

# IBM 能谱的核心效应修正

廖继志  
(四川大学物理系)

## 摘 要

本文提出一种观点,认为满壳层核心对 IBM 能谱的影响,可以通过转动惯量的重整化来考虑,从而大幅度改善了 IBM 能谱在高自旋态下与实验能谱的符合程度。

## 一、引 言

相互作用玻色子模型 (IBM) 的问世<sup>[1]</sup>, 在核结构模型理论中开辟了一个新的领域。IBM 在描述中等重量和较重的偶偶核的低激发态方面取得了相当大的成功<sup>[2]</sup>。但是在预言较高自旋态的能量时,常常出现相当大的偏差。目前已经积累了大批原子核的有关高自旋态的实验数据。所以扩展 IBM 的适用能区就显得很迫切了。Gelberg 等人<sup>[3]</sup>在 IBM 中考虑带交叉以计算 <sup>136</sup>Ba 的 Yrast 带; Yoshida 及其同事们<sup>[4]</sup>以质子-中子相互作用玻色子模型 (IBM-2) 描述核心系统,再加上处于侵入态(如  $1h_{11/2}$  和  $1i_{13/2}$ ) 的一对孩子与核心耦合以研究 Ba 和 Ce 核的结构。吴华川<sup>[5]</sup>用  $s, d, g$  IBM 加上能量微扰项  $-\delta(L \cdot L)^2$  以改善较高自旋态与实验符合的情况。本文从完全不同的观点出发,在能谱公式中引入一个简单的唯象修正,将计算与实验的符合推入回弯区。

## 二、公 式

我们限于讨论  $s, d$  IBM 的  $SU(3)$  极限。假定偶偶核的性质主要由满壳层外的价核子决定。价核子两两耦合成等效  $s$  和  $d$  玻色子。因而系统具有  $U(6)$  对称性。在  $SU(3)$  极限下,哈密顿量可写成<sup>[2]</sup>

$$H = -\kappa \sum_{i,j} Q_i \cdot Q_j - \kappa' \sum_{i,j} L_i \cdot L_j. \quad (1)$$

式中

$$L_m^{(1)} = \sqrt{10}(d^+d)_m^{(1)}, \quad Q_m^{(2)} = (d^+s + s^+d)_m^{(2)} - \frac{\sqrt{7}}{2}(d^+d)_m^{(2)} \quad (2)$$

$s^+(s)$  和  $d^+(d)$  分别是  $s$  玻色子和  $d$  玻色子的产生(消灭)算符。由此可得能谱公式

$$E([N](\lambda, \mu)KLM) = \alpha L(L+1) - \beta[\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu)]. \quad (3)$$

式中  $\alpha = \frac{3}{4}\kappa - \kappa'$ ,  $\beta = \kappa$ ;  $[N]$  是  $SU(6)$  的全对称表示,  $(\lambda, \mu)$  是  $SU(3)$  的表示,  $L$  是角动量。将(3)式与玻尔公式

$$E = \frac{\hbar^2}{2J} L(L+1) + E_0 \quad (4)$$

相比较,可以看出,对于确定的  $(\lambda, \mu)$ ,  $\alpha$  相当于转动惯量的倒数  $\hbar^2/2J$ 。

根据 IBM 的基本假定,由  $\alpha$  决定的转动惯量基本上是价核子的贡献,核心的作用只在于提供玻色子赖以存在的平均场。然而,从微观的角度看,原子核是存在强烈对关联的超流体系,核内核子两两耦合成角动量  $L=0$  的核子对(即 Cooper 对;新近已有人考虑  $L=2$  对在对关联中的作用)。核内玻色子自由度应该来自核子自由度,因此这种 Cooper 对与玻色子之间很可能有某种联系,杨立铭等人正在研究这种联系<sup>1)</sup>。随着转动角速度的增大,柯氏力使对关联逐渐减弱以致最后瓦解<sup>6)</sup>。这一效应应该以某种形式反映到 IBM 之中。于是,我们把对关联随转动角速度增大而减弱的性质对玻色子的影响以一种等效核心转动惯量  $J_{core}$  的形式给出,并认为  $J_{core}$  包含外围玻色子转动惯量受转动角速度的影响而发生的变化在内。这样,可以认为玻色子性质未受影响,在高角动量下 IBM 形式不变,而  $J_{core}$  则可近似地取对整个原子核适用的表达形式。因此核的转动惯量应该是外围核子的转动惯量  $J_n$  与等效核心转动惯量  $J_{core}$  之和

