

# 质子-核弹性散射的相对论微观 光学势分析

马中玉 顾英圻 朱 萍 卓益忠

(中国原子能科学研究院,北京)

## 摘 要

本文用基于 Walecka 模型得到的相对论微观光学势<sup>[1]</sup>系统地分析了 300 MeV 以下质子-核的弹性散射实验数据,包括微分截面,分辨本领和自旋转动函数。理论计算结果与实验数据很好地符合,在  $\theta < 70^\circ$  范围内较好地符合实验微分截面,并且能给出自旋有关量的细致结构。结果表明这种简单的模型给出的相对论微观光学势适用于各种靶核、 $E < 300\text{MeV}$  的很大能量范围内的核子弹性散射。它可以推广用于核输运理论以及重离子反应中同时考虑核介质与相对论效应。

## 一、引 言

近年来越来越多的质子-核弹性散射的实验数据,不仅包含各种靶核和入射能量的微分截面,而且包含自旋有关量的精确测量。这些高精度的数据提供了核子-核相互作用势的更多信息,可以帮助我们消除核势中的部分不确定性,同时从核子相互作用的微观方法研究核势来得到核介质效应及其它效应。

八十年代初 Dirac 唯象势与相对论冲量近似在解释和预言高能质子-核弹性散射的自旋有关量的细致结构上取得了很大的成功<sup>[2,3]</sup>,人们对核物理中相对论效应的研究产生了很大的兴趣。在  $E < 300\text{MeV}$  时核介质效应是很重要的,不可忽略。文献[1]基于 Walecka 模型<sup>[4]</sup>从包含核子、 $\sigma$  和  $\omega$  介子的有效拉格朗日密度出发,给出了相对论微观光学势。在核介质中介子-核子的有效耦合常数  $g_\sigma$ 、 $g_\omega$  由在 Hartree-Fock 近似下符合核物质饱和性质来确定。在我们的模型中,核子光学势的实部取为核子的 Hartree-Fock 自能,而虚部由自能的二级图计算得到。采用定域密度近似可以得到有限核的定域的相对论微观光学势。本文用此相对论微观光学势系统地分析了 300MeV 以下质子-核的弹性散射实验数据,包括微分截面  $d\sigma/d\Omega$ 、分辨本领  $P(\theta)$  和自旋转动函数  $Q(\theta)$ 。理论计算结果与实验数据很好地符合,在  $\theta < 70^\circ$  范围内较好地符合实验微分截面,并且能

出自旋有关量的细致结构。文章中还将相对论微观光学势与唯象势进行了比较,发现微观势与唯象势的实部很相近,而虚部势差别较大,甚至有不同洛仑兹性质,说明虚部势还存在一定的不确定性。

计算结果表明基于 Walecka 模型在最低级近似下得到的核子的相对论微观光学势适用于各种靶核、 $E < 300\text{MeV}$  的很大能量范围内的核子弹性散射。这种简单模型可以推广用于核输运理论以及重离子反应等同时考虑核介质与相对论效应。

## 二、核子-核的等效相互作用

我们从包含核子、同位旋标量介子  $\sigma$ 、 $\omega$  的有效拉格朗日密度出发

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi + \frac{1}{2}(\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu \\ & - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - g_\sigma \bar{\psi}\psi\sigma - g_\omega \bar{\psi}\gamma^\mu \omega_\mu \psi \\ F_{\mu\nu} = & \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu, \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中  $\psi$ 、 $\sigma$ 、 $\omega_\mu$  分别是核子、 $\sigma$  和  $\omega$  介子的场算符,  $M$ 、 $m_\sigma$ 、 $m_\omega$  是它们相应的质量, 取  $M = 938.9\text{MeV}$ ,  $m_\sigma = 550\text{MeV}$ ,  $m_\omega = 783\text{MeV}$ 。在核介质中介子-核子的有效耦合常数  $g_\sigma$ 、 $g_\omega$  由在 Hartree-Fock 近似下符合核物质的饱和性质, 即核物质的饱和密度为  $k_F = 1.36\text{fm}^{-1}$ , 每个核子的结合能为  $15.75\text{MeV}$  来确定, 得到  $g_\sigma^2/4\pi = 7.3$  和  $g_\omega^2/4\pi = 10.9$ 。

