

夸克禁闭势与色 Van der Waals 力

郑玉明 华大平 刘祖华
(中国科学院原子能研究所)

摘 要

本文采用高斯增长的夸克禁闭势和耦合道共振群方法研究了强子之间的色 Van der Waals 力问题。先将两道耦合的微分方程组的边值问题转变为初值问题,然后用基尔方法进行数值求解。计算结果表明,在高斯增长的禁闭势模型中不产生长程的色 Van der Waals 力。这说明,只要选择适当的夸克禁闭势,则夸克势模型就既可用于描写强子的内部结构又能用来计算强子之间的相互作用力。

一、引 言

众所周知,电中性的原子之间存在 Van der Waals 力^[1](下面简称为 VdW 力)。另一方面,根据强子的夸克模型,在自然界中无色的重子和介子则是由带色的夸克和夸克-反夸克对组成的。这种很类似于原子的情况引起人们猜想:在强子之间是否也存在类似的色 VdW 力?自从 1973 年提出这个问题以来^[2],许多人在线性或谐振子型的夸克禁闭势的框架内用各种方法研究了这个问题^[3-13]。他们的结论是,如果夸克禁闭势 $V_c(r) \sim r^n$,则在大的分离距离 R 处的两个强子之间的色 VdW 力 $V_{\text{vdw}}(R) \propto R^{n-4}$ 。这个结论与实验事实不符合^[5]。

然而,上面的讨论中有两个问题。第一,夸克禁闭势不是由 QCD 严格地推导出来的。被经常采用的线性或谐振子型的禁闭势也只是为了描写强子的内部结构依据 QCD 的一般原理而假设的。这种型式的禁闭势对于研究两个强子之间大距离处的行为是否也是合理的问题,现在还不清楚。正如我们所知道的,从势模型的观点来看,袋模型相当于一个无限深方位阱,如果用它去讨论这一问题,显然没有 VdW 力。即使对于 $V_c(r) \sim r^n$,如果令 $n = 4$,则 $V_{\text{vdw}}(R)$ 也变成与 R 无关,这与上面讨论的结论相矛盾。第二,一些所采用的方法,如二阶微扰论、绝热近似和微扰 QCD 等,对于色禁闭势的非微扰区域是不适用的。因此,很自然地产生这样的疑问:到底存在色 VdW 力是夸克势模型的固有困难呢,还是由于尚未选择到适当形式的夸克禁闭势而引起的?

为了探索这个问题,指数或高斯增长的夸克禁闭势

$$V_{ij}^c = \frac{A_n}{r_{ij}} + B_{0i} \cdot \exp \left[\left(\frac{r_{ij}}{r_0} \right)^n \right] + C_n \quad (1)$$

$$n = 1 \text{ 或 } 2$$

已被提出并成功地用于解释低于 2GeV 的非奇重子谱^[14].

本文的目的是利用(1)式这种形式的禁闭势和耦合道共振群方法去研究强子-强子相互作用中的色 VdW 力问题.

二、色 VdW 力的耦合道共振群表式

我们用耦合道共振群方法去研究色 VdW 力问题. 为了简单起见, 我们仅考虑双核子系统, 它是无色的, 属于 SU_3^c 的 [222] 表示. 因此, 在这个系统中只有无色态和隐色态. 假设系统中每个三夸克集团的内部结构只有 p -波激发态, 则六夸克系统的波函数可写为

$$\Psi(1, \dots, 6) = \sum_{k=1}^9 \mathcal{A} [N_{1k}(123) \cdot N_{2k}(456) \cdot F_k(\mathbf{R})], \quad (2)$$

其中 \mathcal{A} 是反对称化算符; $k=1$ 的道是两个无色的内部没有激发的核子系统; 具有同位旋 T_1 、自旋 S_1 和轨道角动量 L_1 的第一个集团的内部波函数是

$$N_{1k}(123) = C_1^R(123) \cdot \chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{T_1 S_1 R}(123) \cdot \phi_{L_1 m_1}^R(123), \quad (3)$$