$$J = J_n + J_{core} \quad (5)$$

根据指数式转动惯量模型<sup>6)</sup>,我们将  $J_{core}$  取为

$$J_{core} = J_{rig} e^{-\Delta_0(1-L/L_c)^{\frac{1}{2}}} \quad (6)$$

$J_{rig}$  是刚体转动惯量,  $\Delta_0$  是无量纲等效对能隙参量;  $L_c$  为对关联消失的临界角动量。这样,核心的影响以转动惯量重整化的形式表现出来。于是由(3)式和(5)式可得修正后的能谱公式

$$E([N](\lambda, \mu)KLM) = \frac{L(L+1)}{\hbar + h \exp\{-\sqrt{1-L/L_c}\}} - \beta C(\lambda, \mu) \quad (7)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \hbar &= 2J_n/\hbar^2, \quad h = 2J_{rig}/\hbar^2 \\ C(\lambda, \mu) &= \lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

为了减少参量,我们已令  $\Delta_0 = 1^2$ 。显然(7)式只在  $L \leq L_c$  的条件下成立。另外,我们假定,转动惯量的重整化不影响核态的波函数。以上的方法也可用于  $s.d.g$  IBM 的  $SU(3)$  极限。

### 三、计算结果和讨论

对于固定的  $(\lambda, \mu)$ , (7) 式含有四个参量:  $\hbar, h, L_c$  和  $\beta$ 。其中,刚体转动惯量按下式

1) L. M. Yang, D. H. Lu, and Z. N. Zhou, Nucl. Phys., A421 (1984), 229c.

2) 根据我们在[15]中的计算,多数核的  $\Delta_0$  与 1 接近,并考虑到等效核心转动惯量的近似程度,这样取,够了。

计算

$$J_{rig} = \frac{2}{5} AMR^2 = \frac{2}{5} Mr_0^2 A^{\frac{5}{3}}$$

式中 $M$ 是核子质量, $A$ 是核心的质量数.对于稀土核, $A = 132$ ,若取 $r_0 = 1.28\text{fm}$ ,则 $h = 0.1081\text{MeV}^{-1}$ ;对于铜系核, $A = 208$ ,取 $r_0 = 1.45\text{fm}$ ,则 $h = 0.2965\text{MeV}^{-1}$ .在以下的计算中,就选用这两个 $h$ 值.这样,实际上只有三个可调参量;而对基态带,参量减至两个,即 $k$ 和 $L_c$ .于是在选定的 $L_c$ 值下,用基态带中一个能级的实验能量值可定 $k$ 值,然后用 $\beta$ 振动带或 $\gamma$ 振动带的带头能级的实验能量算出 $\beta$ 值.计算结果表明,用(7)式计算的能谱与实验能谱的符合情况比(3)式有很明显的改进.下面举出几个例子.

