

高激发核的多极巨共振

夏克定 蔡延璜

(上海原子核研究所)

摘 要

本文讨论了高激发核中的同位旋标量表面巨共振和偶极巨共振, 利用能量权重和规则的概念在一个简化的模型中计算了 ^{208}Pb 的巨共振能量, 而有限温度下的推广的 Thomas-Fermi 近似则被用于描写有限温度平衡态. 结果表明, 能量权重和规则和巨共振能量对体系温度的依赖都很弱. 这一微弱的温度依赖可以归因于由温度引起的剩余相互作用的减弱以及参与跃迁的组态数增加这两个效应之间的相互抵消.

一、引 言

最近十年来, 人们在重离子深度非弹性散射和熔合反应的实验中, 最先观察到建立在高激发能量和高自旋态上的巨共振现象, 其能量位置和宽度均可以与基态上的巨共振(核温度 $T = 0$) 比拟^[1]. 许多理论研究试图建立各种可行的理论方案来研究这些远离基态的核动力学, 描述这些集体激发的性质, 如巨共振的能量、宽度和强度分布对于核系统激发能 E^* (或核温度 T), 总自旋 I 和核形变之间的依赖关系, 把核谱学的研究推进到一个新的领域.

由于重离子反应激发的核复合系统具有极高的内禀激发能 E^* , 其到达热平衡的时间远比退激发而发射核子所需的时间为短, 因而引入统计的概念是必要的. 这些激发态的性质可借助于具有相同激发能量的核所组成的统计系综来描述, 统计概念的引入简化了计算, 首先在平均场近似下得出有限温度下准粒子系统的平衡分布, 然后研究该系统对于与时间有关的外场扰动的响应^[2]. 某些 RPA 计算已经表明^[3], 同位旋矢量偶极强度函数对温度的依赖直到 $T \sim 6\text{MeV}$ 都是十分微弱的, 而同位旋标量强度函数由于费米表面光滑的缘故, 将在其低能部分受到温度较大的影响. M. Barranco 等人^[4]用 HF + RPA 求和规则方法, 计算能量一次矩 m_1 和能量三次矩 m_3 , 讨论了从 ^{40}Ca 到 ^{208}Pb 的球形核的巨四极和巨八极共振, 发现它们的能量位置随温度的升高逐渐降低, 对重核的影响更显著些. M. Di. Toro 等人^[5]采用量子相空间方法讨论了巨共振的特性, 大大简化了计算. 我们曾在[6]文中指出, 有限温度下推广的托马斯-费米模型 (TEIF) 可成功地用来讨论核相变问题. 本文的目的是试图进一步把 TETF 近似应用到有限温度下的巨共振计算中

去, 计算不同温度时核多极共振的能量和求和规则。

二、粒子-空穴响应函数

原子核多体系统对外场的响应可以通过准粒子激发和集体激发这些不同的激发模式来实现^[7]。由于剩余相互作用的存在, 核对其有弱耦合的外场 $F_{\lambda\mu}$ 的扰动的响应, 将会导致核的集体模式的激发, 即粒子-空穴激发的关联合作效应, 该集体声子能量 $\hbar\omega_\lambda$ 满足色散关系:

$$\frac{2\lambda + 1}{2K_{\lambda,\tau}} = \sum_{ki} \frac{|\langle k \| F_{\lambda,\tau}(\mathbf{r}) \| i \rangle|^2 \cdot (\epsilon_k - \epsilon_i)}{(\epsilon_k - \epsilon_i)^2 - (\hbar\omega_\lambda)^2} \quad (1)$$

式中 ϵ_k 和 ϵ_i 分别为粒子态和空穴态的能量。

利用密度变化 $\delta\rho$ 与势变化 δV 之间的自洽条件可以计算同位旋标量和同位旋矢量密度振荡的耦合常数 K_λ 。

$$K_{\lambda,\tau=0} = \frac{4\pi M \omega_0^2}{A(2\lambda + 1) \langle r^{2\lambda-2} \rangle}, \quad (2)$$

$$K_{\lambda,\tau=1} = -\frac{\pi V_1}{A \langle r^{2\lambda} \rangle}, \quad (3)$$

