

# 单粒子态宽度、谱函数和空穴 占据数的计算

申庆彪 田野 李祝霞 卓益忠

(中国科学院原子能研究所)

## 摘 要

我们用在核物质中由 Skyrme 相互作用所计算的复数的 off-shell 单粒子位计算了单粒子态宽度、谱函数和空穴占据数,所得到的计算结果是合理的,并且在一定程度上可以与现有的一些实验数据相比较。

## 一、引 言

通过敲出反应  $(p, 2p)^{[1-3]}$  和  $(e, e'p)^{[4,5]}$  的实验测量可以研究原子核质子空穴态的性质,实验测量结果不仅给出了一些原子核的单粒子态能量,也给出了单粒子态宽度,有的实验还给出了不同壳的单粒子态的强度分布<sup>[4]</sup>。单粒子态的强度分布是指在不同的能量处找到给定的单粒子态的  $n$  率。考虑到上述单粒子态在能量空间的扩展,在费米面以上找到某一单粒子态的  $n$  率也就不会严格为零,因而费米面以下空穴态的占据数也就不会严格等于 1,为此有人对单粒子的空穴占据数也进行了实验测定<sup>[1,6]</sup>。

人们已经认识到考虑到单粒子运动和其他自由度的耦合,原子核的单粒子位(包括费米能以下的束缚态的单粒子位)应该是复数的。由单粒子位虚部可以确定单粒态的衰变率,因而也可以确定单粒子态的宽度。在理论上单粒子态的强度分布可以用强度函数或谱函数来计算<sup>[7-9]</sup>。Orland 和 Schaeffer<sup>[10]</sup> 给出一种简单模型对单粒子态宽度、谱函数和空穴占据数等进行了计算, Sartor 和 Mahaux<sup>[11]</sup> 根据现实核子—核子相互作用利用 Brueckner 理论对谱函数进行了微观计算,并且分别和实验值进行了比较,得到了定量或定性的符合。

Skyrme 相互作用是一种比较成功的有效核力,我们用这种有效核力已经在核物质中进行了 off-shell 单粒子位的研究<sup>[12]</sup>。为了进一步对原子核单粒子态的性质进行研究和分析,本文采用我们已经得到的 off-shell 单粒子位对单粒子态宽度、谱函数和空穴占据数等进行微观计算,并与实验结果进行比较。

第二节给出理论公式,第三节给出计算结果并进行分析和讨论。

## 二、理论公式

在核物质中动量为  $k$ , 能量为  $E$  的单粒子格林函数的表达式为:

$$G(k, E) = \frac{1}{E - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - M(k, E)} \quad (1)$$

其中  $M(k, E)$  是质量算符, 它等价于单粒子位并且可以分成实部和虚部:

$$M(k, E) = V(k, E) + iW(k, E) \quad (2)$$

单粒子态宽度  $\Gamma(k, E)$  和单粒子位虚部  $W(k, E)$  的关系为:

$$\Gamma(k, E) = 2W(k, E) \quad (3)$$

on-shell 的单粒子态宽度为  $\Gamma(k(E), E)$ , 其中  $k$  和  $E$  满足以下关系:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V(k, E) \cong \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_{HF}(k) \quad (4)$$

单粒子态的谱函数被定义为<sup>[10,13]</sup>:

$$S(k, E) = 2S_0(k) \text{Im}G(k, E) = \frac{S_0(k)\Gamma(k, E)}{\left[ E - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - V(k, E) \right]^2 + \frac{1}{4} [\Gamma(k, E)]^2} \quad (5)$$

其中归一化常数  $S_0(k)$  为:

$$S_0(k) = 1 / \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Gamma(k, E)}{\left[ E - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - V(k, E) \right]^2 + \frac{1}{4} [\Gamma(k, E)]^2} dE \quad (6)$$

空穴占据数的定义为:

$$n(k) = \int_{-\infty}^{E_F} S(k, E) dE \quad (7)$$

其中  $E_F$  为费米能量. 关于在核物质中由 Skyrme 相互作用计算  $V_{HF}(k)$  以及 off-shell 单粒子位  $V(k, E)$  和  $W(k, E)$  的方法已在参考文献[12]中详细给出. 在本工作的计算中一律选用修正 Skyrme 相互作用参数 SGI<sup>[14]</sup>, 同时截断参数取为  $Z_c = 70$  MeV.