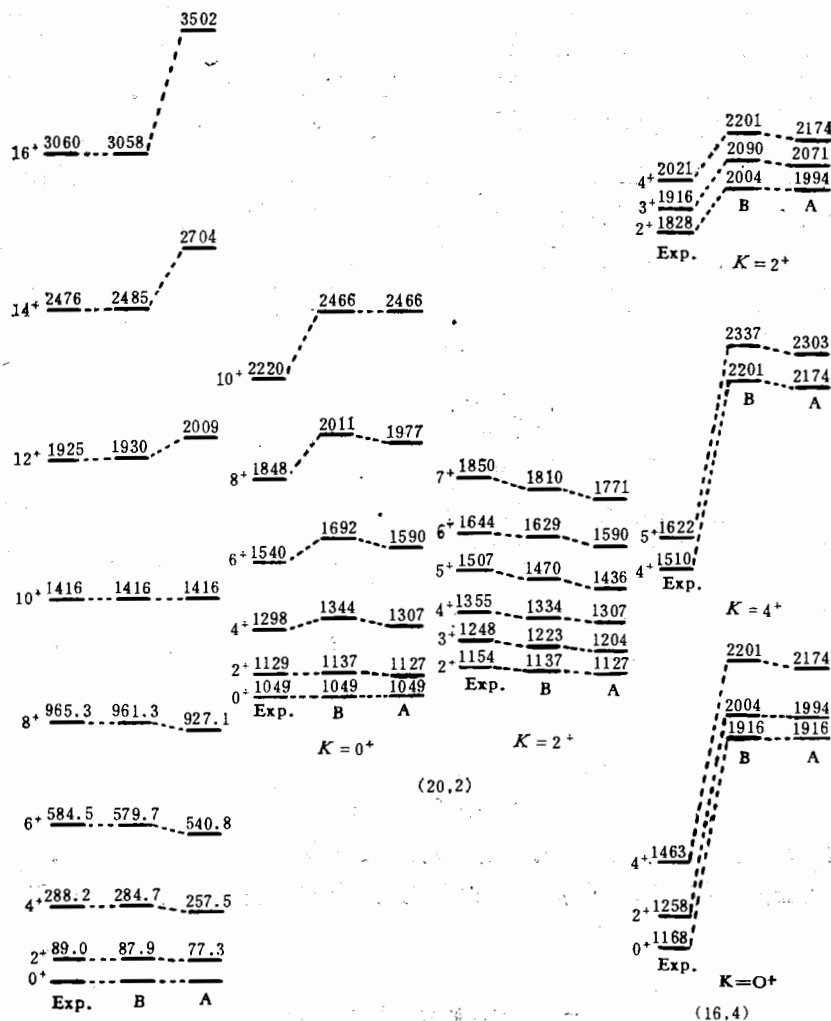


图1  $^{152}\text{Gd}_{2+}$  的能谱: Exp.—实验能谱<sup>[17]</sup>; A—(3)式计算谱; B—(7)式计算谱. 能量单位为 keV(以下同). 参量: A— $\alpha = 12.876$ ,  $\beta = 7.6043$ ; B— $k = 0.026673$ ,  $h = 0.10814$ ,  $L_c = 23\frac{1}{2}$ .

在图 1 中, 给出了  $^{156}\text{Gd}$  的计算能谱与实验能谱的比较。未改正的 IBM 谱和改正后的能谱都用  $10^+$  态的能量来确定参量。对于基态转动带, (3) 式与简单玻尔公式一致, 自然不能得到好的结果。而经过转动惯量重整化的能量, 直到  $16^+$  态都与实验符合得很好。但是, 对于激发带, 转动惯量重整化并未带来多大好处。在表 1 中, 列出了另外两个例子 (只给出了 (7) 式的计算结果)。表中用圆括号括起来的数字是用以确定  $k$  和  $\beta$  值的能量, 同时改变  $L_c$  以得到最好的总体符合。可以看出, 基态带与实验数据符合得相当好, 激发带的符合不如基态带那样好。特别是, (3) 式和 (7) 式表明, 在  $(\lambda, \mu)$  一定时, 激发能与  $K$  无关, 而实验数据显示了明显的  $K$  依赖性 (见图 1)。

表 1  $^{182}\text{W}$  和  $^{234}\text{U}$  的能谱及其与实验谱的比较 (keV)

