

EMC 效应与有效口袋半径

严宗朝 汪醒民 殷鹏程
(上海师范大学) (杭州大学) (同济大学)

摘 要

在本文中,我们提出了束缚核子半径的减小可以产生 EMC 效应的论点,并对目前解释 EMC 效应的流行观点进行了一些讨论。

一、结构函数的袋模型计算

我们知道,在深度非弹中,结构函数可以通过下式求得

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{8\pi} \int d^4x e^{iqx} \langle P, S | [J_\mu(x), J_\nu(0)] | P, S \rangle. \quad (1.1)$$

此处 $J_\mu(x)$ 是强子流。在早期袋模型计算中^[1],都假定

$$J_\mu(x) = \sum_a: \bar{q}_a(x) \gamma_\mu Q q_a(x).$$

这里 $q_a(x)$ 是球腔近似夸克场,由此导致当 $x \geq 1$ 时 $F_1^N(x) \approx 0$ 以及 $F_2^N(x)$ 非正定等一些不合理的结论。原因就在于球腔近似解没有平移不变性,因而过程前后的四动量就不守恒。

为了克服这一缺陷,汪醒民、宋孝同和殷鹏程^[2]提出了如下的袋波函数

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda^3}} \begin{bmatrix} \Psi(z_1) \\ \Psi(z_2) \\ \Psi(z_3) \end{bmatrix} = \Psi(\mathbf{R}, y) = \int d\mathbf{p} \sqrt{\frac{M}{E(2\pi)^3}} e^{-ipy} \Psi(\mathbf{R}). \quad (1.2)$$

此处 z_i 和 y 分别是夸克和袋心的坐标, r_i 是夸克相对于袋心的坐标, $\mathbf{R} \equiv \mathbf{r}_1 \otimes \mathbf{r}_2 \otimes \mathbf{r}_3$, 因子 e^{-ipy} 代表袋心的整体运动,并且

$$\Psi(\mathbf{R}) \equiv \sum_{a_1 a_2 a_3} b_{a_1} b_{a_2} b_{a_3} q_{a_1 p}(\mathbf{r}_1) q_{a_2 p}(\mathbf{r}_2) q_{a_3 p}(\mathbf{r}_3),$$

$$[a_p, a_{p'}^\dagger] = \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad \{b_{a_i p}, b_{\beta_j p'}^\dagger\} = \delta_{ij} \delta_{a_i \beta_j} \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'),$$

$q_p(\mathbf{r}) = S(\Lambda) q(\mathbf{r}_{\parallel} / \text{ch}\Omega, \mathbf{r}_{\perp})$, $S(\Lambda)$ 是旋量变换, $q(\mathbf{r})$ 是 MIT 静态波函数:

$$q(\mathbf{r}) = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \begin{bmatrix} ij_0 \left(\frac{\omega}{R_0} r \right) U_m \\ -(\sigma f) j_1 \left(\frac{\omega}{R_0} r \right) U_m \end{bmatrix}, \quad N^2 = \frac{\omega}{2(\omega-1)j_0^2(\omega)R_0^3},$$

$$\omega = 2.04.$$

令

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^I = A^\mu(y) J_\mu^{\text{em}}(y),$$

则可求出有效流:

$$J_\mu^{\text{em}}(y) = \sum_{1 \rightarrow 2,3} \int \frac{d^3R}{\lambda^3} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_1} \begin{bmatrix} \Psi^+(z_1)(\gamma_0 Q \gamma_\mu) \Psi(z_1) \\ \Psi^+(z_2) \Psi(z_2) \\ \Psi^+(z_3) \Psi(z_3) \end{bmatrix}. \quad (1.3)$$

若推广到 SU_3 , 则只需作代换 $Q \rightarrow \lambda^a$ 即可:

$$J_\mu^a(y) = \sum_{1 \rightarrow 2,3} \int \frac{d^3R}{\lambda^3} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_1} \begin{bmatrix} \Psi^+(z_1) \lambda^a \gamma_0 \gamma_\mu \Psi(z_1) \\ \Psi^+(z_2) \Psi(z_2) \\ \Psi^+(z_3) \Psi(z_3) \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

将式(1.4)代入式(1.1), 经过一系列的计算可求出结构函数如下:

$$W_1^{ab} = cf(x) \sum_a \langle T | b_a^+(\lambda^a \lambda^b) b_a | T \rangle, \quad (1.5)$$