## 三、计算结果和讨论

图 1 给出了所计算的 on-shell 单粒子态宽度和能量  $E_F - E$  的关系, 结果表明靠近费米面的单粒子态宽度很小, 而费米海深处的单粒子态宽度却相当大, 这种趋势和实验结果是一致的. 图 2 给出了空穴占据数和  $k/k_F$  的关系, 可以看出考虑了单粒子态的强度分布以后, 计算的空穴占据数的分布偏离了以费米面为边界的矩形, 这种趋势也是合理的.

表 1 列出了  $^{40}\text{Ca}$  单粒子态能量和宽度的 ( $p, 2p$ ) 和 ( $e, e'p$ ) 的实验测量数据<sup>[15]</sup>,  $\epsilon_M$  代表强度分布的最大值地方的能量,  $\langle \epsilon \rangle$  代表平均能量. 表 2 给出了  $^{40}\text{Ca}$  单粒子态宽度和空穴占据数的计算值和实验值的比较. 由于在进行实验测量时大约有 10 MeV 的能

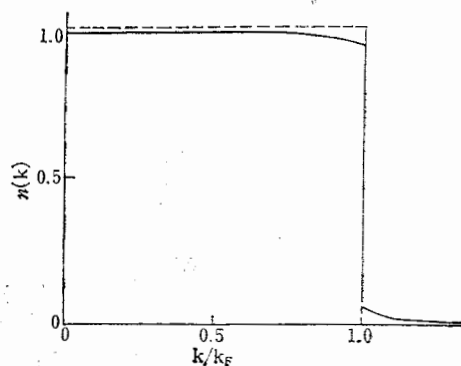
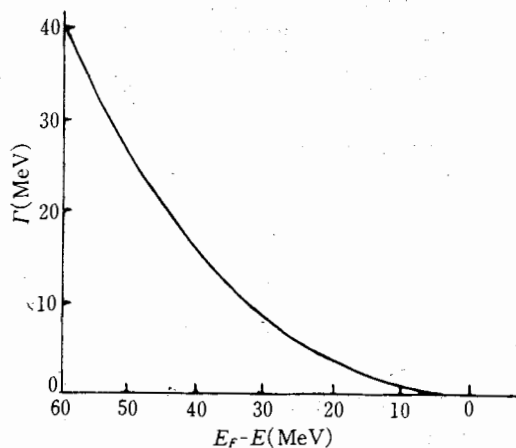


图 1 计算的 on-shell 单粒子态宽度和能量  $E_F - E$  的关系

图 2 空穴占据数和  $k/k_F$  的关系

表 1  $^{40}\text{Ca}$  单粒子态能量和宽度的  $(p, 2p)$  和  $(e, e'p)$  的实验测量数据

$^{40}\text{Ca}$	$(p, 2p)$		$(p, 2p)$		$(e, e'p)$		$(e, e'p)$	
	Orsay <sup>[43]</sup> (1969)		CERN <sup>[2,3]</sup> (1971)		Saclay <sup>[43]</sup> (1976)		Tokyo <sup>[23]</sup> (1976)	
	$\epsilon_M$	$\Gamma$	$\epsilon_M$	$\Gamma$	$\langle \epsilon \rangle$	$\Gamma$	$\epsilon_M$	$\Gamma$
$1s_{1/2}$			$51 \pm 3$	23	56		$59 \pm 3$	$34 \pm 10$
$1p$			$30 \pm 3$	20	41		$35 \pm 1$	$21 \pm 3$
$1d_{3/2}$	14				$14.9 \pm 0.8$		$19 \pm 1.1$	$10 \pm 1$
$2s$	10.9		14	10	$11.2 \pm 0.3$		$14.4 \pm 0.3$	$13 \pm 1$
$1d_{5/2}$	8.35						$10.9 \pm 0.7$	$9 \pm 1$

