第13卷 第3期　　高能物理与核物理　　Vol. 13, No. 3
1989 年 3 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Mar., 1989

大统一对手征前子模型的限制*

鲁公儒　张新民　万陵德
（河南师范大学，新乡）

摘　　要

本文由 WNW 条件[1]出发，分析了大统一对禁闭弱作用手征前子模型的限制。我们发现超色群不能是 $SU(N)$ 群及 $SO(M)$ 群，而半单群 $SU(N)\times SO(M)$ 及 $SU(N)\times SU(M)$ 作为超色群是可行的。通过重整化群计算，得到在合理的能标 $10^{14}\mathrm{GeV}\leqslant\Lambda_u\leqslant10^{19}\mathrm{GeV}$ 及 $300\mathrm{GeV}\leqslant\Lambda_{MC}\leqslant1\mathrm{TeV}$ 下，可能的候选者是：$G_{MC}=SU(3)\times SO(5)$ 及 $G_U\geqslant SU(11)$；$G_{MC}=SU(3)\times SU(2)$ 及 $G_U\geqslant SU(12)$。

一、引　　言

禁闭弱作用前子模型[2]是一类较有兴趣的前子模型。本文作者之一曾从大统一的角度讨论了超色力的性质及可能的超色规范群[3]。从质子寿命及产生合理的 $W^{\pm}$、Z^0 的质量等条件出发要求大统一能标 $10^{14}\mathrm{GeV}\leqslant\Lambda_u\leqslant10^{19}\mathrm{GeV}$，超色禁闭标度 $300\mathrm{GeV}\leqslant\Lambda_{MC}\leqslant1\mathrm{TeV}$。文[3]的结论是可能的 $SU(N)$ 超色群为 $N\leqslant3$。这些结果是吸引人的，但还有些新的问题需进一步讨论。

近来，不少人在研究亚夸克模型时考虑到 WNW 条件[1]，即在任何类矢理论中，对于束缚态下列质量不等式必须成立：

$$M(\bar{q}\gamma_5q)\leqslant kM(qqq) \tag{1}$$

其中 $M(\bar{q}\gamma_5q)$ 是最轻的介子质量，$M(qqq)$ 是轻的重子质量，q 是自旋 1/2 的组分粒子，k 是数量级为 1 的常数。

由上述质量不等式，伴随 $J=1/2$ 的复合费米子，必然存在一个 $J=0$ 的轻的荷电赝标粒子，但迄今为止没有发现象夸克、轻子这样轻的 $J=0$ 的荷电玻色子。因此由于 WNW 条件的限制，在费米型三前子模型中排除了类矢模型，只有手征三前子模型才是可行的。

文[3]中已论证，当取 $SU(N)$ 群作超色群时，$N\leqslant3$，因此下面我们分析 $N=3$ 的情况。

由于在 $SU(N)$ 群大统一理论中费米子表示通常取为 $SU(N)$ 群的基础表示或全反

---

* 本工作是国家自然科学基金资助的课题。

本文 1987 年 11 月 2 日收到。

称表示,例如: 口,日,目,……,那么由分支法则可知:

当 $G_U \to SU(3)_{MC} \dot{\times} G'$ 时.

$$
\begin{aligned}
&口 \longrightarrow (口,\cdot) + (\cdot,口)\\
&日 \longrightarrow (日,\cdot) + (口,口) + (\cdot,日)\\
&目 \longrightarrow (\cdot,\cdot) + (日,口) + (口,日) + (\cdot,目)
\end{aligned}
$$

即前子在 $SU(3)_{MC}$ 下的表示为 ·,□,⊡. 另外在复合模型理论中,普遍认为 G_{MC} 是可重整的理论,这就要求前子的表示在 G_{MC} 下应是反常相消的,也就是要求 $SU(3)_{MC}$ 的 $\underset{\sim}{3}$ 及 $\bar{3}$ 表示是成对出现的,因此以 $SU(N)$ $(N \leqslant 3)$ 为超色群的三前子模型必然是类矢模型,这与 WNW 条件相抵触.

