献一个因子 $2hd$, 每一个由规范场线发展而来的二 Higgs 场——规范场顶点贡献一个因子 h .

(8) 每一个阶为 n 的规范场线的交贡献一个有序因子 $M_{ij}^n(U)$, 每一个阶为 n 的 Higgs 场线的贡献一个有序因子 $M_{ij}^n(B)$. $M_{ij}^n(U) = M^n(U_{ij})$, $M_{ij}^n(B) = M^n(B_{ij})$. $M^n(x)$ 是 n 阶半不变量.

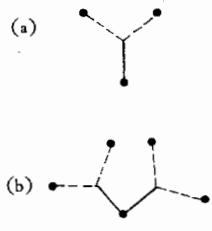
$$\begin{aligned} M^1(x) &= \langle x \rangle_0 \\ M^2(x) &= \langle x^2 \rangle_0 - \langle x \rangle_0^2 \\ M^3(x) &= \langle x^3 \rangle_0 - 3\langle x^2 \rangle_0 \langle x \rangle_0 + 2\langle x \rangle_0^3 \\ &\vdots \end{aligned}$$

$\langle \dots \rangle_0$ 表示对 $Z_0 = \int \mathcal{D}U \mathcal{D}B e^{S_0}$ 求平均. 有序是指标 ij 按顶点沿一定方向(如反时针方向). 例如, 当 $O = 1$ (除非特别声明, 重复指标表示求和).



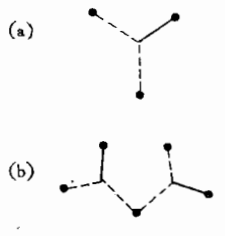
$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad &= 2\beta(d-1)M_{ij}^1(U)M_{jk}^1(U)M_{ki}^1(U)M_{ji}^1(U) \\ \text{(b)} \quad &= \frac{1}{2!} [2\beta(d-1)M_{ij}^1(U)M_{jk}^1(U)M_{ki}^1(U)]^2 M_{ji}^1(U) \end{aligned}$$

图 5



$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad &= hM_{ij}^1(B)M_{jk}^1(B)M_{ki}^1(U) \\ \text{(b)} \quad &= \frac{1}{2!} [hM_{ij}^1(B)M_{jk}^1(B)]^2 M_{ki}^1(U) \end{aligned}$$

图 6




$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad &= 2d h M_{ij}^1(U) M_{jk}^1(B) M_{ki}^1(B) \\ \text{(b)} \quad &= \frac{1}{2!} [2d h M_{ij}^1(U) M_{jk}^1(B)]^2 M_{ki}^1(B) \end{aligned}$$

图 7

(9) 对于每一个具有交换对称性 m 的图形, 应当乘以对称因子 $\frac{1}{m!}$. 例如, 对于图(5(b))

及图(6(b))对称因子均是 $\frac{1}{2!}$. 又如,图(8)的对称性因子是 $(\frac{1}{2!})^2$.

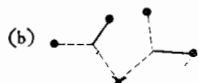


$$= \left(\frac{1}{2!}\right)^2 [2\beta(d-1)M_{ij}^1(U)M_{ik}^1(U)M_{jk}^1(U)]^2 \cdot [hM_{ij}^1(B)M_{jk}^1(B)]^2 M_{ii}^1(U)$$

图 8

(10)对于叉,要注意它与被平均算符的关系,特别是其阶数及所贡献的有序因子的脚标. 例如,当 $O_{ij} = B_{ij}$ 时:

$$(a) \quad \times_{n_g=0, n_h=1} = M_{ij}^1(B)$$



$$= \frac{1}{2!} (2dh)^2 [M_{jk}^1(U)M_{ki}^1(B)]^2 M_{ij}^1(B)$$

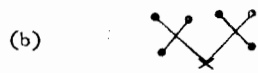
(i, j) 不求和

$n_g = 0, n_h = 3$

图 9

又例如当 $O = \text{tr}U$ 时:

$$(a) \quad \times_{n_g=1, n_h=3} = M_{ii}^1(B) \quad (\text{对 } i \text{ 求和})$$



$$= \frac{1}{2!} [2\beta(d-1)M_{jk}^1(U)M_{ki}^1(U)M_{ij}^1(U)]^2 M_{ii}^2(U) \quad (\text{对 } i \text{ 求和})$$

$n_g = 3, n_h = 0$

图 10

以上所述为图形的规则以及作图的方法. 下一节我们将用这一方法计算一个实例.