量分辨率，因此我们也把单粒子态宽度的计算值加上 10 MeV 来和实验比较<sup>[40]</sup>。由表 2 可以看出考虑了能量分辨率以后，单粒子态宽度理论值和实验值符合较好。我们知道空穴占据数的实验数据是很不确定的，由表 2 可以看出虽然空穴占据数的理论值似乎比实验值大了一点，但是趋势还是合理的。

我们还用 (5) 式计算了  $^{28}\text{Si}$ 、 $^{40}\text{Ca}$  和  $^{58}\text{Ni}$  的谱函数。在图 3 中画出了在计算  $^{40}\text{Ca}$

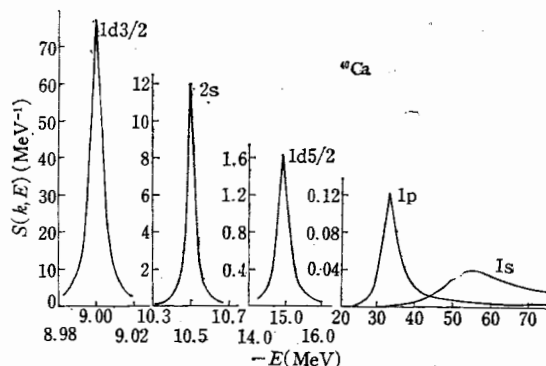


图 3 计算的  $^{40}\text{Ca}$  单粒子态谱函数的形状

的谱函数时所得到的各个单粒子态的峰,可以看出靠近费米面的态的峰很高但是很窄,而处在费米海深处的单粒子态的峰很低但是很宽,这表明处在费米海底深处的粒子壳结构已经比较模糊。而且还可以看出谱函数的峰是不对称的,伸向费米海底方向的峰尾较高

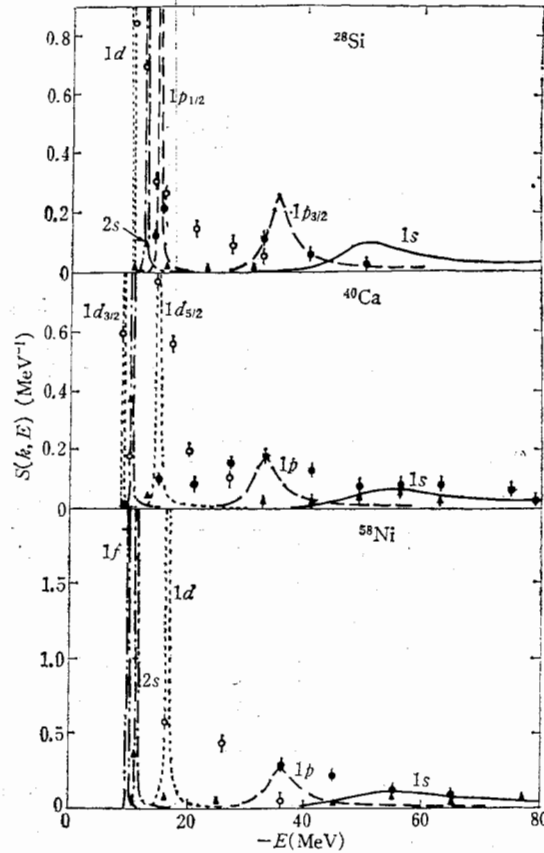


图4 计算的单粒子态谱函数与由实验确定的强度分布经验值的比较

▲——1s ●——1p △——2s ○……1d +——1f

表2  $^{40}\text{Ca}$  单粒子态宽度和空穴占据数计算值和实验值的比较

$^{40}\text{Ca}$	$\delta_{\text{exp.}}^{[1-3]} \text{ (MeV)}$	$\Gamma_{\text{exp.}}^{[2,3,5]} \text{ (MeV)}$	$\Gamma_{\text{th.}} \text{ (MeV)}$	$n_{\text{exp.}}^{[1]}$	$n_{\text{exp.}}^{[6]}$	$n_{\text{th.}}$
$1s_{1/2}$	51—59	23—34	28.3—37.3	0.75		0.987
$1p$	30—41	20—21	14.3—20.2	0.95		0.982
$1d_{3/2}$	14—19	10	10.4—11.0	0.77	0.8	0.960
$2s$	10.9—14.4	10—13	10—10.4	0.65	0.95	0.946
$1d_{5/2}$	8.35—10.9	9	10	0.77	0.8	0.938