$\hbar\omega_0$ 为谐振子势中的大壳能量间隔, $V_1 \simeq -130\text{MeV}$ 是对称势参数, A 为核内核子数。

能量权重求和规则 (EWSR) 定义为跃迁算符 F 与哈密顿量 H 的双对易子的基态期待值,

$$S(F) \equiv \frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle = \sum_i (E_i - E_0) B(F; 0 \rightarrow i), \quad (4)$$

$B(F; 0 \rightarrow i)$ 是算符 F 的约化跃迁几率, 对所有可能到达的态 i 求和。电多极跃迁求和规则可由 (4) 式求得为:

$$S(E\lambda) = \frac{(2\lambda + 1)^2 \cdot \lambda \cdot \hbar^2 z e^2}{4\pi \cdot 2M} \langle r^{2\lambda-2} \rangle_{\text{prot.}} \quad (5)$$

类似地可以求得同位旋标量和同位旋矢量的 λ 多极跃迁求和规则:

$$S(\lambda, \tau = 0) = S(\lambda, \tau = 1) = \frac{(2\lambda + 1)^2 \cdot \lambda \cdot A \hbar^2}{4\pi \cdot 2M} \langle r^{2\lambda-2} \rangle. \quad (6)$$

我们可以进一步利用 (6) 式的求和规则的结果对色散关系 (1) 式作简化, 在无自旋-轨道耦合的谐振子势假定下, ΔN 确定的粒子-空穴激发能量简并, 即 $\epsilon_k - \epsilon_i = \epsilon_{ph}$, 于是色散关系 (1) 式成为:

$$\frac{2\lambda + 1}{2K_{\lambda,\tau}} = \frac{S(\lambda, \tau)}{\epsilon_{ph}^2 - (\hbar\omega_\lambda)^2}, \quad (7)$$

在 (2), (3), (5), (6) 式中涉及到的对某个径向函数 $g(r)$ 的平均值计算定义为:

$$\langle g(r) \rangle = \int_0^\infty \rho_0(r) g(r) r^3 dr / \int_0^\infty \rho_0(r) r^2 dr \quad (8)$$

其中 $\rho_0(r)$ 是基态时的核密度分布函数。

立在
核
基态
系统激
一个

的时
态
、简化
系统对
度函
表面
PA 求
核的巨
巨显著
算。我
寸论核
计算中

三、有限温度下的 Thomas-Fermi 近似

在有限温度时将不再用具有确定能量的一个唯一的态来描写核体系，而是采用统计描述。假定核在温度 T 时处于热平衡，那么体系处于能量为 E_m 的本征态 $|m\rangle$ 的几率为：

$$W(m, N) = \frac{e^{-\beta(E_m - \epsilon_{FN})}}{Z} \quad (9)$$

$$Z = \sum_m e^{-\beta(E_m - \epsilon_{FN})}, \quad \beta = \frac{1}{T} \quad (10)$$

因而有关的量，例如电多极跃迁求和规则，在温度 T 时可以表示成：

$$S(E\lambda, \lambda) = \frac{(2\lambda + 1)^2 \cdot \lambda}{4\pi} \cdot \frac{\hbar^2 Z e^2}{2M} \sum_m W(m, N) \langle m | r^{2\lambda-2} | m \rangle \quad (11)$$

显然(11)式表明，这个多极求和规则只是依赖于核的形状和大小，因而在温度不太高时 ($T < 5\text{MeV}$)，完全可以从(5)式直接改写成在温度 T 时的多极求和规则 $S(E\lambda, T)$ ，

$$S(E\lambda, T) = \frac{(2\lambda + 1)^2 \cdot \lambda}{4\pi} \cdot \frac{\hbar^2 Z e^2}{2M} \langle r^{2\lambda-2} \rangle_{\text{prol}, T \neq 0} \quad (12)$$

完全类似地我们可以通过定义在温度 $T \rightarrow 0$ 时的平均值直接从(2)，(3)和(6)式得到在温度 T 时的耦合常数和求和规则。

$$K_{\lambda, r=0}(T) = \frac{4\pi M \omega_0(T)^2}{A(2\lambda + 1) \langle r^{2\lambda-2} \rangle_T} \quad (13)$$

$$K_{\lambda, r=1}(T) = - \frac{\pi V_1}{A \langle r^{2\lambda} \rangle_T} \quad (14)$$

$$S(\lambda, \tau, T) = \frac{(2\lambda + 1)^2 - \lambda}{4\pi} \cdot \frac{A \hbar^2}{2M} \langle r^{2\lambda-2} \rangle_T \quad (15)$$