其中 c 是计算过程中出现的某个常数, 而

$$f(x) \equiv \frac{MN^6 R_0^{10}}{2\pi} \int_0^{\beta_0} d\beta \int_{\frac{1}{2}(\beta_0-\beta)}^{\frac{1}{2}(\beta_0+\beta)} (\beta_0 - \beta_2) \beta_2 d\beta_2 (T_{00}^2(\varepsilon, \beta) + T_{11}^2(\varepsilon, \beta)) (T_{00}(\varepsilon, \beta_2) + T_{11}(\varepsilon, \beta_2))^2 \cdot (T_{00}(\varepsilon, \beta_0 - \beta_2) + T_{11}(\varepsilon, \beta_0 - \beta_2))^2. \quad (1.6)$$

这里

$$\beta_0 = (1-x)MR_0,$$

$$T_{00}(\varepsilon, \beta) = \int_0^1 x^2 dx j_0(\varepsilon x) j_0(\beta x),$$

$$T_{11}(\varepsilon, \beta) = \int_0^1 x^2 dx j_1(\varepsilon x) j_1(\beta x).$$

R_0 是核子的袋半径.

从式(1.5)可以证明如下几点:

a) 有明显的 Bjorken 标度无关性: $W_1^{ab} = F_1^{ab}(x)$;

b) 当 $x=1$ 时, $\beta_0=1$, 故 $W_1^{ab}(x=1)=0$;

c) W_1^{ab} 是 x 的正定函数;

d) 若选择 c 使其满足 $c \int_0^1 f(x) dx = 0.5$, 就能满足除动量求和规则以外的一系列部分子求和法则, 这里我们暂且假定这个归一化.

二、标度破坏与有效袋半径

袋模型给出的结构函数(1.6)是 x 与 R 的函数. 因此, 在考虑结构函数的标度破坏

时,最自然的想法是把 R 看成是与 Q^2 有关的函数:

$$\bar{R}_{Q^2} = \bar{R}(R_0, Q^2), \quad \bar{R}(R_0, Q_0^2) = R_0. \quad (2.1)$$

事实上,李政道^[6]曾利用重整化群方程由 $g_R = g\left(\frac{R_0}{R}, g_0\right)$ 解出了 $\alpha(R)$ 与 R 的关系:

$$\alpha(R) = \frac{2\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{\lambda R_0}{R}\right)}. \quad (2.2)$$

可见, $\alpha(R)$ 随 R 的减小而减小.

另一方面,由微扰 QCD, 又有

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}. \quad (2.3)$$

即 α_s 随 Q^2 增加而减小. 虽然 $\alpha_s(Q^2)$ 不等于 $\alpha(R)$ (后者包括红外发散), 但可以认为它们的变化趋势相同. 由此可见, 当 Q^2 增加时, 有效半径 R 减小.

在文献[2]中, 就以此为根据, 加上雷吉修正项, 得到了与实验符合得很好的核子结构函数表达式. 这说明, 有效袋半径是随 Q^2 的增加而减小的:

$$\partial \bar{R} / \partial Q^2 < 0. \quad (2.4)$$

三、EMC 效应与有效袋半径

1982年, 欧洲 μ 介子小组 (EMC)^[3] 发现, 铁和氘中单位核子的结构函数有明显的差别, 因为氘中核子密度很小, 故可认为氘中单位核子的结构函数与自由核子的结构函数相差无几. 但在铁中, 核子是束缚的. 那么, 束缚核子与自由核子之间究竟有何差别? R. L. Jaffe^[4] 对此问题进行了详细的讨论. 他认为, 目前关于解释 EMC 效应的理论可归结为两大类. 第一类就是所谓的卷积 (convolution) 模型, 其基本思想是: 用不同的中间层次来代替原子核中的核子, 而这种中间层次则以一定的几率以卷积的方式嵌入到结构函数的计算中去. 由于这种中间层次的选定有很大的任意性 (例如, π 介子, 核子, 6-quark 集团, α 粒子, Δ 粒子等等), 这就为理论的最后确定带来了很大的困难. 另一类理论就是 Scale 变换理论^[5]. Close 在对结构函数矩作 QCD 分析后提出了如下关系:

$$F_2^A(x, \xi_A Q^2) = F_2^N(x, Q^2), \quad (3.1)$$

若取 $\xi_A = \frac{1}{2}$, 就能很好地解释 EMC 数据.