如果超色群 $G_{MC} = SO(M)$, 取其矢量表示 R_1 或旋量表示 R_2 作为前子表示, 由于 $R_1 \times R_1 \times R_1$ 和 $R_2 \times R_2 \times R_2$ 都不包含 $SO(M)$ 的单态, 故它们都给不出三前子模型. 基于文[3]的分析及考虑到手征性的条件限制,可看出在大统一亚夸克模型中单纯群 $SU(N)$ $(N \leqslant 3)$ 及 $SO(M)$ 皆不能作为超色群. 但如果我们选取半单群做为超色群, 例如 $G_{MC} = SU(N) \times SO(M)$ 或者 $SU(N) \times SU(M)$ 则是可行的. 因为前子表示对于上述半单群可为复表示,而且能够给出手征三前子模型[4].

本文在考虑到手征性要求后,讨论当选取上述半单群为超色群时,大统一对禁闭弱作用三前子模型的限制. 我们的结论是: $SU(3) \times SO(5)$ 及 $SU(3) \times SU(2)$ 是可能的超色群,中间破缺标度 $\Lambda \sim 10^6$—10^{10}GeV, 而超色禁闭标度 Λ_{MC} 为几个或几十个 TeV, 这些能区是有现实意义的.

二、计算及分析

(1) $G_{MC} = SU(N_1) \times SO(M_1)$ 的情形.

设禁闭弱作用大统一群为 G, 在大统一标度 Λ_u $G \xrightarrow{\Lambda_u} G_{MC} \times SU(3)_C \times U(1)_{em}$.

在 $\Lambda_{MC} \leqslant \mu \leqslant \Lambda_u$ 能区间,有:

$$\frac{1}{\alpha_i(\mu)} - \frac{1}{\alpha_i(\Lambda_u)} = \frac{b_i}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{\Lambda_u^2} \tag{2}$$

在 Λ_u 破缺时,若不存在 G_{MC} 的实表示,则有:

$$
\begin{aligned}
&b_{N_1} = \frac{1}{3}(11N_1 - F), \quad b_{M_1} = \frac{1}{3}[11(M_1 - 2) - F]\\
&b_C = \frac{1}{3}(33 - F).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

其中 F 是费米子对 b_i 的贡献.

在 Λ_{MC} 处超色群 G_{MC} 禁闭,因而在 $\Lambda_C \leqslant \mu \leqslant M$ 有:

$$\frac{1}{\alpha_C(\mu)} - \frac{1}{\alpha_C(\Lambda_{MC})} = \frac{(33 - 4N)}{12\pi} \ln \frac{\mu^2}{\Lambda_{MC}^2} \tag{4}$$

其中 N 是复合费米子的"代"数.

由 α_{N_1}、α_{M_1} 及 α_C 的演化方程得

$$11N_1 - 33 = \frac{(33-4N)(\ln\Lambda_{MC} - \ln\Lambda_C)}{\ln\Lambda_u - \ln\Lambda_{MC}} \tag{5}$$

$$11M_1 - 55 = \frac{(33-4N)(\ln\Lambda_{MC} - \ln\Lambda_C)}{\ln\Lambda_u - \ln\Lambda_{MC}} \tag{6}$$

由于实验上要求 $N \geqslant 3$，当取 $\Lambda_u \sim 10^{14}$—10^{19}GeV，$\Lambda_{MC} \sim 1$TeV 时，由计算得：

$$N_1 \leqslant 3.48—3.69; \quad M_1 \leqslant 5.48—5.69 \tag{7}$$

取整数解，则 $N_1 \leqslant 3$，$M_1 \leqslant 5$，因而我们可取超色群为 $G_{MC} = SU(3) \times SO(5)$.

由于前子理论要求 $\Lambda_{MC} \gg \Lambda_C$，而 $G \xrightarrow{\Lambda_u} SU(3)_{MC} \times SO(5)_{MC} \times SU(3)_C \times U(1)_{em}$ 破缺很难满足这一要求，所以，必须增加中间破缺步骤，例如：

$$G \xrightarrow{\Lambda_u} SU(N_2) \times SO(M_2) \times SU(3)_C \times U(1)$$

$$\xrightarrow{\Lambda} [SU(3) \times SO(5)]_{MC} \times SU(3)_C \times U(1)_{em}$$