当然这时的谐振子能量也应该是温度依赖的 $\omega_0(T)$ ，温度依赖的径向函数的平均值 $\langle \rangle_T$ 有类似于(8)式的形式：

$$\langle g(r) \rangle_T = \int_0^\infty \rho_T(r) g(r) r^2 dr / \int_0^\infty \rho_T(r) r^2 dr \quad (16)$$

其中 $\rho_T(r)$ 为核体系在温度 T 时的密度分布。

我们采用在有限温度时的推广的 Thomas-Fermi (TETF) 近似^[8]来计算温度 T 时的核密度分布 $\rho_T(r)$ 。在具体计算中所用的哈密顿函数形式见文献[9]，它已被用于拟合一大片稳定核的整体性质。

$$\begin{aligned} \mathcal{H}[\rho] = E_{\text{nuc}}[\rho] + \frac{\hbar^2}{8m} \xi \{ (\nabla \rho)^2 + \theta [\nabla(\rho_n - \rho_p)]^2 \} \\ + \frac{e}{2} \rho_p \cdot V_c - \frac{3}{4} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/3} e^2 \rho_p^{4/3} \end{aligned} \quad (17)$$

式中 $E_{\text{nuc}}[\rho]$ 是核作为具有相互作用势能 $V[\rho]$ 的费米气体的能量密度，同时式中还包含了为描述有限核性质所引入的项和库仑相互作用项。在核密度具有 Fermi 型分布的

假定下

$$\rho_T(r) = \frac{\rho_0 r}{1 + e^{(r-R_T)/a_T}} \quad (18)$$

统计
率为:

对体系的自由能 $\mathcal{F} = \mathcal{H} - TS$ 做变分计算, 找到使体系自由能 \mathcal{F} 为极小时的核密度分布. 具体计算过程在 [6] 文中有详细叙述.

(9)

四、结果与讨论

(10)

我们首先用(12)式计算了 ^{208}Pb 的电多极跃迁求和规则随温度 T 的变化, 对 $\lambda = 2$ 和 $\lambda = 3$ 的计算结果如图 1 表示. 当温度 T 相对大壳间隔 ($\sim 41A^{1/3}$ MeV) 来说比较小时 ($T = 2 \sim 3$ MeV), 结果基本上与温度无关, 这与采用 HF 近似来描写有限温度时的平衡分布所得到的结果一致^[3]. 当温度 $T = 4$ MeV 时, 对 $\lambda = 3$ 的计算结果偏离 $S(E\lambda, T = 0)$ 约 14%, 而 $\lambda = 2$ 的计算值对 $S(E\lambda, T = 0)$ 的偏离就更小了, 这些结论都与 [4] 文中用 SKM^* 力的 RPA 求和规则计算得到的结果相当一致. 我们知道求和规则对温度 T 的缓慢上升与温度 T 时轨道的占据几率呈费米分布有关, 因为这时可能参加跃迁对求和规则有贡献的粒子-空穴对的数目增加了. 在我们采用的 Thomas-Fermi 计算中虽然不直接去求单粒子态的占据几率, 但却同时包含了占据几率和径向波函数随温度的变化, 它把两者综合在一起, 表现为密度分布对温度的依赖, 计算得到的核密度分布的扩散边随温度的扩展明显地表明了这一点.

