

SU(9) 亚夸克大统一模型

张新民 薛晓舟
(新乡师院)

摘 要

本文改进了大统一复合模型^[1]。在整体超味手征群部分地破缺假定下,给出低能下四代费米子,实现了四代费米子的统一。中微子可以自然地获得 Dirac 质量。质子寿命,低能弱中性流与实验符合。

一、引 言

近年,为了解决大统一理论中所存在的一些困难,如代的问题等,人们试图在下一层次即亚夸克层次实行各种相互作用的统一。

D. Gonzales^[1]提出了一个有趣的大统一复合模型。然而文^[1]却存在着一些困难。其中一个致命的问题是不存在着低质量的复合费米子。因为模型^[1]的大统一群是 SU(9),所有亚夸克填入 SU(9) 群的反常相消复表示 $5\bar{3}_L^* + 6_L$ 。大统一群破缺机制为:

$$SU(9) \rightarrow SU_{HC}(4) \times SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1),$$

在超色禁闭标度 1TeV,亚夸克由超色力 $SU_{HC}(4)$ 作用形成各种束缚态。由于每个束缚态中都包含有属于 $SU_{HC}(4) \times SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ 群表示 $(6, 1, 1, 0)$ 的粒子,属于实表示,由存活假设^[2],这个粒子可能获得与大统一标度同量级的质量,来自于退耦条件或“persistent mass condition”^[3],必然导致每个束缚态的质量很重,从低能理论中退耦掉。其二,在“轻”质量的三代费米子中,一部分是三体复合态,而另一部分则是单态即非复合态^[1],显然与亚夸克模型不相容,实际上,这在理论上也是不能令人满意的。

本文我们改进了 SU(9) 大统一复合模型,在我们的模型中,文献 [1] 的二个困难得到克服。

另外,由于近来两个新的实验,使人们对中微子的 Dirac 质量产生了很大的兴趣^[4]。在通常的弱电统一 $SU_L(2) \times U_Y(1)$ 模型和大统一 SU(5) 模型中,使中微子获得 Dirac 质量;只有手放单态右手中微子,任意性很大,不能令人满意。本文基于大统一复合模型,从而使中微子获得 Dirac 质量是十分自然的。

二、改进的 $SU(9)$ 模型

大统一群是 $SU(9)$, 所有的亚夸克是左手二分量 Weyl 旋量, 填入 $SU(9)$ 的反常相消复表示: $5\Box_L + \text{日}^*$.

我们用一个属于 $SU(9)$ 伴随表示的 Higgs 场 Φ_j^i 将 $SU(9)$ 破缺为

$$SU_{HC}(4) \times [SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)] \times U(1).$$

这里取如下非零真空期待值:

$$\langle \Phi_j^i \rangle = \text{diag} \left[-\frac{2}{15} -\frac{2}{15} -\frac{2}{15} \frac{7}{10} \frac{7}{10} -\frac{1}{4} -\frac{1}{4} -\frac{1}{4} -\frac{1}{4} \right] a$$

$$a \sim 10^{15} \text{GeV}$$

上述自发破缺使 $SU(9)$ 的 80 个规范场中的 52 个获得超重质量, 但仍保持了

$$SU_{HC}(4) \times [SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)] \times U(1)$$

对称性.

其中 $SU_{HC}(4)$ 是超色群, $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ 是标准模型规范群. $U(1)$ 的生成元为:

$$T = \frac{1}{3} \sqrt{40} \text{diag} \left[\frac{1}{5} \frac{1}{5} \frac{1}{5} \frac{1}{5} \frac{1}{5} -\frac{1}{4} -\frac{1}{4} -\frac{1}{4} -\frac{1}{4} \right]$$

由此, 全部亚夸克对于 $SU_{HC}(4) \times SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1) \times U(1)$ 群的表示都是复表示, 这样保证了全部亚夸克都是无质量的^[5]. $U(1)$ 和弱电对称性的破缺类似于 Technicolor 方法.