这里, 我们提出一个更加自然的想法. 我们认为, 束缚核子的半径应比自由核子的半径小, 因而我们假定

$$\bar{R}_A = \bar{R}(R_0, A), \quad \bar{R}(R_0, 1) = R_0, \quad (3.2a)$$

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial A} < 0. \quad (3.2b)$$

将式(3.2)与式(2.1)、(2.2)结合起来, 我们看到有效袋半径是 Q^2 及 A 的函数:

$$\bar{R} = \bar{R}(R_0, Q^2, A), \quad (3.3a)$$

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial Q^2} < 0, \quad \frac{\partial \bar{R}}{\partial A} < 0, \quad (3.3b)$$

$$\bar{R}(R_0, Q^2, 1) = \bar{R}_{Q^2}, \quad (3.3c)$$

$$\bar{R}(R_0, Q_0^2, A) = \bar{R}_A. \quad (3.3d)$$

由(3.3b)可知,给定 Q_0^2 及 $A > 1$, 总能找到 $Q^2 > Q_0^2$, 使得

$$\bar{R}_A = \bar{R}(R_0, Q_0^2, A) = \bar{R}_{Q^2} = \bar{R}(R_0, Q^2, 1). \quad (3.4)$$

又由式(1.6), 它们对应的结构函数也必相同:

$$f(x, \bar{R}_A) = f(x, \bar{R}_{Q^2}). \quad (3.5)$$

由于 $Q_0^2 < Q^2$, 可令, $Q_0^2 = \xi Q^2$ ($\xi < 1$), 则式(3.5)可写成

$$F_2(x, \xi Q^2, A) = F_2(x, Q^2, 1). \quad (3.6)$$

这正是 Clossi 的公式(3.1), 而式(3.5)是它的袋模型表示.

现在我们令

$$F_2^A(x) \equiv F_2(x, \bar{R}_A) = F_2(x, \bar{R}(R_0, Q_0^2, A)), \quad (3.7a)$$

$$F_2^N(x) \equiv F_2(x, \bar{R}(R_0, Q_0^2, 1)) = F_2(x, R_0), \quad (3.7b)$$

$$r_A(x) = F_2^A(x) / F_2^N(x), \quad (3.8)$$

其中取 $R_0 = R_N = 5 \text{ GeV}^{-1}$. 根据式(1.5), 取不同的 R_A , 对式(3.8)进行上机运算, 然后与 SLAC 系列数据^[9]进行比较, 得表 1 和图 1.

表 1

靶核	N	He	Be	Al	Ca	Fe	Au
半径 GeV^{-1}	5	4.85	4.80	4.75	4.70	4.65	4.60

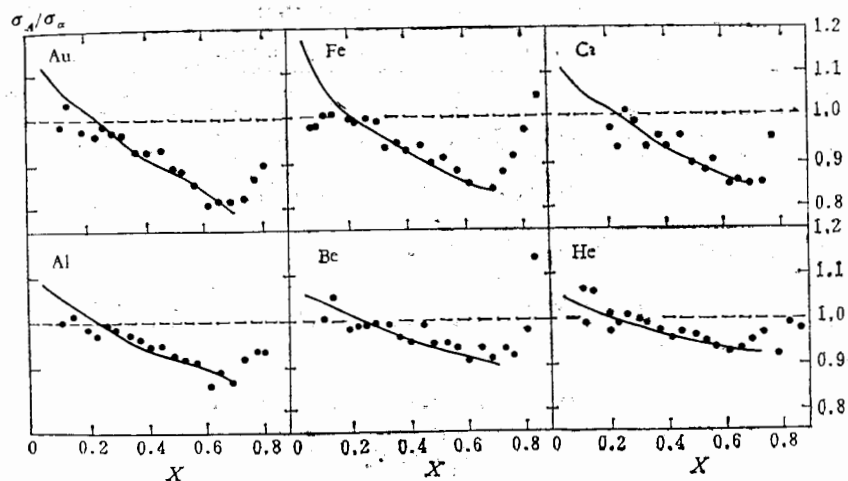


图 1 黑点是文献[9]中给出的实验点; 实线是我们模型的计算结果.

四、小结与讨论

由上面的讨论可知,我们只要简单地假定有效袋半径随原子量 A 的增大而减小,就能很好地解释 EMC 效应。

其实, G. E. Brown^[10] 早在 1979 年就指出, MIT 袋半径对于解释 PP 散射可能太大;而且如此之大的袋半径在核物理中将导致概念上的困难,即由于核子之间排列得很密,即使在通常的核密度的情况下,存在于核子外的由手征对称性而产生的 π 介子将无处可存,因而使核力的最熟知部分——单 π 交换势很难容纳在袋模型图象之中。这样就导致了小口袋模型 (Little Bag Model)。

接着, S. Theberge^[11] 在引入 Cloudy Bag Model 时,曾以 πNP_{33} 共振为依据,得到了最符合实验的核子半径为 0.7fm, 这也比 MIT 的为小。

这说明了 π 介子场的存在有使袋半径变小的趋势。当然,究竟小到如何,还有赖于具体模型。

可能有人会提出如下的观点:“EMC 效应指出,束缚核子中的夸克分布函数移向低动量端,也就是说,大动量的夸克减小,而小动量的夸克增多,由测不准关系,夸克的活动范围、即核子半径应变大。”我们认为,在此处套用测不准关系似有不妥之处:

1. Bjorken 变量 $x \equiv \frac{Q^2}{2p \cdot q}$ 或 xp 在核子静止系中并不代表部分子的动量,分布函数 $f_i(x)$ 也不代表部分子的动量分布,只有在无限动量系中 ($p \rightarrow \infty$), x 才是部分子所携带的动量, $f_i(x)$ 才代表部分子的动量分布。但此时 xp 将是无限大,因而 $\Delta(xp)^2 = (\overline{xp})^2 - (\overline{x})^2 p^2$ 无意义,用它来讨论 ΔR 显然是不合适的。

其实,由于在袋中,夸克满足 Dirac 方程:

$$i\gamma_\mu \partial^\mu \psi = 0. \quad (4.1)$$

加上边界条件,很容易求出:

$$p^2 \phi_n = -\nabla^2 \phi_n = \varepsilon_n^2 \phi_n, \quad \varepsilon_n = \frac{k_n}{R}. \quad (4.2)$$

所以 ϕ_n 是 p^2 的本征态。另一方面,对于束缚态有 $\langle p \rangle = 0$, 因此,

$$(\Delta p)^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 = p^2 = \varepsilon_n^2 = \frac{k_n^2}{R^2}, \quad (4.3)$$

$$\therefore \Delta p \cdot \Delta r = \frac{k_n}{R} \times R = k_n \sim 1. \quad (4.4)$$

满足测不准关系。但由于 $\Delta x = \Delta p / p_{tot}$, 则

$$\Delta x \cdot \Delta r = \frac{k_n}{p_{tot}}. \quad (4.5)$$

与 p_{tot} 有关,不满足测不准关系!

2. 在计算动量平均值时所用的分布函数应是 $|c(p)|^2 = |\langle p | \psi \rangle|^2$, 其中 $\psi(x)$ 是夸克的波函数,与结构函数 $F(x)$ 或部分子分布函数是完全不同的两回事。 $c(p)$ 在原则上可从袋的波函数求出。

总之,根据袋模型唯象学,我们发现,束缚核子半径的减小可以产生 EMC 效应,同时参照 SLAC 的系列数据,具体计算了一些核的半径. 并且进一步论证了上述观点与 Close 标度变化理论的相容性.

当然,我们的计算模型本身是比较粗糙的,它缺少 Regge 行为,而且没有包括海夸克的贡献(这些问题是不难解决的,参看[2]). 因此,我们的结论(参见曲线)在 $x \approx 0$ 处是不可信的(事实上, $x \approx 0$ 处的雷吉项的修正很重要,参见[2])另一方面,曲线在 $x \approx 1$ 处的行为仅仅通过 Fermi 修正就能得到解释^[7,8],这对 $0.05 \leq x \leq 0.65$ 区域内的 EMC 效应是不重要的.

我们希望本文的观点将得到更多实验事实的支持.

参 考 文 献

- [1] R. L. Jaffe, *Phys. Rev.*, **D11**(1975), 1953.
- [2] X. M. Wang, X. T. Song and P. C. Yin, *Hadronic. J.*, **6**(1983), 985.
或高能物理与核物理, **Vol 6** (1982), 560; **Vol 7** (1983), 160.
- [3] J. J. Aubert et al, *Phys. Letts.*, **123B**(1983), 275.
- [4] R. L. Jaffe, MIT Preprint Oct. 1983 CTP #1120.
- [5] F. E. Close et al, *Phys. Letts.*, **129B**(1983), 346.
- [6] T. D. Lee, *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 1802.
- [7] C. H. Llewellyn Smith, *Phys. Letts.*, **128B**(1983), 107.
- [8] A. Bodek and J. Ritchie, *Phys. Rev.*, **D23**(1981), 1070; **D24**(1981), 1400.
- [9] R. G. Arnold et al, SLAC-PUB-3257(1983).
- [10] G. E. Brown et al, *Phys. Letts.*, **82B**(1979), 177.
- [11] S. Theberge et al, *Phys. Rev.*, **D22**(1980), 2838.

THE EMC EFFECT AND THE EFFECTIVE BAG RADIUS

YAN ZONG-CHAO

(Shanghai Teacher's University)

WANG XING-MIN

(Hang Zhou University)

YIN PENG-CHENG

(Tong Ji University)

ABSTRACT

In this paper, We present a view point that the reduction of bounded nucleon radius naturally explains the EMC effect. Some discussion is given at the end of the paper concerning the prevalent explanations about the EMC effect.