(11)

高时

(12)

到在

(13)

现在我们可以将简化的色散关系(7)式直接推广到有限温度 T 的情形, 并用以计算巨共振能量 $\hbar\omega_\lambda(T)$ 随温度的变化,

(14)

$$\frac{2\lambda + 1}{2\kappa_{\lambda, \tau}(T)} = \frac{S(\lambda, \tau, T)}{\varepsilon_{ph}^2 - [\hbar\omega_\lambda(T)]^2} \quad (19)$$

(15)

对于 $\lambda = 2$, $\Delta N = 2$ 的简并的粒子空穴激发能量 $\varepsilon_{ph} = 2\hbar\omega_0(T)$, 利用(13)和(15)式, 立刻可以得出,

$\langle \rangle_T$

(16)

$$\hbar\omega_2(T) = \sqrt{2} \hbar\omega_0(T), \quad (20)$$

对于 $\lambda = 3$ 的八极情况, 有两组相应于 $\Delta N = 1$ 和 $\Delta N = 3$ 的简并的粒子空穴能量, $\varepsilon_{ph} = \hbar\omega_0(T)$ 和 $\varepsilon_{ph} = 3\hbar\omega_0(T)$, 由(19)式给出两组能量解, 低能的八极振动由于近似过于粗糙而能量为零, 另一组高能量的八极共振能量位置在,

时的

拟合

$$\hbar\omega_3(T) = \sqrt{7} \hbar\omega_0(T) \quad (21)$$

利用谐振子势假定下所得到的大壳能量间隔表达式^[10], 也同样考虑它的温度依赖性, 我们有

(17)

$$\hbar\omega_0(T) = \frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{\langle r^2 \rangle_T} \left(\frac{3}{2} \right)^{4/3} A^{1/3} \quad (22)$$

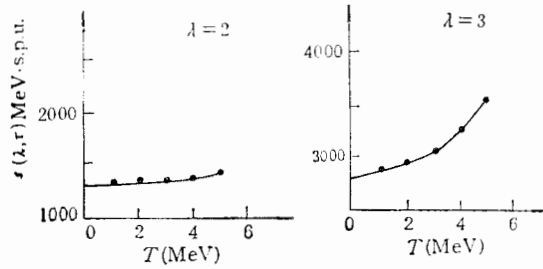
于是由(20)和(21)式可得到

还包

$$\hbar\omega_2(T) = 50.6 A^{1/3} / \langle r^2 \rangle_T \quad (23)$$

布的

$$\hbar\omega_3(T) = 94.2 A^{1/3} / \langle r^2 \rangle_T \quad (24)$$

图1 ^{208}Pb 的四极和八极跃迁的总和规则随温度的变化表1 ^{208}Pb 的巨偶极共振、四极和八极共振能量随温度的变化(单位: MeV)

$T(\text{MeV})$	0	1	2	3	4	5
$\hbar\omega_1(T)$	13.54	13.51	13.42	13.25	13.01	12.59
$\hbar\omega_2(T)$	9.97	9.93	9.81	9.62	9.35	8.88
$\hbar\omega_3(T)$	18.55	18.49	18.27	17.92	17.41	16.52

对于 $\lambda = 1, \tau = 1$ 的偶极巨共振来说, 它的简并粒子空穴能量 $\varepsilon_{ph} = \hbar\omega_0(T)$, 利用(14)和(15)式给出的温度依赖的耦合常数和求和规则, 也立刻从色散关系(19)式得到共振能量的温度依赖关系:

$$\hbar\omega_1(T) = \frac{35.6A^{1/3}}{\langle r^2 \rangle_T} \left[1 + \frac{3.19 \langle r^2 \rangle_T}{A^{2/3}} \right]^{1/2}, \quad (25)$$

我们从(23), (24)和(25)式出发计算了 ^{208}Pb 的表面型四极和八极共振以及巨偶极共振能量随温度升高而减小, 结果列于表1, 显然对温度的依赖是很弱的。

由于我们是从粒子-空穴响应函数理论出发来讨论巨共振能量, 因而只有当温度比大壳能量间隔 $\hbar\omega_0$ 小的时候才有合理性, 对 ^{208}Pb 来说, 大壳能量间隔为 $\hbar\omega_0 \sim 7\text{MeV}$. 我们计算中的一个主要特点是除了考虑由于单粒子轨道占据几率随温度的变化而使参与跃迁的粒子空穴组态数目增加(它造成了求和规则随温度的增加), 还同时包括了耦合常数 $\kappa_{\lambda, \tau}$ 对温度的依赖, 也就是剩余相互作用随温度升高而减弱, 显然这两种效应是相互抵消的. 这正是巨共振能量对于温度仅有较弱的依赖性的原因, 尤其是表面型巨共振能量主要就取决于谐振子能量 $\hbar\omega_0$ 随温度的变化。

