

用共有夸克模型解核内 Λ 非介子衰变

淦丽萍 孙信

(北京大学技术物理系)

摘要

本文用共有夸克模型讨论了核内弱相互作用过程中的夸克效应，计算出了不同超核中 Λ 粒子非介子衰变的宽度，并与其它模型的计算结果及实验值进行了比较。

一、引言

原子核内的 Λ 粒子非介子衰变 ($\Lambda + N \rightarrow N + N$) 是探讨核内夸克效应在弱作用中的可能体现的典型过程之一^[1]。这首先是由于 Λ 粒子非介子衰变过程中，终态核子相对动量很大 (2.11 fm^{-1})，根据测不准关系，这意味着此种衰变过程必须考虑近程的相互作用，而且很可能是包含夸克的弱相互作用；其次， Λ 超子是最轻的奇异重子，它在核内只能通过弱作用而衰变，可是 Λ 的介子衰变过程 ($\Lambda \rightarrow N + \pi$) 的出射核子动量大约 $101 \text{ MeV}/c$ ，要远小于核内核子的费米动量 ($260 \text{ MeV}/c$)，但是，核内低轨道的泡利阻塞效应将抑制这种衰变过程，因此，原子核内 Λ 的衰变主要是通过非介子衰变方式而进行的。所以，研究 Λ 在核内的非介子衰变过程为我们探讨核内的夸克效应提供了一种可能的途径。

在 $\Lambda + N \rightarrow N + N$ 中，长距离的 Λ, N 之间的相互作用主要是单 π 介子交换；短距离时，当 Λ, N 之间波函数发生显著重叠，核内夸克效应可能起主导作用。对于近程效应，过去人们一般采用单 π 介子交换^[2]，但结果不很理想。近年来，对于这个问题的研究主要有两个方面的工作，一方面的工作是在原来单 π 介子交换的基础上，对 π 介子的相互作用进行动力学修正^[3]，或是引入交换更重的介子^[4-6]；另一方面的工作是以 L. S. Kisslinger 为代表，用强子夸克混杂 (Hybrid) 模型^[1]研究该问题，并取得了初步的成功。

本文用共有夸克模型^[7]来探讨这一近程的弱相互作用。按此模型，在二个或数个重子波函数重叠区内的夸克，从重子(核子)的角度看，可认为属二个或数个重子所共有；从夸克角度看，可认为夸克的禁闭区扩大到二个或数个重子的空间。在本文的处理中，每个重子区内的夸克的空间、自旋波函数，我们采用 MIT 口袋^[8]波函数。利用共有夸克模型具有如下两个特点：首先，各原子核内的核子间共有夸克几率(在一定程度上相当于多夸克集团形成的几率)可由此模型计算出来的，本模型在此不必引进唯象的参数；其次，在本

文的模型中，二个或数个重子波函数的重叠区与夸克的禁闭区（包括扩大了的禁闭区）是不同的概念。因此，共有夸克模型在物理上是清楚的。上述两个特点都将反映到下面具体的计算结果中。

二、理论推导及计算

(1) 总哈密顿量

$\Lambda + N \rightarrow N + N$ 过程的哈密顿量由两部分组成：当 Λ, N 距离大时，用重子波函数描写，相互作用由交换单 π 介子传递，其哈密顿量由 H_π 表示；随着 Λ, N 间距离减小，当它们波函数相互重叠显著时，在重叠区的夸克被部分地解除禁闭，为这两个重子所共有，即重叠区内的夸克可在两个重子的区域内运动，这时，主要应考虑夸克的弱相互作用，其哈密顿量由 H_q 表示。

总哈密顿量为：

$$H = H_\pi + H_q \quad (2.1)$$

本文将着重讨论夸克部分的作用。对于 $\Delta s = 1$ 的弱作用过程，由标准的卡比玻模型，在考虑了强作用修正之后，夸克部分的哈密顿量为^[1]：

$$\begin{aligned} H_q = & \frac{G}{\sqrt{2}} \sin \theta_c \cos \theta_c [1.51 \bar{u} r_\mu (1 - r_s) s \bar{d} r^\mu (1 - r_s) u \\ & - 0.856 \bar{d} r_\mu (1 - r_s) s \bar{u} r^\mu (1 - r_s) u] \end{aligned} \quad (2.2)$$