下面为方便起见, 仍把 $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ 记为 $SU^B(5)$.

$SU(9) \rightarrow SU(4) \times SU(5)$ 其表示 $5\Box + \text{日}^*$ 分解如下:

$$\Box \rightarrow (\Box, \cdot) + (\cdot, \Box)$$

$$\text{日}^* \rightarrow (\text{日}^*, \cdot) + (\Box^*, \Box^*) + (\cdot, \text{日}^*)$$

在群 $SU_{HC}(4) \times [SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)] \equiv SU_{HC}(4) \times SU^B(5)$ 下全部的亚夸克被标志如下:

$$A^{ij} A^{fa} C_{ij} B_{ia} B_{a\beta}$$

$i, j = 1, 2, 3, 4$, $f, \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4, 5$. 其中 i, j 是超色指标, f 是由于 5 个 $SU(9)$ 的基础表示所具有的 $SU^A(5)$ 指标, α 和 β 是 $SU^B(5)$ 指标.

在 'tHooft 极限下^[6], [即忽略了 $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1) \times U(1)$ 作用] 理论具有整体超味手征对称性 $G_F = SU^A(5) \times SU^B(5) \times U_{Y_A}(1) \times U_{Y_B}(1)$. 其中 $Y_A = N(A) + N(B)$, $Y_B = N(A) - N(B) - 5N(C)$. $N(A)$, $N(B)$ 和 $N(C)$ 分别是 A , B 和 C 亚夸克的 $U(1)$ 荷. 这儿已经考虑了超色作用的瞬子效应.

手征对称性动力学破缺的问题仍没有很好地解决. 来自于不同的假设, 人们讨论了手征对称不破缺^[6]、部分破缺^[1]的情况. 本文按照文献[1]的观点仍假设在 Λ_{HC} 标度手征对称性 G_F 部分地破缺. 本文假设 G_F 破缺到 $G_F' \equiv SU_L^2(2) \times SU_R^2(5) \times U(1)$.

不破缺的手征子群的选取必须满足: (i) 它包含 $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$; (ii) 它

给出的 'tHooft 自洽条件解具有一定的物理意义^[7]。本文选取的 G_F 满足了上面两个条件。

伴随着 $SU^A(5) \times U_{Y_A}(1) \rightarrow SU^A(2) \times U'(1)$ 所产生的 21 个 Goldstone 玻色子, 由 Goldberger-Treiman 关系^[8], 它们与通常费米子的耦合常数 $g \sim m_\psi/F$, 其中 m_ψ 是通常费米子的质量。在 'tHooft 极限下, $m_\psi = 0$, 故 $g = 0$ 。当考虑了 $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1) \times U(1)$ 作用时, 费米子获得质量^[9], 因 $m_\psi \ll F = 0(\Lambda_{HC})$, 故 $g \rightarrow 0$ 。所以在低能现象中这些 Goldstone 玻色子从理论中退耦掉。

在不破缺的整体对称性 $G_F = SU^A(2) \times SU^B(5) \times U'(1)$ 下, 所有超色非单态亚夸克被标志如表 1:

表 1

亚夸克	$SU_{HC}(4)$	$SU^A(2)$	$SU^B(5)$	$U'(1)$
A	□	□	•	0
A'_1	□	•	•	0
A'_2	□	•	•	0
B^a	□	•	□	0
$A^p = N$	□	•	•	1
C	□	•	•	0