在核物质中由介子交换得到的核子的自能算符一般可表示为

$$\Sigma(k_p, k_F) = \Sigma^s(k_p, k_F) - \gamma^0 \Sigma^0(k_p, k_F) + \boldsymbol{\gamma} \cdot \hat{k} \Sigma^v(k_p, k_F), \quad (2.2)$$

其中  $\Sigma^s$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^v$  分别是标量自能和矢量自能的时间和空间分量, 一般来说它们是核子的四维动量  $k_p$  和核物质密度  $k_F$  的函数。在最低级近似下, 只考虑核子的 Hartree-Fock 自能, 费米面外核子自能虚部的最低级贡献来自二级图, 即核心极化图。我们知道核子在核介质中的自能就是核子与核的等效相互作用, 即核子的光学势。对有限核采用通常的定域密度近似得到一个定域的相对论光学势  $\Sigma(r, E)$ , 它是入射核子能量的函数。核子波函数满足 Dirac 方程

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p}(1 + \Sigma^v) + \gamma^0(M + \Sigma^s) - \Sigma^0]\psi = E\psi \quad (2.3)$$

重新整理上面的方程, 化为只含有标量势和矢量势的形式, 可以得到

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \gamma^0(M + U_s) + U_0]\psi = E\psi, \quad (2.4)$$

其中

$$U_s = \frac{\Sigma^s - \Sigma^v M}{1 + \Sigma^v}, \quad U_0 = \frac{-\Sigma^0 + E\Sigma^v}{1 + \Sigma^v}.$$

为了求解核子-核散射的散射振幅, 我们用消去 Dirac 旋量的小分量, 得到大分量满足的方程

$$\left[ p^2 + i \frac{1}{D(r)} \frac{d}{dr} D(r) \hat{r} \cdot \mathbf{p} - \frac{1}{D(r)} \frac{dD(r)}{dr} \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}}{r} + D(r)G(r) \right] \psi > = 0. \quad (2.5)$$

其中

$$D(r) = M + U_s(r) + E - U_0(r) - V_c(r)$$

$$G(r) = M + U_s(r) - E + U_0(r) + V_c(r)$$

$V_c$  是库仑势。为消去一次微商项, 引进下面的变换

$$\psi_{>}(r) = \sqrt{\frac{D(r)}{M+E}} \varphi(r). \quad (2.6)$$

当  $r \rightarrow \infty$  时  $\psi_{>}(r) = \varphi(r)$ , 即在无穷远处它们有相同的渐近行为, 我们得到 Schrödinger 型的方程

$$\left[ \frac{p^2}{2E} + U_{cen}(r) + V_c(r) + U_{LS} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \right] \varphi(r) = \frac{E^2 - M^2}{2E} \varphi(r) \quad (2.7)$$

Schrödinger 等价势的中心势和自旋-轨道耦合势分别为

$$U_{cen}(r) = U_0 + \frac{1}{2E} [U_s(2M + U_s) - (U_0 + V_c)^2] \\ + \frac{1}{2E} \left[ -\frac{1}{2r^2 D(r)} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dD(r)}{dr} \right) + \frac{3}{4} \left( \frac{1}{D(r)} \frac{dD(r)}{dr} \right)^2 \right] \\ U_{LS}(r) = -\frac{1}{2ErD(r)} \frac{dD(r)}{dr}.$$

中心势的第三项称为 Darwin 项, 是个小量可以忽略。

我们计算了  $p + {}^{40}\text{Ca}$  的薛定格等价势, 计算表明中心势的实部随能量上升变浅, 由吸引变为排斥, 在  $E = 200\text{MeV}$  左右, 势的中心部分变浅, 而表面变深, 出现“酒瓶底”的形状。中心势的虚部在几十 MeV 以下主要是表面吸收, 而随着能量上升逐渐变为体吸收, 势的深度随能量上升而加深, 即吸收增大。由 Dirac 方程可以直接得到核子的自旋-轨道耦合势, 它们是表面型的, 实部的强度随能量增加而减弱, 而虚部随能量增加而加大。这些势的特征与唯象势的性质完全一致。