(2) 夸克部分的贡献

当重子 Λ, N 波函数相互重叠时，按照共有夸克模型^[7]，这两个重子（重子 Λ 由夸克 i, j, k ，重子 N 由夸克 l, m, n 组成）的波函数 Ψ 为^[9]：

$$\begin{aligned} \Psi = & \sqrt{1 - \sum C_{ii}^2 - \sum C_{ij, lm}^2 - C_{ijk, lmn}^2} \phi_\Lambda(ijk) \phi_N(lmn) \\ & + \sum_{\substack{i,j,k \\ l,m,n}} C_{ii} \phi_{12}(il) \phi_\Lambda(jk) \phi_N(mn) \\ & + \sum_{\substack{i,j,k \\ l,m,n}} C_{ij, lm} \phi_{12}(ij, lm) \phi_\Lambda(k) \phi_N(n) + C_{ijk, lmn} \phi_{12}(ijk, lmn) \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中各 ϕ 与 ψ 分别为禁闭在一个与二个重子区内的夸克波函数。 C_{ii}^2 是 i, l 二夸克为二重子所共有的几率（其他 C 类此）。各 C 值在文献[7]中计算出。

这时，对 Λ, N 之间的弱相互作用，需要考虑(2.3)式中第二项，即一个共有夸克对的弱相互作用。假设波函数相互重叠的两个重子在交换夸克后仍保持为重子，因此，共有夸克对应是同色的。对于两个夸克的最低能态，若考虑到 $s_1 \cdot s_2$ 项的存在，其始、末态波函数 ϕ_i, ϕ_f 如下：

$$\phi_i(u s) = \frac{1}{\sqrt{2}} [u(r_1)s(r_2) + s(r_1)u(r_2)] \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} [u(r_1\uparrow)s(r_2\downarrow) - u(r_1\downarrow)s(r_2\uparrow) \\
 &\quad + s(r_1\uparrow)u(r_2\downarrow) - s(r_1\downarrow)u(r_2\uparrow)] \tag{2.4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_f(u\bar{d}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [u(r_1)d(r_2) + d(r_1)u(r_2)] \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \\
 &= \frac{1}{2} [u(r_1\uparrow)d(r_2\downarrow) - u(r_1\downarrow)d(r_2\uparrow) \\
 &\quad + d(r_1\uparrow)u(r_2\downarrow) - d(r_1\downarrow)u(r_2\uparrow)] \tag{2.5}
 \end{aligned}$$

夸克的空间、自旋波函数由 MIT 口袋[8]模型给出:

$$\phi(r\chi_s) = \frac{L}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} i j_0 \left(\frac{\omega}{r_0} r \right) \chi_s \\ -j_1 \left(\frac{\omega}{r_0} r \right) \hat{\sigma} \cdot \hat{r} \chi_s \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

其中, χ_s 是自旋旋量, r_0 为口袋半径。对 Λ 和 N 来说, r_0 相差很小(约 1% 量级), 本文略去这种差别。按一般文献的选取: $r_0 = 0.8$ fm

$$\begin{aligned}
 L &= \left(\frac{\omega^3}{2r_0^3(\omega + k)\sin^2\omega} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.7} \\
 \omega &= 2.04 \quad k = -1
 \end{aligned}$$

则:

$$\begin{aligned}
 \langle \phi_f | H_q | \phi_i \rangle &= \frac{G}{\sqrt{2}} \sin\theta_c \cos\theta_c \int 0.65 \times \frac{L^4}{(4\pi)^2} \{ j_0(r_1)j_1(r_1)j_0(r_2)j_1(r_2) \\
 &\quad \cdot \sin\theta_1 \sin\theta_2 - j_1^2(r_1)j_0^2(r_2) \sin^2\theta_1 - i j_1^2(r_1)j_0(r_2)j_1(r_2) \\
 &\quad \cdot [3 \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos\theta_1 - \sin^2\theta_1 \cos\theta_2] \} d^3r \tag{2.8}
 \end{aligned}$$

其中, $r_1, r_2, \theta_1, \theta_2$ 的意义如图 1 所示, r 是夸克作用点 P 的矢径, d^3r 的积分区域是波函数相互重叠的两个重子的总空间。

根据文献[7], 核内 Λ 、 N 相距 R 时, Λ 中的 s 夸克与 N 中的 u 夸克形成共有夸克的几率为:

$$\begin{aligned}
 F(R) &= \rho(R) \left(\frac{Z}{A-1} \cdot \frac{2}{3} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{A-1-Z}{A-1} \frac{1}{3} \right) e^{-R^2/2b^2} \tag{2.9}
 \end{aligned}$$

其中, $\rho(R)$ 为核内核子密度, R 为 Λ 粒子与核子质心间距离。

则:

$$\langle NN | H_q | \Lambda N \rangle_R = F(R) \langle \phi_f | H_q | \phi_i \rangle \tag{2.10}$$