三亚夸克复合体为:

$$\Delta_{1-}: CAB^a \quad \Gamma_{1+}: CB^a B^b$$

$$\Delta_{2-}: CA'_1 B^a$$

$$\Delta_{3-}: CA'_2 B^a$$

$$\Delta_{4-}: CNB^a$$

$$\xi_{1+}: CAN \quad \xi_{2+}: CA'_1 N \quad \xi_{3+}: CA'_2 N \quad \xi_{4+}: CAA$$

$$\xi_{5+}: CAA'_1 \quad \xi_{6+}: CAA'_2 \quad \xi_{7+}: CA'_1 A'_2$$

上面 $\Delta_{1-}, \Delta_{2-}, \dots$ 是 'tHooft 指标即 $CAB^a, CA'_1 B^a, \dots$ 复合粒子的数目。下标“+、-”号分别指“左、右”手征粒子。

上面复合态所对应的费米子为:

$$\Delta_{1-}, \Delta_{2-}, \Delta_{3-}, \Delta_{4-} \sim (d_R, e_R^c, \nu_R^c)$$

$$\Gamma_{1+} \sim (u_L, u_L^c, d_L, e_L^c)$$

$\xi_{1+}, \dots, \xi_{7+}$ 是在标准模型下为中性的粒子。

'tHooft 自洽条件为:

$$2\Delta_{1-} + \Delta_{2-} + \Delta_{3-} + \Delta_{4-} - \Gamma_{1+} = 4$$

$$\Delta_{4-} = 0$$

目

1)

是
ec-

与亚

的基

理论

$A =$
: A ,

论了
手征

i) 它

$$\xi_{1+} = 0$$

$$-5\Delta_{1-} + 2\xi_{1+} + \xi_{2+} + \xi_{3+} = 4$$

由上 $\xi_{2+} + \xi_{3+} = 4$, 取中性粒子最少的解为:

$$\xi_{2+} + \xi_{3+} = 4, \xi_{1+} = \xi_{4+} = \xi_{5+} = \xi_{6+} = \xi_{7+} = 0$$

此时 $2\Delta_{1-} + \Delta_{2-} + \Delta_{3-} - \Gamma_{1+} = 4$.

实验上要求代数 $N \geq 3$, 在此取 $N = 4$, 所以, $2\Delta_{1-} + \Delta_{2-} + \Delta_{3-} = 9, \Gamma_{1+} = 5$.

旁观费米子 + 复合费米子 = $4(\bar{\psi}_C^B, \psi_C^B) + 5(\bar{\psi}_C^B, \psi_C^B) + (\bar{\psi}_E^B, \psi_E^B) + 4(\nu_C)$

其中 ν 代表中性粒子, 下标 “E. C” 分别表示基本场和复合场. 上面杨图是指在群 $SU^B(5)$ 下的表示.

上面给出了四代通常的费米子, 而且还存在一些 “Exotic Families” 的夸克和轻子, 本文中如 $5(\bar{\psi}_C^B, \psi_C^B)$ 和 $(\bar{\psi}_E^B, \psi_E^B)$. 由于在弱作用还没有破缺前, 它们已构成实表示, 可以获得 Λ_{HC} 量级的质量, 由此, 它们具有较通常费米子重的质量.

四个中性粒子的出现使中微子可以具有 Dirac 质量. 这儿的右手中微子不是手放进去的, 而是为了满足 'tHooft 自洽条件所必须的.

由上看出, 该模型给出的四代费米子都是三体复合态.

三、重整化群方程分析

利用重整化群单圈图公式:

$$1/\alpha_i(\mu) - 1/\alpha_i(m) = \frac{b_i}{4\pi} \ln \mu^2/m^2$$

现在计算 $M_U, \sin^2\theta_W$ 及 Λ_{HC} . α_i 表示 $SU(i)$ 群的精细结构常数, 各群 β 函数的系数 b_i 为:

$$b_i = \frac{1}{3} [11C_2(SU(i)) - 2T(R_f)]$$

R_f 是左手费米场的表示.