### 三、质子-核弹性散射

有限核的定域的相对论微观光学势由定域密度近似来得到, 即从有限核的密度分布来计算相应密度的核物质的光学势得到光学势随空间的分布。有限核的密度分布除了轻核 ( ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{16}\text{O}$ ) 外, 我们选用 Negele 的经验公式<sup>[5]</sup>

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - c)/a]} \quad (3.1)$$

其中  $\rho_0$  由归一化条件可以确定为

$$\rho_0 = \frac{3A}{4\pi c^3(1 + \pi^2 a^2/c^2)}$$

取  $a = 0.54\text{fm}$ ,  $c = (0.978 + 0.0206A^{1/3})A^{1/3}\text{fm}$ ,  $A$  为靶核的核子数。对  ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{16}\text{O}$  我们选用高斯型的密度分布<sup>[6]</sup>

$$\rho(r) = \rho_0(1 + ar^2/a^2) \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) \quad (3.2)$$

$$\rho_0 = \frac{A}{4\pi a^3} \sqrt{\pi} \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{8} \alpha \right)$$

其中  $\alpha$ 、 $a$  对  $^{12}\text{C}$  和  $^{16}\text{O}$  分别取为  $4/3$ ,  $1.65\text{fm}$  和  $2$ ,  $1.76\text{fm}$ 。

质子由自旋为零的靶核的散射可以由自旋有关和自旋无关的散射振幅来表示

$$F(\theta) = A(\theta) + \sigma \cdot \hat{n} B(\theta) \quad (3.3)$$

其中  $\sigma$  是质子自旋算符,  $\hat{n}$  为散射平面的单位矢量,  $\hat{n} = \hat{k} \times \hat{q}$ ,  $\hat{k}$  和  $\hat{q}$  分别为入射束流和传递动量方向的单位矢量。用此散射振幅可以得到弹性散射的微分截面、分辨本领和自旋转动函数

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2 \quad (3.4)$$

$$P(\theta) = \frac{2\text{Re}[A(\theta)B^*(\theta)]}{|A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2} \quad (3.5)$$

$$Q(\theta) = \frac{2\text{Im}[A(\theta)B^*(\theta)]}{|A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2} \quad (3.6)$$

我们首先分析了入射能量  $E_p = 65\text{MeV}$  的质子与  $^{12}\text{C}$ 、 $^{16}\text{O}$ 、 $^{40}\text{Ca}$ 、 $^{58}\text{Ni}$ 、 $^{90}\text{Zr}$ 、 $^{118}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  等一系列核的弹性散射实验数据<sup>[7]</sup>。图 1 给出了它们的弹性散射微分截面,点是实验值,实线是用相对论微观光学势计算的截面。我们看到理论计算能给出与实验结果基本一致的衍射图象,对  $\theta < 70^\circ$  的区域理论计算与实验符合较好,在大角度处理论计算值比实验值偏高。图 2 给出了它们的自旋有关量,分辨本领  $P(\theta)$  和自旋转动函数  $Q(\theta)$ 。理论与实验符合的情况与微分截面类似,对一系列靶核在小角度区域理论计算都能较好地给出自旋有关量的细致结构,而在大角度处与实验结果比较有些偏离。大角度的散射,即大动量转移的散射主要由核势的内部结构来决定,我们采用经验的密度公式及定域密度近似,不能给出核密度分布的细致结构及核势的非定域性质。