四、 $SU(2)$ 规范场-Higgs 场系统序参数的计算

由(二)的讨论中知道, $\text{tr}U, \text{tr}B$ 是定域规范变换下的不变量. 选择 $\langle \text{tr}U \rangle, \langle \text{tr}B \rangle$ 作为讨论研究相变的序参数. 用(三)所建立的规则,可以画出对 $\langle \text{tr}U \rangle, \langle \text{tr}B \rangle$ 有贡献的树图及圈图. 最后的省略号表示高圈图的贡献. 应用(三)中的计算规则,有:

$$\begin{aligned} \langle \text{tr}U \rangle &= M_{ii}^1(U) + \{2\beta(d-1)[M^1(U)]_{ii}^3 M_{ii}^2(U) \\ &+ \frac{1}{2!} [2\beta(d-1)[M^1(U)]_{ii}^3]^2 M_{ii}^3(U) + \frac{1}{3!} [2\beta(d-1)[M^1(U)]_{ii}^3]^3 M_{ii}^4(U) \\ &+ \dots\} + \{2\beta(d-1)[M^1(U)]_{ii}^3 \cdot h[M^1(B)]_{ii}^2 \cdot M_{ii}^3(U) \\ &+ \frac{1}{2!} 2\beta(d-1)[M^1(U)]_{ii}^3 [h[M^1(B)]_{ii}^2]^2 M_{ii}^4(U) + \dots\} \\ &+ \left\{ h[M^1(B)]_{ii}^2 M_{ii}^2(U) + \frac{1}{2!} [h[M^1(B)]_{ii}^2]^2 \cdot M_{ii}^3(U) \right. \\ &\left. + \frac{1}{3!} [h[M^1(B)]_{ii}^2]^3 M_{ii}^4(U) + \dots \right\} \end{aligned} \quad (4.1)$$

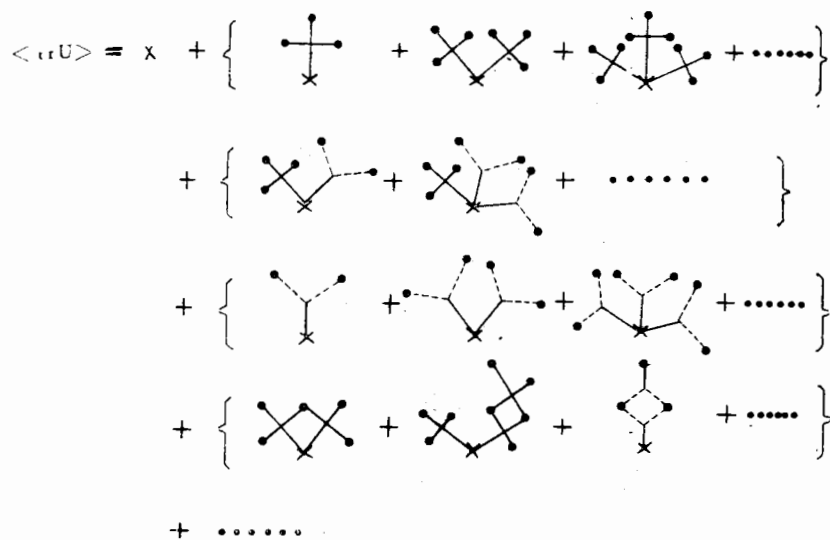


图 11

其中,对 i 指标求和. $[M^1(U)]^3 = M^1(U)M^1(U)M^1(U)$, $[M^1(B)]^2 = M^1(B)M^1(B)$. 同样的方法可以求得:

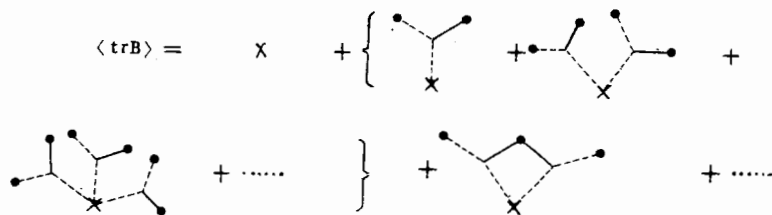


图 12

最后的省略号表示高圈图. 由(三)的规则:

$$\begin{aligned}
 \langle \text{tr} B \rangle = & M_{ii}^1(B) + 2dh [M^1(U)M^1(B)]_{ii} M_{ii}^2(B) \\
 & + \frac{1}{2!} [2dh [M^1(U)M^1(B)]_{ii}]^2 M_{ii}^3(B) \\
 & + \frac{1}{3!} [2dh [M^1(U)M^1(B)]_{ii}]^3 M_{ii}^4(B) \\
 & + \frac{1}{4!} [2dh [M^1(U)M^1(B)]_{ii}]^4 M_{ii}^5(B) + \dots \\
 & + \text{圈图贡献}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