即

$$N_{11}(123) = C_1^A(123) \cdot \chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, S}(123) \cdot \phi_{00}^S(123),$$

$$N_{12}(123) = C_1^A(123) \cdot [\chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, M}(123), \phi_{1m_1}^M(123)]_S,$$

$$N_{13}(123) = C_1^A(123) \cdot [\chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, M}(123), \phi_{1m_1}^M(123)]_S,$$

$$N_{14}(123) = [C_1^M(123), \phi_{1m_1}^M(123)]_A \cdot \chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, S}(123),$$

$$N_{15}(123) = [C_1^M(123), \chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, M}(123)]_A \cdot \phi_{00}^S(123),$$

$$N_{16}(123) = [C_1^M(123), \chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, M}(123)]_A \cdot \phi_{00}^S(123),$$

$$N_{17}(123) = \{C_1^M(123), [\chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, M}(123), \phi_{1m_1}^M(123)_M]\}_A,$$

$$N_{18}(123) = \{C_1^M(123), [\chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, M}(123), \phi_{1m_1}^M(123)]_M\}_A,$$

$$N_{19}(123) = [C_1^M(123), \phi_{1m_1}^M(123)]_S \cdot \chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, A}(123).$$

式中,

$$C_1^A(123) = \left| \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & r \\ \hline 2 & y \\ \hline 3 & b \\ \hline \end{array} \right\rangle,$$

是 SU_3^C 的总的反对称态, 它描写集团的色单态性质, $C_1^M(123)$ 表示

$$C_1^M(123) = \left| \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \\ \hline \end{array} \right\rangle W_{1c}$$

和

$$C_1^M(123) = \left| \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \\ \hline \end{array} \right\rangle W_{1c}$$

等, 是 SU_3^C 的混合对称态, W_{1c} 表示 $\begin{array}{|c|c|} \hline r & r \\ \hline y & \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{|c|c|} \hline r & r \\ \hline b & \\ \hline \end{array}$ 等色八重态 Weyl 盘, r, y 和 b 分别表示红、黄和蓝三种颜色; $\chi_{m_T^T m_S^S}^{T_1 S_1 S_1}(123)$ 和 $\chi_{m_T^T m_S^M}^{T_1 S_1 M}(123)$ 分别表示 $SU_3^T: S_1 (\supset SU_2^T \times SU_2^S)$ 的总的对称态和混合对称态;

$$\phi_{00}^S(123) = \left| \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 1s & 1s & 1s \\ \hline \end{array} \right\rangle = \varphi_{000}(\boldsymbol{\rho}_1) \varphi_{000}(\boldsymbol{\lambda}_1), \quad (4)$$

$\phi_{1m}^M(123)$ 是 R_3 群的 p -波激发的混合对称态:

$$\begin{aligned} \phi_{1m_1}^{M_1}(123) &= \left| \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1s & 1s \\ \hline 1p & \\ \hline \end{array} \right\rangle = \varphi_{000}(\boldsymbol{\rho}_1) \varphi_{11m_1}(\boldsymbol{\lambda}_1), \\ \phi_{1m_1}^{M_2}(123) &= \left| \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1s & 1s \\ \hline 1p & \\ \hline \end{array} \right\rangle = \varphi_{11m_1}(\boldsymbol{\rho}_1) \varphi_{000}(\boldsymbol{\lambda}_1), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{000}(\mathbf{x}) &= \left(-\frac{1}{\sqrt{\pi} b_0} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2b_0^2}}, \\ \varphi_{11m}(\mathbf{x}) &= \sqrt{\frac{8}{3\sqrt{\pi} b_0}} \cdot \left(\frac{X}{b_0} \right) \cdot Y_{1m}(\Omega_X) \cdot e^{-\frac{x^2}{2b_0^2}}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \\ \boldsymbol{\lambda}_1 &= \frac{1}{\sqrt{6}} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_3), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_1 = \frac{1}{3} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3);$$