我们同时也分析了  $p + ^{40}\text{Ca}$  在不同入射质子能量时的弹性散射实验。

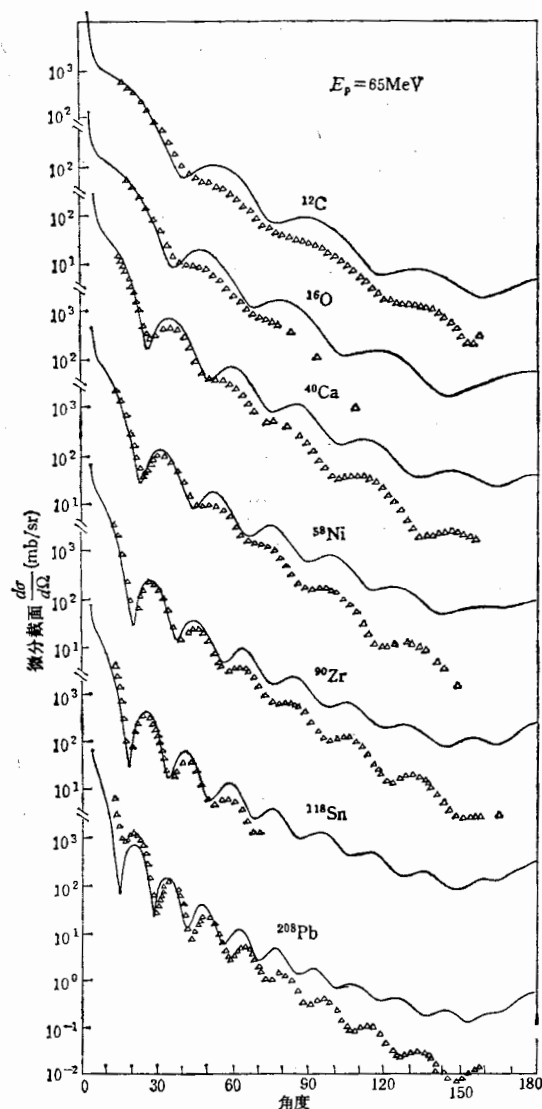
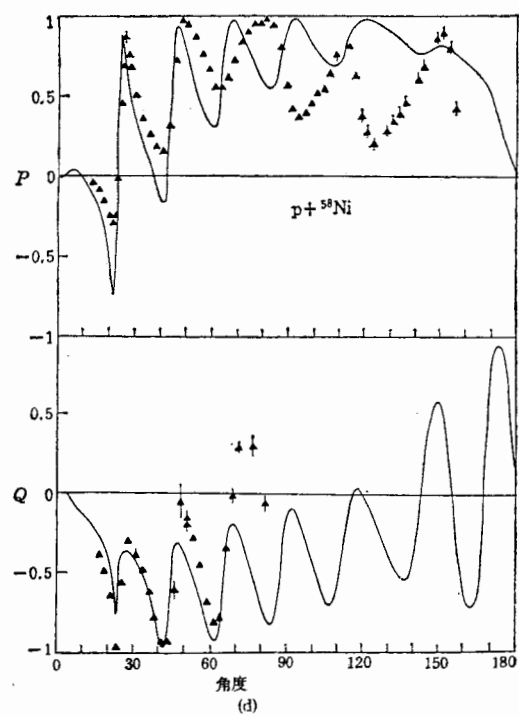