所以, 夸克部分的跃迁矩阵元为:

$$\langle NN | H_q | \Lambda N \rangle = \int_{0.5\text{fm}}^{\infty} 4\pi R^2 F(R) \langle \phi_f | H_q | \phi_i \rangle dR \tag{2.11}$$

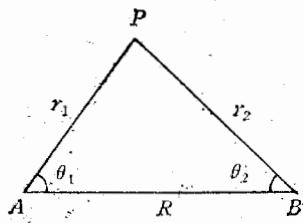


图 1 A, B 两点分别表示波函数
相互重叠的 Λ, N 的质心, P
表示两个夸克的作用点

对无限大核物质, 取 $\rho(R) = 0.17$ 核子/fm³, A -N 对为 $\frac{1}{2}AP + \frac{1}{2}An$.

$$\Gamma_{nm}^{(q)} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle NN | H_q | AN \rangle|^2 \quad (2.12)$$

由公式(2.11)、(2.12)可以计算不同超核中夸克对衰变宽度的贡献, 以自由 Λ 粒子衰变宽度为单位 ($\Gamma_A = 3.8 \times 10^9 \text{ sec}^{-1}$), 其计算结果如表 1 所示。

表 1 夸克对 Γ_{nm} 的贡献 $\Gamma_{nm}^{(q)}$

${}^A_N X(z)$	${}^4_A H(1)$	${}^4_A He(2)$	${}^5_A He(2)$	${}^{12}_A C(6)$	${}^{16}_A O(8)$	${}^{20}_A Ne(10)$	${}^{40}_A Ca(20)$	${}^{100}_A Ru(44)$	${}^{206}_A Pb(82)$	核物质
$\Gamma_{nm}^{(q)}$	0.0410	0.0641	0.0642	0.130	0.149	0.161	0.187	0.180	0.160	0.187

由表 1 可以看到, 共有夸克模型计算表明, A 较小时, 夸克对 Γ_{nm} 的贡献随 A 的增大而增大, 到 $A = 40$ 左右, $\Gamma_{nm}^{(q)}$ 达到最大, 此后, 随着 A 的继续增加, $\Gamma_{nm}^{(q)}$ 却缓慢减小。

(3) 介子对 Λ 非介子衰变的贡献

在计算 π 介子交换对 Λ 非介子衰变宽度的贡献时, 我们采用了单 π 交换模型, 并且还考虑初态 A -N 和末态 N-N 强作用修正。本文在此直接利用别人已有的结果^[1,4,5]。其中, ${}^{12}_A C(6)$ 的 π 介子部分的贡献是采用 HK^[1] 文章中的结果, 而共有夸克模型的计算值应比之略大。出现以上情况的原因是因为在 HK 中, 单 π 作用空间在 $R = 0.8 \text{ fm}$ 处被切断(即只有 $R > 0.8 \text{ fm}$ 时才单 π 作用), 而在共有夸克模型里, 单 π 作用在排斥心外的空间都存在。但由于单 π 作用是长程力, 主要在 $R > 0.8 \text{ fm}$ 的区域起作用, 因此, 这样的选取并不会影响主要结果。

(4) Λ 总的非介子衰变宽度

由表 1、表 2 的结果, 我们可以算出 Λ 总的非介子衰变宽度, 并与实验值^[10]及其他人的工作进行比较, 如表 3 所示。表中列出其它几种不同模型得到的结果, 其中, TTB^[4], MG^[5], OS^[3], D^[6] 都是在介子交换模型的基础上, 进行不同的修正, 只有本文和 HK^[1] 的结果考虑了核内夸克效应。

由表 3 可以看出, 本文的计算结果在大体上与其它模型的计算结果是相符的, 并且,

表 2 介子对 Γ_{nm} 的贡献 $\Gamma_{nm}(\pi)$ (Γ_A 为单位)

${}^A_N X(z)$	${}^4_A H(1)$	${}^4_A He(2)$	${}^5_A He(2)$	${}^{12}_A C(6)$	核物质
$\Gamma_{nm}^{(\pi)}$	0.013	0.126	0.144	0.41	0.97

在某些方面比别的模型的结果更接近实验值。此外, 我们得出 $A = 12$ 时, $\Gamma_{nm} = \Gamma_A$, 这与 Dubach^[6] 的预言是一致的。因此, 我们可以得出结论: 核内近程的弱作用过程可以由核内夸克效应来解释, 共有夸克模型便提供了一种核内夸克效应可能的机制。

表 3 Λ 总非介子衰变宽度 Γ_{tot} (Γ_Λ 为单位)