$[X^M, Y^M]_R$ 表示将混合对称态 X^M 和 Y^M 耦合成具有确定对称性 R 的态, $N_{1k}(123) \cdot N_{2k}(456)$ 是耦合成具有内部总量子数为 T, S 和 L 的态(为了简化计算, 在本文中令 $L = 0$), 例如

$$[C_1^M(123), \phi_{1m_1}^M(123)]_A = \frac{1}{\sqrt{2}} [C_1^{M_1}(123) \phi_{1m_1}^{M_1}(123) - C_1^{M_2}(123) \phi_{1m_1}^{M_2}(123)];$$

$$\begin{aligned} N_{14}(123) \cdot N_{24}(456) &= \Sigma C_{[21]W_{1c}, [21]W_{2c}}^{[222]} \cdot C_{\frac{1}{2}m_{T_1}, \frac{1}{2}m_{T_2}}^{TM_T} \cdot C_{\frac{1}{2}m_{S_1}, \frac{1}{2}m_{S_2}}^{SM_S} \\ &\cdot C_{1m_1, 1-m}^{00} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} [C_1^{M_1}(123) \phi_{1m}^{M_1}(123) - C_1^{M_2}(123) \phi_{1m}^{M_2}(123)] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\cdot [C_{21}^{M_1}(456)\phi_{12m}^{M_2}(456) - C_{22}^{M_2}(456)\phi_{12m}^{M_1}(456)] \cdot \chi_{m_{T_1} m_{S_1}}^{\frac{1}{2}, S}(123) \cdot \chi_{m_{T_2} m_{S_2}}^{\frac{1}{2}, S}$$

设夸克的运动由非相对论性的薛定谔方程

$$(H - E_T)\Psi(1, \dots, 6) = 0 \quad (8)$$

来描写,系统的哈密顿量为

$$H = \sum_{i=1}^6 \frac{p_i^2}{2m_q} - T_c + \sum_{i>j=1}^6 \sum_{a=1}^8 \lambda_i^{(a)} \cdot \lambda_j^{(a)} V_{ij}, \quad (9)$$

式中假设 u 、 d 夸克的质量相等,即 $m_u = m_d = m_q$; V_{ij} 由(1)式给出,这里略去了 Fermi-Breit 相互作用中的许多短程项,因为它们不影响本文所讨论的长程 VdW 力的行为。

对两团之间的相对运动波函数 $F_k(\mathbf{R})$ 作变分之后,则得到如下的耦合道共振群方程组

$$\begin{aligned} \left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 - E_k \right) F_k(\mathbf{R}) + \sum_{l=1}^9 [\langle N_{1k}(123)N_{2k}(456) | V | N_{1l}(123)N_{2l}(456) \rangle F_l(\mathbf{R}) \\ + \int K_{kl}^E(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \cdot F_l(\mathbf{R}') d\mathbf{R}'] = 0, \\ k = 1, 2, \dots, 9. \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $E_k + 2B_k \equiv E_T$, 是系统的总能量; B_k 是第 k 道的三夸克集团的束缚能;

$$\mu = \frac{3}{2} m_q; \quad V = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=4}^6 \sum_{a=1}^8 \lambda_i^{(a)} \cdot \lambda_j^{(a)} V_{ij}.$$

由(10)式得知,两个无色核子之间的有效相互作用势为

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}}(\mathbf{R}) = \frac{1}{F_1(\mathbf{R})} \sum_{l=1}^9 [\langle N_{1l}(123)N_{2l}(456) | V | N_{1l}(123)N_{2l}(456) \rangle F_l(\mathbf{R}) \\ + \int K_{1l}^E(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \cdot F_l(\mathbf{R}') d\mathbf{R}'], \end{aligned} \quad (11)$$

(11)式右边第二项是由交换项给出的,它一定是短程力,略去它不会影响长程的色 VdW 力的结论. 另一方面,由于夸克禁闭势与自旋和味道无关,因此,只有带色集团具有与无色核子相同自旋和味道对称性的 $k=4$ 的隐色道才能同两个无色核子的系统耦合. 于是,从(10)式得到如下耦合微分方程组

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 - E_1 \right) F_1(\mathbf{R}) + V_{14}(\mathbf{R}) F_4(\mathbf{R}) = 0 \quad (12)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 - E_4 + V_4(\mathbf{R}) \right] F_4(\mathbf{R}) + V_{41}(\mathbf{R}) F_1(\mathbf{R}) = 0,$$

$$E_4 = E_1 + 2 \cdot (B_N - B_N^*), \quad (13)$$

其中 $F_1(\mathbf{R})$ 为两个无色核子之间的散射态波函数, $F_4(\mathbf{R})$ 是两个色激发的集团之间的相对运动波函数, B_N 和 B_N^* 分别为基态核子和带色的 p 波激发态集团的束缚能. 如果为了方便计算而取高斯增长的夸克禁闭势 ($n=2$), 则得