其中,对 i 指标求和. 注意到:

$$\begin{aligned}
 M_{ii}^{n+1}(U) = & \left(\frac{\delta}{\delta J_{\mu}(r)_{ii}} \right)^n \text{tr} M^1(U) \quad (i \text{ 不求和}) \\
 M_{ii}^{n+1}(B) = & \left(\frac{\delta}{\delta J(r)_{ii}} \right)^n \text{tr} M^1(B)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

(4.1), (4.2) 分别可以写为:

$$\begin{aligned} \langle \text{tr} U \rangle &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!} \left\{ [2\beta(d-1)[M^1(U)]_{ii}^3 + h[M^1(B)]_{ii}^2]^l \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{\delta}{\delta J_{\mu}(r)_{ii}} \right)^l \right\} \text{tr} M^1(U) + \dots \\ \langle \text{tr} B \rangle &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!} \left\{ 2dh[M^1(U)M^1(B)]_{ii} \cdot \left(\frac{\delta}{\delta J(r)_{ii}} \right)^l \right\} \\ &\quad \times \text{tr} M^1(B) + \dots \end{aligned}$$

将上式写成指数的形式

$$\begin{aligned} \langle \text{tr} U \rangle &= \exp \left\{ [2\beta(d-1)[M^1(U)]_{ii}^3 + h[M^1(B)]_{ii}^2] \cdot \frac{\delta}{\delta J_{\mu ii}} \right\} \text{tr} M^1(U) \dots \\ \langle \text{tr} B \rangle &= \exp \left\{ 2dh[M^1(U)M^1(B)]_{ii} \cdot \frac{\delta}{\delta J(r)_{ii}} \right\} \text{tr} M^1(B) + \dots \end{aligned} \quad (4.4)$$

式中

$$\begin{aligned} \text{tr} M^1(U) &= \langle \text{tr} U \rangle_0 = \text{tr} \left(\frac{\delta}{\delta J_{\mu}(r)} \ln Z_0 \right) \\ \text{tr} M^1(B) &= \langle \text{tr} B \rangle_0 = \text{tr} \left(\frac{\delta}{\delta J(r)} \ln Z_0 \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

分别是单链规范场变量及 Higgs 场变量对由 S_0 决定的配分函数 Z_0 的平均值, $SU(2)$ 的规范群, 配分函数 Z_0 为^[8]

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{I_1(2\sqrt{K_1})}{\sqrt{K_1}} \cdot \frac{I_1(2\sqrt{K_2})}{\sqrt{K_2}} \\ K_1 &= \text{tr}(J_{\mu}^+ J_{\mu}) + \det(J_{\mu}^+ + J_{\mu}) \\ K_2 &= \text{tr}(J^+(r)J(r)) + \det(J^+(r) + J(r)) \end{aligned} \quad (4.6)$$

$I_n(x)$ 是 n 阶修正贝塞尔函数. 由 (4.5) 及 (4.6) 有:

$$\begin{aligned} \text{tr} M^1(U) &= 2 \frac{I_2(2\sqrt{K_1})}{I_1(2\sqrt{K_1})} \\ \text{tr} M^1(B) &= 2 \frac{I_2(2\sqrt{K_2})}{I_1(2\sqrt{K_2})} \end{aligned} \quad (4.7)$$

将(4.7)代入(4.4), 应用平移公式

$$e^{a \frac{\partial}{\partial x}} f(x) = f(x+a) \quad (4.8)$$

便得到:

$$\begin{aligned} \langle \text{tr} U \rangle &= 2 \frac{I_2[4\beta(d-1)\text{tr}[M^1(U)]^3 + 2h\text{tr}[M^1(B)]^2 + 2\text{tr}J_{\mu}]}{I_1[4\beta(d-1)\text{tr}[M^1(U)]^3 + 2h\text{tr}[M^1(B)]^2 + 2\text{tr}J_{\mu}]} + \dots \\ \langle \text{tr} B \rangle &= 2 \frac{I_2[4dh\text{tr}[M^1(U)M^1(B)] + 2\text{tr}J(r)]}{I_1[4dh\text{tr}[M^1(U)M^1(B)] + 2\text{tr}J(r)]} + \dots \end{aligned} \quad (4.9)$$