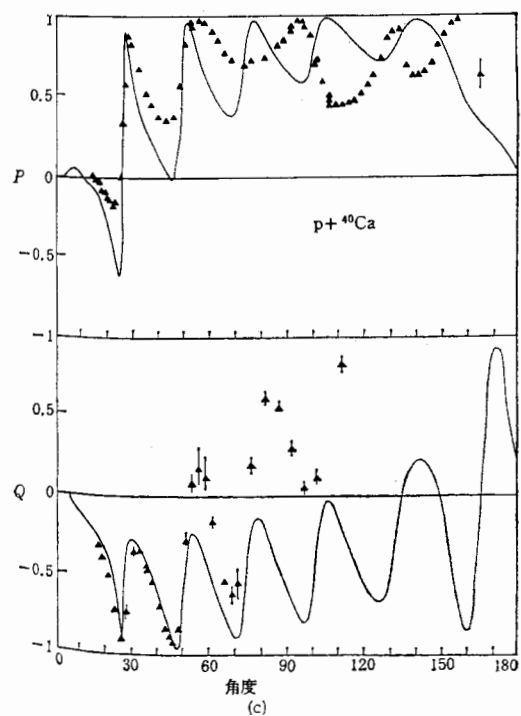
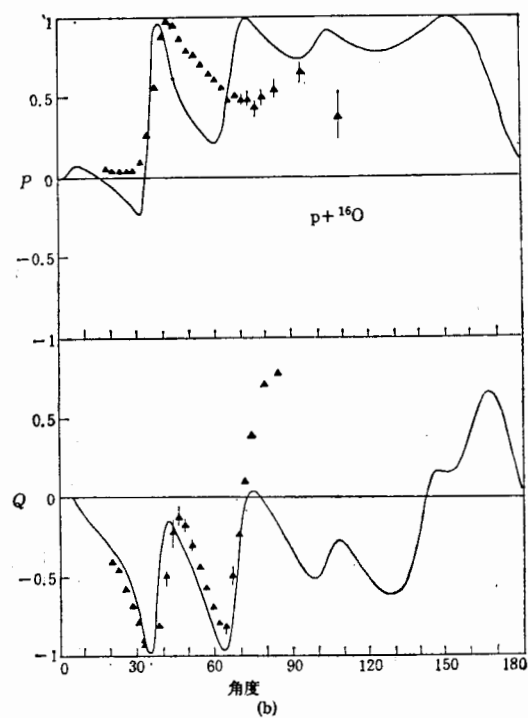
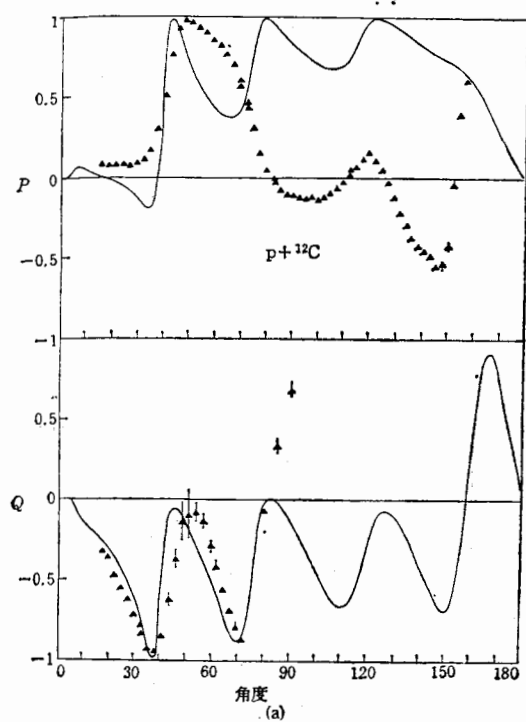