$$B_N = \frac{3\hbar^2}{2m_q \cdot b_0^2} - 8 \cdot \left[\frac{\sqrt{2} A_2}{\sqrt{\pi} b_0} + \frac{B_2}{(1-2t)^{3/2}} + C_2 \right], \quad (14)$$

$$B_N^* = \frac{2\hbar^2}{m_q \cdot b_0^2} - 2 \cdot \left[\frac{4 \cdot \sqrt{2} A_2}{3\sqrt{\pi} b_0} + \frac{(1-4t) \cdot B_2}{(1-2t)^{5/2}} + C_2 \right], \quad (15)$$

$$V_{14}(\mathbf{R}) \equiv \langle N_{11}(123)N_{21}(456) | V | N_{14}(123)N_{24}(456) \rangle \\ = W(t, R) \cdot \sqrt{6} \cdot t \cdot \left[1.5 + \frac{6t}{a} \cdot \left(\frac{R}{b_0} \right)^2 \right], \quad (16)$$

$$W(t, R) = -\frac{4 \cdot B_2}{3} \cdot \left(\frac{6}{a} \right)^{3/2} \cdot \exp \left[\frac{6t}{a} \cdot \left(\frac{R}{b_0} \right)^2 \right], \quad (17)$$

$$V_4(\mathbf{R}) \equiv \langle N_{14}(123)N_{24}(456) | V | N_{14}(123)N_{24}(456) \rangle \\ = W(t, R) \cdot \frac{1}{3} \cdot \left[A_4 + B_4 \cdot \left(\frac{R}{b_0} \right)^2 + C_4 \cdot \left(\frac{R}{b_0} \right)^4 \right], \quad (18)$$

$$A_4 = \frac{5}{12a} \cdot (126 - 210t + 167t^2), \\ B_4 = \frac{t^2}{2a} \cdot \left[12 + 3 \cdot \left(\frac{46}{b} + \frac{48}{c} + \frac{23}{d} \right) + t \cdot \left(\frac{245}{b} + \frac{27}{c} + \frac{134}{d} - \frac{60}{c^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{10t^2}{ac^2} \right) + \frac{3t^2}{a} \cdot \left(\frac{195}{b} + \frac{65}{c} + \frac{240}{d} \right) \right], \quad (19)$$

$$C_4 = \frac{9t^4}{a^2} \cdot \left[\frac{26 \cdot (3-t)}{b^2} + \frac{(78-80t)}{c^2} - \frac{2a^2}{3c^3} + \frac{28.5}{d^2} \right. \\ \left. + \frac{t^2}{a} \cdot \left(\frac{117}{b^2} + \frac{13}{c^2} - \frac{2t}{3c^3} + \frac{76}{d^2} \right) \right],$$

其中, $a = 6 - 8t$, $b = 6 - 5t$, $c = 6 - 7t$, $d = 3 - 2t$, $t = \left(\frac{b_0}{r_0} \right)^2$. $V_4(\mathbf{R})$ 是两个色激发集团之间的禁闭势. 此时, (11) 式变成为

$$V_{\text{vdw}}(\mathbf{R}) = V_{14}(\mathbf{R}) \cdot \frac{F_4(\mathbf{R})}{F_1(\mathbf{R})}. \quad (20)$$

这是两个无色基态核子之间的唯一可能有的长程力, 它由色激发态集团之间的相对运动波函数 $F_4(\mathbf{R})$ 的渐近行为决定. (20) 式就是色 VdW 力的耦合道共振群表式.

作如下分波展开之后

$$F_1(\mathbf{R}) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{R} f_l(R) Y_{lm}(\Omega), \\ F_4(\mathbf{R}) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{R} g_l(R) Y_{lm}(\Omega), \quad (21)$$

(12) 式变成为

$$\left[\frac{d^2}{dR^2} + k_1^2 - \frac{l(l+1)}{R^2} \right] \cdot f_l(R) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V_{14}(R) \cdot g_l(R), \\ \left[\frac{d^2}{dR^2} + k_4^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2} V_4(R) - \frac{l(l+1)}{R^2} \right] \cdot g_l(R) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V_{14}(R) \cdot f_l(R), \quad (22)$$

其中,

$$k_1^2 = \frac{2\mu E_1}{\hbar^2}, \quad k_4^2 = \frac{2\mu E_4}{\hbar^2} = k_1^2 + \frac{4\mu}{\hbar^2} \cdot (B_N - B_N^*).$$

解耦合微分方程组(22),得到波函数 $g_l(R)$ 和 $f_l(R)$ 之后,就能知道是否存在色 VdW 力.