较长。图4对 $^{28}\text{Si}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ 和 $^{58}\text{Ni}$ 三个核给出了计算的谱函数与由实验数据所确定的单粒子态强度分布的经验值<sup>[4]</sup>的比较。在计算谱函数时准粒子能量 $E(k)$ 被选在由实验确定的空穴态强度分布的峰值处。由于实验数据很有限,因而实验值的归一化处理是很不确定的,所以我们可以给理论曲线加上一个归一化常数,该归一化常数的选择方法是使理

论曲线  $1p$  峰的高度和实验符合。由图 4 可以看出, 对于  $1s$  态来说理论和实验符合较好。但是对  $1p$  和  $1d$  态来说理论计算的谱函数的峰和实验相比太窄了, 这可能是由于我们是在核物质中进行计算所造成的。因为在有限核中不同的态所处的空间位置不相同, 因而不同的态所在的空间的原子核平均密度以及单粒子态宽度也就不相同。此外实验上能量分辨率的限制也可能是造成上述差别的原因之一。

以上结果表明用在核物质中由 Skyrme 相互作用得到的复数 off-shell 单粒子位所计算的单粒子态宽度、谱函数和空穴占据数是合理的, 并且在一定程度上可以与现有的一些实验数据相比较。但是目前关于空穴态性质的实验数据既很缺乏又很粗糙, 同时我们上边所进行的理论计算还只是在核物质中进行的, 因而该工作只能看作是对单粒子态性质的一个初步研究和讨论。

### 参 考 文 献

- [1] M. Riou, *Rev. Mod. Phys.*, **37**(1965), 375;  
M. Riou and C. H. Ruhl, *Progress in nuclear physics*, vol. 2, ed. D. M. Brink and Mulverly (Pergamon Press, NY, 1969).
- [2] G. Landaud et al., *Nucl. Phys.*, **A173** (1971), 337.
- [3] S. Kullander et al., *Nucl. Phys.*, **A173** (1971), 357.
- [4] J. Mougey et al., *Nucl. Phys.*, **A262** (1976), 461.
- [5] K. Nakamura et al., *Nucl. Phys.*, **A271** (1976), 221.
- [6] B. Martin et al., *Nucl. Phys.*, **A185** (1972), 465;  
B. Elbek et al., *Nucl. Phys.*, **A187** (1972), 355.
- [7] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, vol. I, chapter 2 (Benjamin, NY, 1969).
- [8] J. P. Jeukenne, A. Lejeune and C. Mahaux, *Phys. Reports*, **25C** (1976), 83.
- [9] R. Sartor, *Nucl. Phys.*, **A267** (1976), 29.
- [10] H. Orland and R. Schaeffer, *Nucl. Phys.*, **A299** (1978), 442.
- [11] R. Sartor and C. Mahaux, *Phys. Rev.*, **C21** (1980), 2613.
- [12] 申庆彪 李祝霞 施向军 田野 卓益忠, *高能物理与核物理*, **9**(1985), 220.
- [13] L. P. Kadanoff and G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics* (Benjamin, NY, 1982).
- [14] Nguyen Van Giai and H. Sagawa, *Phys. Lett.*, **106B**(1981), 379.

## CALCULATION OF WIDTHS, SPECTRAL FUNCTION AND HOLE OCCUPATION NUMBERS OF SINGLE-PARTICLE STATES

SHEN QING-BIAO TIAN YE LI ZHU-XIA ZHUO YI-ZHONG

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)

### ABSTRACT

The single-particle widths, the spectral function as well as the hole occupation numbers are calculated by means of the complex off-shell single-particle potential obtained from the Skyrme interactions in nuclear matter. The calculated results are reasonable and comparable to some extent with the experimental data available.