图 1  $E_p = 65\text{MeV}$  质子-核弹性散射微分截面

图 3 和图 4 分别给出入射质子能量从  $30\text{MeV}$  到  $180\text{MeV}$  的微分散射截面和分辨本领  $P(\theta)$ , 由于缺少自旋转动函数的实验数据, 我们没有给出计算结果。



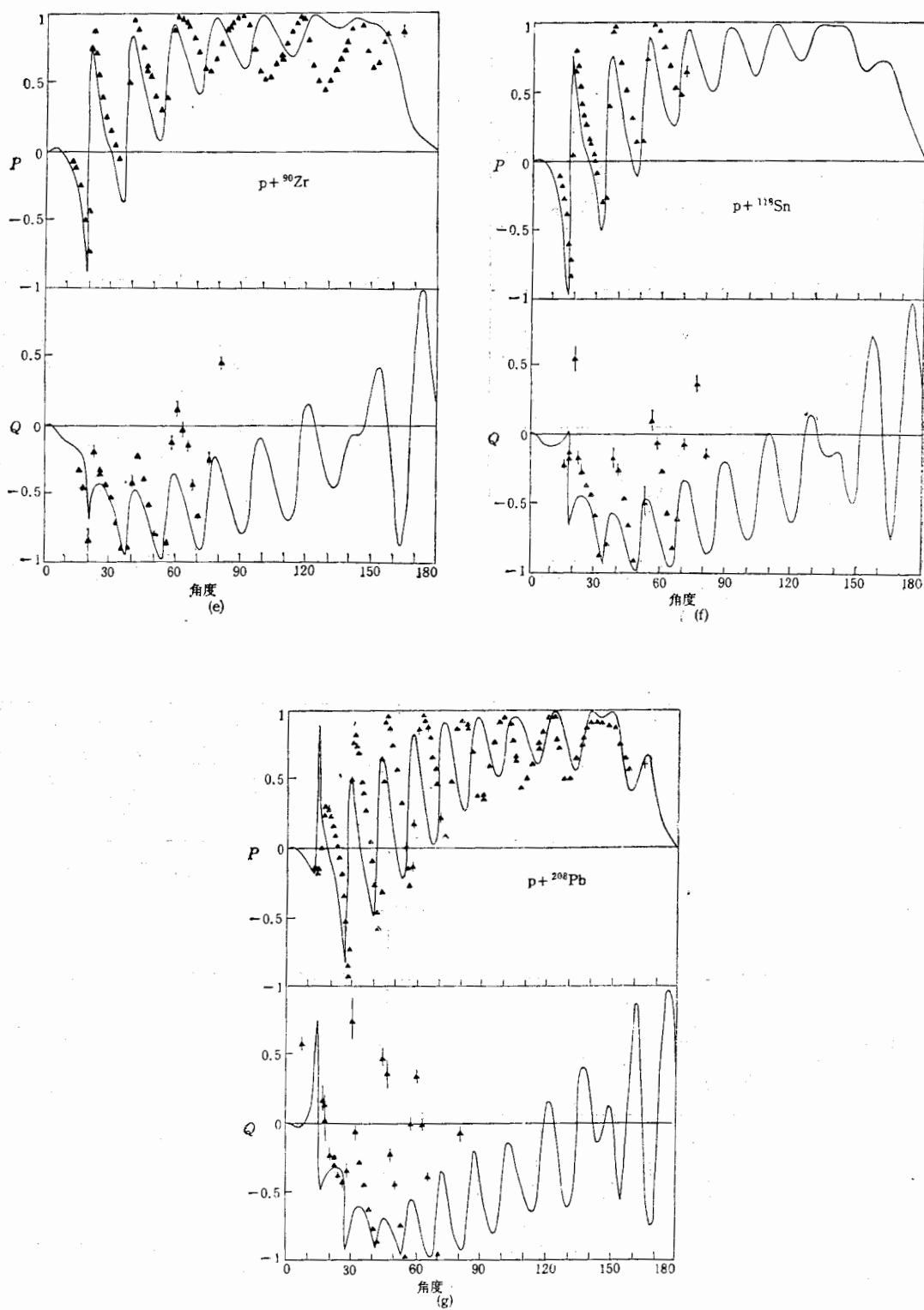


图2  $E_p = 65 \text{ MeV}$  质子-核弹性散射的自旋有关量: 分辨本领  $P(\theta)$  和自旋转动函数  $Q(\theta)$ .

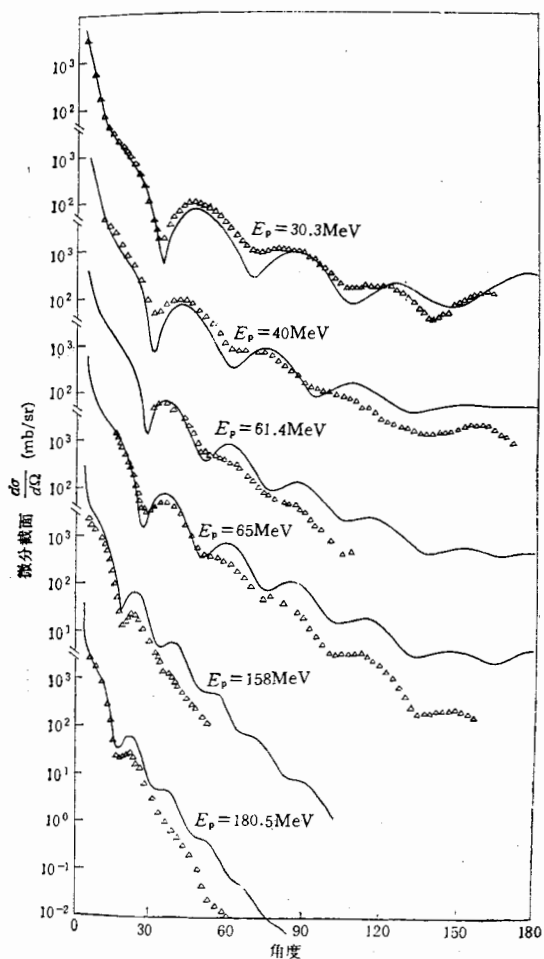


图 3  $p + {}^{40}\text{Ca}$  的弹性散射微分截面，实验数据摘自文献[8]