三、结果和讨论

从(22)式得知,各 l 分波的解在长短程性质上是一致的,因此下面只讨论 $l=0$ 的解.此时(22)和(20)式简化成为:

$$\left(\frac{d^2}{dR^2} + k_l^2\right) \cdot f(R) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V_{14}(R) \cdot g(R), \quad (23)$$

$$\left[\frac{d^2}{dR^2} + k_l^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2} V_4(R)\right] \cdot g(R) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V_{14}(R) \cdot f(R),$$

$$V_{\text{vdw}}(R) = V_{14}(R) \cdot \frac{g(R)}{f(R)}. \quad (24)$$

因为(21)式的波函数 $F_i(\mathbf{R})$ 和 $F_4(\mathbf{R})$ 在原点处 ($R=0$) 必须为有限值和自然界中不存在自由的有色强子,所以方程组(23)的边界条件应为:

$$f(0) = g(0) = 0, \quad (25a)$$

$$g(R) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} 0. \quad (25b)$$

这是齐次二阶常微分方程组齐次边值问题,其非零解的存在性已被证明^[13].然而,其解的具体形式只能用数值法给出.

由核子的均方根半径和磁矩分别定出谐振子阱参数 $b_0 = 0.7\text{fm}$ 和 u 、 d 夸克的质量 $m_q = 336\text{MeV}/c^2$ ^[16].用高斯型夸克禁闭势去符合能量低于 2GeV 的非奇重子谱(具体做法看参考[14]),从而定出 $A_2 = 831.95\text{MeV}/\text{fm}$, $B_2 = -1.0851\text{MeV}$, $c_2 = -840.61\text{MeV}$ 和 $r_0 = 1.3\text{fm}$.因此,在本文的计算中没有一个可调参数.

为了避免预先假设 $f(R)$ 和 $g(R)$ 的渐近形式(因为这正是我们所要研究的),我们将耦合方程组(23)式的边值问题转变成成为如下的初值问题.

定义四个特解:

- (I) $f_I(R)$ 和 $g_I(R)$, 其中 $f'_I(0) = 1$, $f_I(0) = g_I(0) = g'_I(0) = 0$;
- (II) $f_{II}(R)$ 和 $g_{II}(R)$, 其中 $g'_{II}(0) = 1$, $f_{II}(0) = f'_{II}(0) = g_{II}(0) = 0$; (26)
- (III) $f_{III}(R)$ 和 $g_{III}(R)$, 其中 $f_{III}(0) = 1$, $f'_{III}(0) = g_{III}(0) = g'_{III}(0) = 0$;
- (IV) $f_{IV}(R)$ 和 $g_{IV}(R)$, 其中 $g_{IV}(0) = 1$, $f_{IV}(0) = f'_{IV}(0) = g'_{IV}(0) = 0$,

则方程组(23)的通解可写成为

$$\begin{aligned} f(R) &= af_I(R) + bf_{II}(R) + cf_{III}(R) + df_{IV}(R), \\ g(R) &= ag_I(R) + bg_{II}(R) + cg_{III}(R) + dg_{IV}(R). \end{aligned} \quad (27)$$

从(25a)式和(27)式得到 $c = d = 0$.另一方面,(25b)式表明,当 R_n 足够大时,则

$$g(R_n) = a \cdot \left[g_I(R_n) + \frac{b}{a} \cdot g_{II}(R_n) \right] = 0.$$

由此得到

$$\frac{a}{b} = -\frac{g_I(R_n)}{g_{II}(R_n)}.$$

如果假设常数 a 等于 1(实际上,它可由 $R = R_n$ 处的 $f(R)$ 的边界条件确定.), 于是, 我们得到方程组(23)的解为:

$$\begin{pmatrix} f(R) \\ g(R) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(R) \\ g_1(R) \end{pmatrix} - \frac{g_1(R_n)}{g_{11}(R_n)} \cdot \begin{pmatrix} f_{11}(R) \\ g_{11}(R) \end{pmatrix}. \quad (28)$$