$^{234}\text{U}$ $k = 0.02772, L_c = 44\hbar, \beta = 5.400$					$^{182}\text{W}$ $k = 0.01832, L_c = 37\hbar, \beta = 3.811$						
$L$	$E_{\text{exp}}^{[8]}$	$E_{\text{th}}(26,0)$	(22,2)		$L$	$E_{\text{exp}}^{[9]}$	$E_{\text{th}}(50,0)$	(46,2)			
2	43	43.1	$K = 0^+$		2	100.1	101.3	$K = 0^+$			
4	143	140.9	$L$	$E_{\text{exp}}$	$E_{\text{th}}$	4	329.5	331.3	$L$	$E_{\text{exp}}$	$E_{\text{th}}$
6	296	290.1	0	810	(810)	6	681.9	681.6	0	—	1120.4
8	497	487.5	2	852	853.1	8	1144	(1144)	2	1257.8	1221.7
10	740	729.4	4	948	950.9	10	1712	1709.5	4	1510.3	1451.7
12	1023	1012.5	$K = 2^+$		12	2373	2368.9	$K = 2^+$			
14	1340	1332.9	$L$	$E_{\text{exp}}$	$E_{\text{th}}$	14	3113	3112.2	$L$	$E_{\text{exp}}$	$E_{\text{th}}$
16	1687	(1687)	2	927	853.1	2			2	1221.7	(1221.7)
18	2060	2070.7	3	969	895.3	3			3	1332.2	1321.1
20	2463	2479.7	4	1023	950.9	4			4	1442.9	1451.7
22	2889	2909.8				5			5	1620.4	1612.3
24	3338	3356				6			6	1762.9	1802.0
26	3807	3813									
28	4296	—									

现在, 我们以  $^{168}\text{Yb}$ 、 $^{182}\text{Os}$  和  $^{248}\text{Cm}$  三种原子核的基态带为例, 将 (7) 式的计算值与平方根公式

$$E_L = a\{\sqrt{1 + bL(L+1)} - 1\} \quad (9)$$

的计算值<sup>[10]</sup>相比较, 结果列在表 2 中。转动能谱的这个表示式, 最初是作为一个经验公式提出来的<sup>[11]</sup>。新近, 曾谨言等人从玻尔哈密顿出发给出了它的理论推导<sup>[10]</sup>, 并用实例证明了它比三参量和四参量的  $L(L+1)$  展开式以及可变转动惯量模型 (VMI) 更好地符合实验数据。因此, 将我们的结果与 (9) 式比较是有意义的。从表 2 看出, (7) 式和 (9) 式与实验能谱符合的情况大体上是相同的。这说明 (7) 式也比  $L(L+1)$  展开和 VMI 模型更符合实际。计算结果表明, (7) 式或只适用于带交叉之前的基态带。这就是说, 它只能再现  $J-\omega^2$  图中  $J$  达到最大值之前的回弯和上弯部分, 不能产生  $Y_{\text{rast}}$  带中的  $S$  形  $J-\omega^2$  曲线, 这一点也与 (9) 式的情况相同。但是, 如果将核心中的质子和中子分开处理而将  $J_{\text{core}}$  写成

表2  $^{248}\text{Cm}$ 、 $^{168}\text{Yb}$  和  $^{182}\text{Os}$  基态带能谱比较 (keV)

I	$^{248}\text{Cm}$			$^{168}\text{Yb}$			$^{182}\text{Os}$		
	$k = 0.02224 \quad a = 8060$ $L_c = 48\hbar \quad b = 0.0018$			$k = 0.02638 \quad a = 5081.5$ $L_c = 24\hbar \quad b = 0.0058$			$k = 0.00516 \quad a = 2347.2$ $L_c = 18\hbar \quad b = 0.01851$		
	$E_{\text{exp}}^{[12]}$	$E_{\text{th}}$	$E_{\text{th}}$	$E_{\text{exp}}^{[13]}$	$E_{\text{th}}$	$E_{\text{th}}$	$E_{\text{exp}}^{[14]}$	$E_{\text{th}}$	$E_{\text{th}}$
2	43.4	44.9	(43.4)	87.7	88.4	(87.7)	126.9	(126.9)	(126.9)
4	143.6	147.0	143.8	286.6	(286.6)	(286.6)	400.3	400.6	(400.3)
6	298.2	303.1	299.1	585.3	584.4	585.2	794.1	793.2	782
8	505.1	509.8	506.4	970.1	970.7	968.7	1278.1	1274.9	1237.7
10	760.9	763.8	761.9	1425.5	1433	1422	1812.3	1812.8	1742.6
12	1061.7	(1061.7)	(1061.7)	1936	1957	1932	2346.5	2368.5	2280.6
14	1403	1400	1402	2489	2527	2486	2841	2890.6	2841.5
16	1781	1775	1777	3073	3123	3077	3320.4	3291.3	3418.7
18	2189	2182	2185	3687	3719	3696			
20	2623	2619	2621	4337	4274	4338			
22	3078	3081	3081						
24	3554	3563	3564						
26	4049	4061	4066						
28	4565	4569	4586						
30	5107	5084	5120						