${}^A_\Lambda X(z)$	${}^4_\Lambda H(1)$	${}^4_\Lambda He(2)$	${}^3_\Lambda He(2)$	${}^{12}_\Lambda C(6)$	核物质
实验值	0.29 ± 0.14	0.14 ± 0.03	0.41 ± 0.13	1.14 ± 0.20	—
本文	0.100	0.370	0.400	1.00	2.00
HK				2.25	5.54
TTB	0.013	0.369	0.450		
MG					2.33
OS				1.5	2.0
D					1.23

三、对模型作进一步分析

本文与 HK 都是考虑了弱作用的近程的夸克效应，但是，由共有夸克模型得到的夸克效应对 Λ 非介子衰变宽度，要比由强子夸克混杂模型^[4]所得计算值要小，这是由于两种模型物理图像不同引起的。在共有夸克模型中，近程的 Λ 、N 之间的弱作用对衰变几率的贡献，主要来自 Λ 、N 之间形成的一对同色的共有夸克对 (su)，而在强子夸克混杂模型中，当 $R < 0.8\text{ fm}$ 时就会形成 6 夸克口袋，口袋中任一 s 夸克和 u 夸克之间的弱作用，都对衰变宽度有贡献，它不受色单态的限制，这就使能对 Λ 非介子衰变宽度有贡献的夸克对数比共有夸克模型的多。这可能是造成共有夸克模型计算出的夸克效应的贡献要比强子夸克混杂模型的小的原因之一。

在共有夸克模型中，模型本身直接给出形成共有夸克对的几率，利用式(2.12)，只要改变 A 、Z、 $\rho(R)$ ，我们可以方便地算出不同核内夸克效应对 Λ 非介子衰变的贡献，不需引入唯象参数。

四、小结

由上面的分析、计算可以看到，核内弱相互作用的近程问题可以通过核内夸克效应来解决，共有夸克模型提供了核内夸克效应的一种可能的机制。

在我们的讨论中，只考虑了形成一对共有夸克对的情况，从式(2.3)可看出，还可以形成两对或三对共有夸克对，但形成多对共有夸克对的几率非常小（大致按数量级递减，例如形成两对共有夸克对的几率比形成一对共有夸克对的几率大约小 1 个数量级），因此，一对共有夸克的贡献是主要的。此外，当两个重子波函数重叠时，重叠区内被解除禁闭

的共有夸克对是在两个口袋形成的总空间内运动，严格地说，此时共有夸克对的波函数应解这个空间的 Dirac 方程给出，而本文仍利用原来两个重子口袋写出夸克对的波函数，这实际上是一种近似。对于夸克部分的哈密顿量，我们考虑了强作用修正，由于目前对强作用的研究还不很清楚，给出的哈密顿量具有一定的不确定性，因此，要将共有夸克模型的结果与实验值作定量的比较，还需要作更进一步的工作。

参 考 文 献

- [1] C. Y. Cheung, D. P. Heddle, L. S. Kisslinger, *Phys. Rev.*, C27(1983), 335; D. P. Heddle, L. S. Kisslinger, *Phys. Rev.*, C33(1986), 608.
- [2] J. B. Adams, *Phys. Rev.*, 156(1967), 1611.
- [3] E. Oset and L. L. Salcedo, to be published; E. Oset, and L. L. Salcedo, *Nucl. Phys.*, A450(1986), 271C—290C.
- [4] K. Takeuchi, H. Takaki and H. Bando, *Prog. Theor. Phys.*, 73(1985), 841.
- [5] B. H. J. McKellar and B. F. Gibson, *Phys. Rev.*, C30(1984), 322.
- [6] John F. Dubach, *Nucl. Phys.*, A450(1986), 71C—84C.
- [7] 孙佶,高能物理与核物理,12(1988),429;孙佶,马伯强,高能物理与核物理,12(1988),493;
Ji Sun and B. Q. Ma, Pro. Int. Symp. On Medium Energy Physics (Beijing 1987) 530, World Scientific, 1988.
- [8] A. Chodos, et al., *Phys. Rev.*, D10(1974), 2599.
- [9] 孙佶,第七届全国核物理会议文献集(1988).
- [10] M. M. Block and R. H. Dalitz, *Phys. Rev. Lett.*, 11(1963), 96; Peter D. Barnes, *Nucl. Phys.*, A450(1986), 43C—66C.

DISCUSSION OF A NON-MESONIC DECAY BY JOINT POSSESSING QUARKS MODEL

GAN LIPING SUN JIE

(Department of Technical Physics, Peking University)

ABSTRACT

By joint possessing quarks model, we studied the effect of quarks in nuclear weak interactions, calculated the width of A non-mesonic decay in different hypernuclei, and compared the results with the measurements and other existing calculations.