下面,我们取几个 E_1 值作为例子进行计算和讨论. 对于 E_1 的每一个值,用基尔方法数值地解出两组特解 $\begin{pmatrix} f_1(R) \\ g_1(R) \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} f_{11}(R) \\ g_{11}(R) \end{pmatrix}$ 之后,做出比率 $\frac{g_1(R)}{g_{11}(R)}$ 与 R 的关系曲线,表示在表 1、2 和图 1 中. 由这些图表清楚地看出,当 $R \geq 1.8\text{fm}$ 时,比率 $\frac{g_1(R)}{g_{11}(R)}$ 确实是一个常数(计算精度为 10^{-8} ;因为是在 TQ-6 机上求解的,该机最多有八位有效数字). 图

表 1 $E_1 = 100\text{MeV}$ 的比率 $\frac{g_1(R)}{g_{11}(R)}$ 与两团之间的距离 R 的关系

$R(\text{fm})$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$\frac{g_1(R)}{g_{11}(R)}$	1112.2	494.2	278.0	178.1	124.2	92.25	72.29	59.70	52.04
$R(\text{fm})$	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	≥ 1.8
$\frac{g_1(R)}{g_{11}(R)}$	47.80	45.82	45.10	44.92	44.8854	44.8823	44.882114	44.882109	44.882108

表 2 几个 E_1 值的比率 $\frac{g_1(R_n)}{g_{11}(R_n)}$

$E_1(\text{MeV})$	10	50	100	200	500	1000	1500
$\frac{g_1(R_n)}{g_{11}(R_n)}$	46.680703	45.916070	44.882108	42.478660	28.822977	67.075723	27.995464

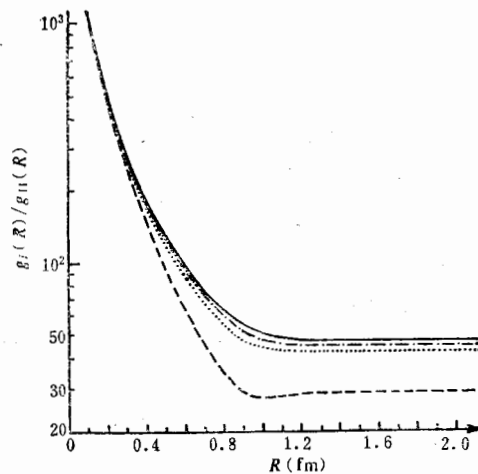


图 1 几个 E_1 值的比率 $\frac{g_1(R)}{g_{11}(R)}$ 与两团之间的距离 R 的关系曲线
 $E_1(\text{MeV})$ ——10 - - - - 100 200 - · - - 500

2中给出的 $g(R)$ 曲线表明,在 $R \geq 1.8\text{fm}$ 处, $g(R) \equiv 0$. 如果 $f(R) \equiv 0$, 则由(24)式得 $V_{\text{vdw}}(R) \equiv 0$. 然而,从图3中看出,解 $f(R)$ 是振荡的,在 $R > 1.8\text{fm}$ 的某些 R_0 值处,会出现 $f(R_0) = 0$. 于是, $V_{\text{vdw}}(R)$ 在这些 R_0 处具有奇点. 幸运的是,这些奇点属于可去型奇点. 因为函数 $V_{\text{vdw}}(R)$ 在 R_0 处的左、右极限相等,即

$$\lim_{R \rightarrow R_0^-} V_{\text{vdw}}(R) = 0 = \lim_{R \rightarrow R_0^+} V_{\text{vdw}}(R).$$

只要在 R_0 处给函数 $V_{\text{vdw}}(R)$ 补充定义,则可去掉这些奇点. 另一方面,相互作用势 $V_{\text{vdw}}(R)$ 是 R 的连续函数. 因此,可在这些 R_0 点上补充定义 $V_{\text{vdw}}(R) = 0$. 这样,我们就得到:在 $R \geq 1.8\text{fm}$ 处, $V_{\text{vdw}}(R) \equiv 0$. 这一结果说明,在我们的夸克禁闭势模型中不存在色 VdW 力. 换句话讲,如果适当地选择好夸克禁闭,例如选为高斯或指数增长的夸克禁闭势,则夸克势模型就既能描写强子的内部结构,又能用来计算强子之间的相互作用. 这里给出的隐色态所能存在的临界距离 $R_c = 1.8\text{fm}$, 很接近于 Harvey^[6] 估计的值 ($\sim 1.5\text{fm}$); 而且,超过了 R_c 时,在我们的禁闭势模型中隐色态自动地消失了,不需要做人为的截断.