令 $J_\mu, J(r)$ 趋向零, 仅考虑从表示算符 O 的叉伸长的无穷树图的贡献, 考虑到平移不变性和平均均方法, 每一无限伸长的树图的交 $\langle U \rangle_0$ 取为树图近似下的平均值 $\langle U \rangle_{\text{树}}$, 就得到了在树图近似下序参数所满足的方程:

$$\begin{aligned} \langle \text{tr} U \rangle_{\text{树}} &= 2 \frac{I_2[\bar{\beta} \text{tr}[M^1(U)]^3 + h \text{tr}[M^1(B)]^2]}{I_1[\bar{\beta} \text{tr}[M^1(U)]^3 + h \text{tr}[M^1(B)]^2]} \\ \langle \text{tr} B \rangle_{\text{树}} &= 2 \frac{I_2[\bar{h} \text{tr}[M^1(B)M^1(U)]]}{I_1[\bar{h} \text{tr}[M^1(B)M^1(U)]]} \end{aligned} \quad (4.10)$$

这里, $M^1(U)$ 不再是 $\langle U \rangle_0$, 而是 $\langle U \rangle_{\text{树}}$. 同样 $M^1(B) = \langle B \rangle_{\text{树}}$. $\bar{\beta} = 4\beta(d-1)$, $\bar{h} = 4dh$.

五、 $SU(2)$ 规范场加伴随表示的 Higgs 场的相图

取 $d = 4$, $m = \frac{1}{2} \text{tr} \langle U \rangle_{\text{树}}$, $n = \frac{1}{2} \text{tr} \langle B \rangle_{\text{树}}$. 用计算机解(4.10)式的结果表明 Yang-Mills 场和伴随 Higgs 场耦合的格点系统一共有三相. 如图(13)所示. 纯规范场的相变点 $\beta_c = 2.1$, 和其他方法得出的结果一致. 实线表示二级相变线, 即 m, n 值在这条线上由零变为非零. 序参数发生跳跃. 虚线为高级相变线, 在虚线附近, n 值缓慢地由 0 变化至 $n \cong 1$. 相结构和理论上的分析^[9]基本相一致. 在 $\bar{\beta}, \bar{h}$ 大的区域, 二级相变线没有中断. 同 Fradkin 的分析结果不同. 三相的物理意义详见[9].

最后, 我们说明, 这样的作用量和方法仍可以用于计算其他规范群的相结构, 如 $SU(3)$, QCD , 情况. 其优点在于, 可以逐级考虑平均场的近似. 所得的结果接近 Monte Carlo 的结果, 但仅需要不多的计算机时间.

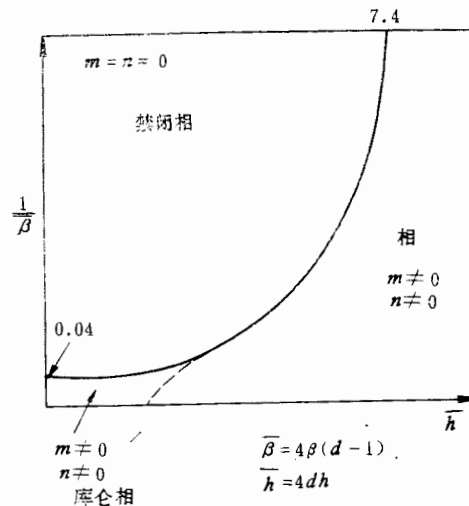


图 13

参 考 文 献

- [1] J. Greensite, B. Lautrup, *Phys. Lett.*, 104B(1981), 41.
- [2] S. Eltzur, *Phys. Rev.*, D12(1975), 3918.
- [3] D. Brout, R. Brout, M. Poulain, *Nucl. Phys.*, B205[FS5] (1982), 233.
- [4] J. M. Druffe, *Nucl. Phys.*, B205[FS5] (1982), 27.
- [5] F. Englert, T. C. Hsien, Universite Bruxells de Libere Preprint 1982.
- [6] R. Robert "Phase Transition" 36 页.
- [7] 薛社生、洗鼎昌(待发表).
- [8] R. Brower, P. Rossi, C-I Tan, *Nucl. Phys.*, B190[FS3] (1981), 699.
- [9] E. Fradkin, S. Raby, *Phys. Rev.*, D19(1979), 3682.

**A LOCALLY GAUGE INVARIANT MEAN FIELD STUDY
OF THE Yang-Mills-Higgs FIELD COUPLING
SYSTEM ON LATTICE**

XUE SHE-SHENG, XIAN DING-CHANG
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The locally gauge invariant mean field approach is generalized from Abelian gauge groups to non-Abelian gauge groups. The $SU(2)$ Yang-Mills-Higgs field coupling system is analyzed.