最后我们想提一下用本文中的半经典方法讨论核性质的温度依赖时所带来的局限性. 我们知道, 半经典的 Thomas-Fermi 密度泛函(如动能密度 $\tau(\rho)$ 和熵密度 $S(\rho)$) 实际上代表了由 Skyrme-HF 计算给出的相应密度泛函的平均值部分. 当从 Skyrme 力出发对密度泛函作 \hbar 展开并仅保留到 \hbar^2 项时可得到如下结果:

$$\begin{aligned} \tau(\rho) &= \tau_{TF}(\rho) + \tau_2(\rho) \\ S(\rho) &= S_{TF}(\rho) + S_2(\rho) \end{aligned} \quad (26)$$

它包含了熟知的 Thomas-Fermi 项 $\tau_{TF}(\rho)$ 、 $S_{TF}(\rho)$ 以及与核的有限大小有关的梯度项 $\tau_2(\rho)$ 、 $S_2(\rho)$. 在本文的 $T \neq 0$ 的推广的 Thomas-Fermi 近似 (TETF) 中, 我们采用了 $T \neq 0$ 时的 TF 泛函 $\tau_{TF}^{T \neq 0}(\rho)$ 和 $S_{TF}^{T \neq 0}(\rho)$ (见文献[6]) 以及仍然是 $T = 0$ 时的梯度项 $\tau_2(\rho)$ 和 $S_2(\rho)$ (当 $T \rightarrow 0$ 时, 熵密度梯度 $S_2(\rho)$ 趋于 0), 即所谓的“冷”的梯度近似. 尽

管这样的近似在 $T > 0$ 时不能得出合理的变形能, 但用于象 Pb^{208} 这样的球形核体系的计算时, 还是完全适用的^[11].

参 考 文 献

- [1] J. D. Newton et al., *Phys. Rev. Lett.*, **46**(1981), 1383.
W. Hennerici et al., *Nucl. Phys.*, **A396**(1983), 3292.
A. M. Sandorfi et al., *Phys. Lett.*, **130B**(1983), 19.
- [2] H. M. Sommermann, *Annals of Phys.*, **151**(1983), 163.
- [3] O. Civitarese, R. A. Broglia and C. H. Dasso, *Ann. Phys.*, **156**(1984), 142.
H. Sagawa and G. F. Bertsch, *Phys. Lett.*, **146B**(1984), 138.
- [4] M. Barranco and A. Polls, *Nucl. Phys.*, **A444**(1985), 445.
- [5] M. Di Toro, *Proceedings of The Winter College on Fundamental Nuclear Physics*, eds. K. Dietrich, M. Di Toro and H. J. Mang (World Scientific, 1985) Vol. 1, p.451.
- [6] 蔡延璜, 夏克定, 热核的统计性质和核物质的液气相变, 待发表.
- [7] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. 2, Benjamin, New York, 1975.
- [8] M. Brack, C. Guet and H. B. Hakansson, *Phys. Rep.*, **123**(1985), 275.
- [9] M. Barranco and J. Treiner, *Nucl. Phys.*, **A351**(1981), 269.
M. Barranco and J. R. Buchler, *Phys. Rev.*, **C24**(1981), 1191.
- [10] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. 1, Benjamin, New York, 1969.
- [11] J. Bartel, M. Brack, C. Guet and H. B. Hakansson, *Phys. Lett.*, **139B**(1984), 1.

MULTIPOLE GIANT RESONANCES IN HIGHLY
EXCITED NUCLEI

XIA KEDING CAI YANHUANG

(Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai)

ABSTRACT

The isoscalar giant surface resonance and giant dipole resonance in highly excited nuclei are discussed. Excitation energies of the giant modes in ^{208}Pb are calculated in a simplified model, using the concept of energy weighted sum rule (EWSR), and the extended Thomas-Fermi approximation at the finite temperature is employed to describe the finite temperature equilibrium state. It is shown that EWSR and the energy of the resonance depend only weakly on temperature in the system. This weak dependence is analysed.

.59

.88

.52

] (14)

振能

(25)

振能

比大

我

与跃

常数

抵消

量主

局限

)) 实

ne 力

(26)

度项

] 采用

度项

l. 尽