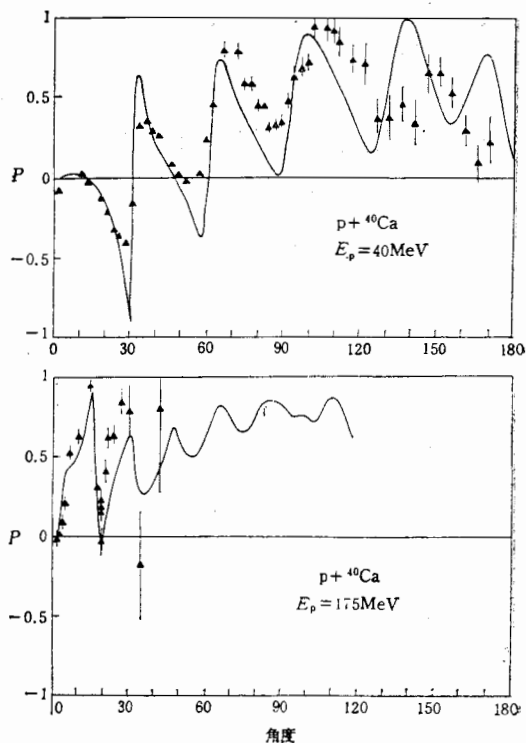


图 4  $p + {}^{40}\text{Ca}$  的弹性散射分辨本领

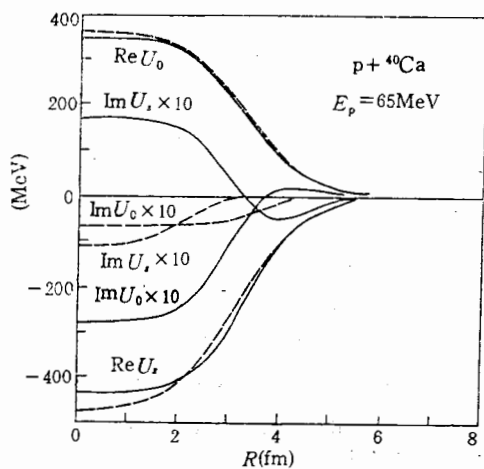


图 5 相对论微观光学势与唯象势的比较。实线为微观势、虚线为唯象势。

为了进一步分析核势的性质,我们以  $E_p = 65\text{MeV}$   $p + {}^{40}\text{Ca}$  为例,将相对论微观光学势与唯象势<sup>[9]</sup>作了比较(图 5)。我们看到微观势的实部与唯象势非常相近,标量势  $U_s$  和矢量势  $U_0$  的实部的强度都为几百 MeV, 它们的符号相反,互相抵消给出强度约为几百 MeV 的 Schrödinger 等价势的中心势实部,它们随  $r$  的变化互相叠加给出了自旋-轨道耦合势的实部。而微观势的虚部与唯象势相差较大,它们甚至有不同的 Lorentz 性质。由唯象势得到的 Schrödinger 等价势的中心势虚部是由  $\text{Im} U_s$  和  $\text{Im} U_0$  相加得到,而自旋-轨道耦合势的虚部为负,这与微观势得到的符号相反。应该指出唯象势的虚部仍有一定的不确定性,Clark 等人<sup>[10]</sup>的 Dirac 唯象势也给出与我们微观势相同的 Lorentz 性质。但在能量较低时 ( $E_p = 65\text{MeV}$ ),自旋-轨道耦合势的虚部很小,对散射结果影响也很小。

#### 四、讨 论

我们从基于 Walecka 模型的包含  $\sigma$ 、 $\omega$  介子的有效拉格朗日密度出发,计算了最低级近似下的相对论微观光学势,用这种势系统地分析了质子与球形靶核,从  ${}^{12}\text{C}$  到  ${}^{208}\text{Pb}$ , 能量在  $200\text{MeV}$  以下的一系列弹性散射实验数据,理论计算与实验结果普遍符合较好,在  $\theta < 70^\circ$  范围内给出微分截面的较好描述,并且能给出自旋有关量的细致结构。在这模型中没有自由参数,两个介子-核子的有效耦合常数  $g_\sigma$ 、 $g_\omega$  是由核物质的基态性质来确定,这说明核子-核散射问题主要是由靶核的基态性质来决定,即使在几百 MeV 入射核子的作用下,靶核仍保持它的基态性质而没有受到很大的扰动。Walecka 模型在平均场近似下很好地描述了有限核的基态性质,如单粒子能级、核的电荷分布及密度分布等<sup>[4]</sup>。本文的结果也表明在最低级近似下得到的相对论微观光学势适用于从轻到重的一系列靶核,  $E_p < 300\text{MeV}$  很大能量范围内的核子弹性散射。这些结果表明由核的基态性质确定的有效拉格朗日不仅很好描述基态及低激发态性质,同时也适合能量在  $300\text{MeV}$  以下单粒子的散射态问题。此模型可以推广用于核输运理论以及重离子反应中来同时考虑核介质与相对论效应。