$$\mu \sim M_U: 1/\alpha_i(\Lambda_{HC}) - 1/\alpha_i(M_U) = \frac{b_i}{4\pi} \ln \left(\frac{\Lambda_{HC}^2}{M_U^2} \right)$$

$$\text{在本模型中: } b_{HC} = \frac{1}{3} [44 - 12] = 32/3$$

$$b_C = \frac{1}{3} [33 - 12] = 7$$

$$b_L = \frac{1}{3} [22 - 12] = 10/3$$

$$b_Y = -4$$

$$\mu \sim \Lambda_{HC}: 1/\alpha_i(\mu) - 1/\alpha_i(\Lambda_{HC}) = \frac{b_i}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{\Lambda_{HC}^2}$$

由于 “Exotic Families” 的夸克和轻子可以获得 Λ_{HC} 量级的质量, 所以只考虑四代低

质量费米子对 b_i 的贡献.

$$b_c = \frac{1}{3} [33 - 16] = 17/3$$

$$b_L = \frac{1}{3} [22 - 16] = 2$$

$$b_Y = -16/3$$

取 $\alpha_{em}(100\text{GeV}) = 1/128.5$ $\alpha_c(100\text{GeV}) = 0.12 \sim 0.14$ $\alpha_{HC}(\Lambda_{HC}) = 1$

计算表明:

$$M_U = 1.5 \times 10^{15}\text{GeV} \sim 3.8 \times 10^{15}\text{GeV}$$

$$\sin^2\theta_w(M_U) = 0.198 \sim 0.20$$

$$\Lambda_{HC} = 1 \times 10^5\text{GeV} \sim 3.4 \times 10^5\text{GeV}$$

(如果我们考虑“Exotic Families”的夸克和轻子对 b_i 的贡献, $M_U \cdot \sin^2\theta_w(M_U)$ 不受影响, 仅 Λ_{HC} 有所变动, 此时, $\Lambda_{HC} = 1 \times 10^9\text{GeV} \sim 2 \times 10^{10}\text{GeV}$, 与实验不矛盾.)

四、结 论

文献^[1]在手征对称性部分地破缺和动力学质量产生的假设下, 提出了一个 $SU(9)$ 大统一复合模型, 实现了三代费米子的统一, 但存在着两个困难. 本文改进了模型^[1], 克服了其中的困难, 我们选取了不同的不破缺手征子群, 实现了四代费米子的统一. 在我们的模型里, 质子寿命, 低能弱中性流、超色禁闭标度都与实验很好地符合且重子数不守恒的质子衰变现象只发生在大统一能标限以上, 不存在由于亚夸克的重排效应而引起的质子衰变现象.

作者感谢中国科学院高能所杜东生教授和薛丕友老师、东方晓老师的有益讨论; 感谢我院物理系鲁公儒、万陵德老师的有益讨论.

参 考 文 献

- [1] D. Gonzales, *Phys. Lett.*, **129B**(1983), 213
- [2] H. Georgi, *Nucl. Phys.*, **B156**(1972), 126.
- [3] J. Preskill and S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D24**(1981), 1059.
- [4] Panda, S, U. Sarker, *Phys. Lett.*, **B139**(1984), 42.
- [5] Z. Q. Ma, T. S. Tu, P. Y. Xue and X. J. Zhou, *Phys. Lett.*, **B100**(1981), 399.
- [6] G' tHooft, Proceeding of the cargese summer Institute (1979).
- [7] Masakuri Ida, *Prog. Theor. Phys.*, **V69**, (1983), 1554.
- [8] H. Harari, N. Seiberg, *Phys. Lett.*, **115B**, (1982), 450.

$SU(9)$ GRAND UNIFICATION MODEL OF SUBQUARKS

ZHANG XIN-MIN XUE XIAO-ZHOU

(*Xinxiang Teacher's College*)

ABSTRACT

An improved version of the grand unification composite model propose earlier is suggested. Under the hypothesis of partly broken global chiral symmetry, we give the four family of Fermions at low energies to realize unification of four family of Fermions. Neutrino may acquire naturally the Dirac mass. Proton lifetime and weak neutral current at low energy are consistent with experimental results.