两项之和,例如

$$J_{\text{core}} = J_{\text{rig}} \left[ \frac{Z}{A} e^{-\Delta_0(1-L/L_c)^{1/2}} + \frac{N}{A} e^{-\Delta_0(1-L/L_c)^{2x}} \right].$$

式中  $N$ 、 $Z$  和  $A$  分别是核心的中子数、质子数和质量数,  $x$  是某个与  $L$  无关的常数,  $L_c > L_c'$ ; 或者像文献[15]那样处理, 就可以得到上述的  $S$  形曲线。当然, 这意味着自由参量数目的增加。

最后, 由(5)式、(6)式和(8)式可求出基态转动惯量

$$2J_{gr}/\hbar^2 = k + \frac{\hbar}{c}.$$

对于稀土核  $\hbar/c = 0.0375\text{MeV}^{-1}$ , 这个值通常比  $k$  值大。这表明等效核心转动惯量比玻色子的贡献大。而且随着角动量  $L$  的增加, 等效核心转动惯量越来越占支配地位。因此, 我们可以说, 考虑等效核心转动惯量的影响是改善 IBM 在高自旋态下的适用情况的可能途径之一。

### 参 考 文 献

- [1] A. Arima and F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.*, 35(1975), 1069.  
 [2] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, 99(1976), 253; 111(1978), 201; 115(1978), 325; 123(1979), 468.  
 [3] A. Gelberg et al., *Phys. Rev.*, C22(1980), 937.  
 [4] N. Yoshida et al., *Phys. Lett.*, 114B(1982), 86.  
 [5] Wu Hua-chuan, *Phys. Lett.*, 110B(1982), 1.  
 [6] P. C. Sood and A. K. Jain, *Phys. Rev.*, C18(1978), 1906.  
 [7] A. Buyrn, *Nucl. Data Sheets*, 14(1975), 471; P. O. Lipas et al., *Phys. Scr.*, 27(1983), 8.

- [8] H. Ower et al., in Inter. Conf. On Nucl. Behaviour At High Angular Momentum, 1980, p. C10—102.
- [9] M. S. S. El-Daghmah et al., *Z. Phys.*, A309(1983), 219; B. D. Jeltens et al., *Nucl. Phys.*, A280(1977), 21.
- [10] 吴崇试、曾谨言, 高能物理与核物理, 8(1984), 445.
- [11] P. Holmberg et al., *Nucl. Phys.*, A117(1968), 552.
- [12] P. B. Piercey et al., Proc. Intern. Conf. on Band Structure and Nucl. Dynamics (New Orleans, 1980), p. 57.
- [13] L. R. Greenwood, *Nucl. Data Sheets*, 11(1974), 385.
- [14] R. M. Lieder et al., *Nucl. Phys.*, A375(1982), 291.
- [15] 廖继志, 蒲贤安, 高能物理与核物理, 8(1984), 486; 也见 *Chinese Physics*, Vol. 5(1985), 396.

## THE CORRECTION OF IBM SPECTRUM FOR CORE EFFECT

LIAO JI-ZHI

(Sichuan University)

### ABSTRACT

It is proposed in this paper that the effect of the core of closed shells to IBM spectrum can be taken into account through the renormalization of the moment of inertia. Thus, the corrected IBM spectra can significantly improve the fitting of the experimental data at high spin states.