应该说明, Yamaguchi 等人<sup>[11]</sup>曾用非相对论的核物质的 Brueckner-Hartree-Fock 近似求得核子-核的有效相互作用,系统地分析了在  $65 < E_p < 200\text{MeV}$  范围内质子与核的弹性散射数据,得到了与实验结果较好的符合。但是从非相对论的核子有效相互作用 Skyrme 力出发,考虑最低级近似给出的核子光学势只能适用于能量小于几十 MeV 的核子散射<sup>[12]</sup>。目前也已开展了用相对论 Brueckner-Hartree-Fock 研究核子光学势的工作<sup>[13]</sup>,但还未直接用于分析实验数据。当然,从本文的分析中还不能给出在  $E < 300\text{MeV}$  核子散射中的相对论效应的直接证明。

#### 参 考 文 献

- [1] Ma Zhongyu et al. "Microscopic Calculation of Relativistic Optical Potential", p. 171, Proceedings of Beijing International Symposium on "Physics at Tandem", Beijing, China, May 26-30, 1986.  
Ma Zhongyu et al., "Optical Potentials in Relativistic Meson-Nucleon Models", to be published.
- [2] J. A. McNeil, J. Shepard and S. J. Wallace, *Phys. Rev. Lett.*, 50(1983), 1439;



- J. Shepard, J. A. McNeil and S. J. Wallace, *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1443.
- [3] B. C. Clark et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1644.
- [4] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. in Nucl. Phys.*, **16**(1985), 1; eds. J. W. Negele and E. Vogt (Plenum Press).
- [5] J. W. Negele, *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 1260.
- [6] H. F. Ehrenberg et al., *Phys. Rev.*, **113**(1959), 666.
- [7] H. Sakaguchi et al., *J. Phys. Soc. Jpn. Suppl.*, **55**(1986), 61 and private communication.
- [8] B. W. Ridley and J. F. Turner; *Nucl. Phys.*, **58**(1964), 497.  
L. N. Blumberg et al., *Phys. Rev.*, **147**(1966), 812.  
C. B. Folmer et al., *Phys. Rev.*, **181**(1969), 1565.  
A. Johansson et al., *Ark. Fys.*, **19**(1961), 541.  
A. Nadasen et al., *Phys. Rev.*, **C23**(1981), 1023.
- [9] H. Sakaguchi, Private communication.
- [10] B. C. Clark, "Development of the Dirac Scattering Approach, Invited talk presented at the Los Alamos Workshop on Relativistic Dynamics and Quark-Nuclear Physics, June 2—14, 1985.
- [11] N. Yamaguchi et al., *Prog. of Theor. Phys.* **76**(1986), 1289.
- [12] Zhuo Yizhong et al., *Adv. of Chinese Sci. Phys.*, **1**(1986), 231.

## SYSTEMATICAL ANALYSES OF PROTON-NUCLEI SCATTERING WITH RELATIVISTIC MICROSCOPIC OPTICAL POTENTIAL

MA ZHONGYU GU YINGQI ZHU PING ZHUO YIZHONG

(Institute of Atomic Energy, Beijing)

### ABSTRACT

Relativistic microscopic optical potential of a nucleon above the fermi sea based on Walecka's model is used to systematically analyze the proton elastic scattering from nuclei at energies below 300 MeV. It is shown that the experimental data of differential cross sections, analyzing powers and spin rotation functions are reproduced satisfactorily except for large angles. This simple model might be used in the nuclear transport theory and heavy ion collision to take account of both nuclear medium and relativistic effects.