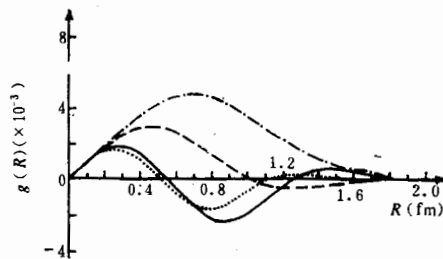


图2 两个隐色集团之间的相对运动波函数 $g(R)$
 $E(\text{MeV})$ —····— 100 ———— 500 ———— 1000 ······ 1500

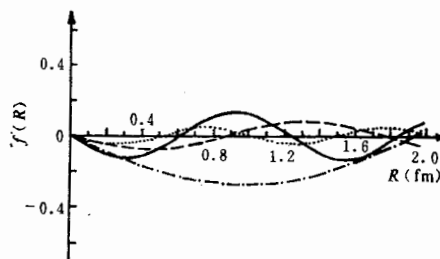


图3 两个无色核子之间的相对运动波函数 $f(R)$
 $E(\text{MeV})$ —····— 100 ———— 500 ———— 1000 ······ 1500

作者深切感谢 M. Harvey 教授和卓益忠教授的有益讨论.

参 考 文 献

- [1] F. London, *Z. Phys.*, 63(1930), 245;
 H. B. G. Casimir and D. Polder, *Phys. Rev.*, 73(1948), 360;

- G. Feinberg et al., *Phys. Rev.*, A2(1970), 2395.
- [2] T. Sawada, *Phys. Lett.*, 43B(1973), 517.
- [3] R.S. Willy, *Phys. Rev.*, D18(1978), 270.
- [4] S. Matsuyama and H. Miyazawa, *Prog. Theor. Phys.*, 61(1979), 942.
- [5] G. Feinberg and J. Sucher, *Phys. Rev.*, D20(1979), 1717.
- [6] M. Harvey, NN-N_{MBP} International Summer School, Changchun, China, July 25—31, 1983.
- [7] O. W. Greenberg and H. J. Lipkin, *Nucl. Phys.*, A370(1981), 349.
- [8] M. B. Gavela et al., *Phys. Lett.*, 82B (1979), 431.
- [9] Keh-Fei Liu, NN-N_{MBP} International Summer School, Changchun, China, July 25—31, 1983.
- [10] 金星南等, 原子核物理, 5(1983), 263.
- [11] P. M. Fishbane and M. T. Grisaru, *Phys. Lett.*, 74B(1978), 98.
- [12] T. Appelquist and W. Fischler, *Phys. Lett.*, 77B (1978), 405.
- [13] Y. Fujii and K. Mima, *Phys. Lett.*, 79B (1978), 138.
- [14] 郑玉明, NN-N_{MBP} International Summer School, Changchun, China, July 25—31, 1983.
- [15] 华大平, 郑玉明, 原子核物理, 6(1984), No. 2.
- [16] 郑玉明等, 科学通报, 26(1981), 910.

QUARK CONFINEMENT POTENTIAL AND COLOR VAN DER WAALS FORCE

ZHENG YU-MING HUA DA-PING LIU ZU-HUA

(Institute of Atomic Energy, Beijing, China)

ABSTRACT

The color-analog Van der Waals force between two hadrons is studied by use of the coupling channel resonating group method in the framework of the Gaussian-type quark confinement potential. The problem of the boundary values for the two channel coupling differential equations is changed to the problem of the initial values. The equations are solved numerically by use of the Gear method. The calculated results show that there is no color Van der Waals force between hadrons in the confinement potential model. This indicates that the confinement potential model not only can describe the internal structure of hadrons but also can be used to calculate the hadron-hadron interactions if the quark confinement potential is chosen properly.