由重整化计算得 N_2、M_2 必须满足下列方程：

$$\frac{11N_2-33}{6\pi}\ln\Lambda_u \geqslant 1 - \frac{1}{\alpha_C(\mu)} - \frac{33-4N}{6\pi}\ln\frac{\Lambda_{MC}}{\mu} + \frac{11N_2-33}{6\pi}\ln\Lambda_u$$

$$\geqslant \frac{11N_2-33}{6\pi}\ln\Lambda_{MC} \tag{8}$$

$$\frac{11N_2-55}{6\pi}\ln\Lambda_u \geqslant 1 - \frac{1}{\alpha_C(\mu)} - \frac{33-4N}{6\pi}\ln\frac{\Lambda_{MC}}{\mu} + \frac{11M_2-55}{6\pi}\ln\Lambda_u$$

$$\geqslant \frac{11M_2-55}{6\pi}\ln\Lambda_{MC} \tag{9}$$

式中 N 为复合费米子的“代”数.

取整数解：

$$N_2 \geqslant 4; \quad M_2 \geqslant 6. \tag{10}$$

中间标度由下式确定：

对于 $SU(3)_{MC}$：

$$\ln\Lambda_1 = \frac{6\pi}{11N_2-33}\left[1 - \frac{1}{\alpha_C(\mu)} - \frac{33-4N}{6\pi}\ln\frac{\Lambda_{MC}}{\mu} + \frac{11N_2-33}{6\pi}\ln\Lambda_u\right] \tag{11}$$

对于 $SO(5)_{MC}$

$$\ln\Lambda_2 = \frac{6\pi}{11M_2-55}\left[1 - \frac{1}{\alpha_C(\mu)} - \frac{33-4N}{6\pi}\ln\frac{\Lambda_{MC}}{\mu} + \frac{11M_2-55}{6\pi}\ln\Lambda_u\right] \tag{12}$$

当取 $M_2 = N_2 + 2$ 时，$\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda$. 通过计算，得到中间标度 Λ 值随 N_2（或 $M_2 = N_2 + 2$）的变化见表 1，其中大统一能标 Λ_u 取为 10^{15}GeV，复合标度 Λ_{MC} 取为 1TeV.

中间标度 Λ 随 Λ_u 的变化见表 2.

当超色群 $G_{MC} = SU(3) \times SO(5)$ 时，复合标度 Λ_{MC} 的值由表 3 给出，其中 $N_2 = 4$，$M_2 = 6$.

由上述计算可看出，在通常的大统一能标下，当复合费米子为 3 代或 4 代时，中间能

表 1 Λ 随 N_2 的变化

N \ Λ(GeV) \ N_2	4	5	6	7
3	2.29×10^{7}	1.51×10^{11}	2.88×10^{12}	1.55×10^{13}
4	6.61×10^{8}	8.13×10^{11}	8.71×10^{12}	2.82×10^{13}
5	1.51×10^{12}	1.23×10^{13}	5.37×10^{13}	1.12×10^{14}

表 2 Λ 随 Λ_u 的变化

N \ Λ(GeV) \ Λ_u	10^{14}GeV	10^{15}GeV	10^{16}GeV	10^{17}GeV
3	2.30×10^{6}	2.30×10^{7}	2.30×10^{8}	2.30×10^{9}
4	6.61×10^{7}	6.61×10^{8}	6.61×10^{9}	6.61×10^{10}

表 3 Λ_{MC} 的 值

N \ Λ \ Λ_u(GeV) \ Λ_{MC}(GeV)	$\Lambda=10^{7}$GeV			$\Lambda=10^{8}$GeV		
	10^{14}	10^{15}	10^{16}	10^{14}	10^{15}	10^{16}
3	4.64×10^{2}	1.55×10^{3}	5.18×10^{3}	1.38×10^{2}	4.64×10^{2}	1.55×10^{3}
4	3.83×10^{3}	1.50×10^{4}	6.66×10^{4}	7.63×10^{2}	3.83×10^{3}	1.50×10^{4}

标在 10^7—10^8GeV 能区内，而且 $[SU(3)\times SO(5)]_{MC}$ 具有较低的禁闭标度，这是很吸引人的.

(2) $G_{MC}=SU(N)\times SU(M)$ 的情形

由类似①中的计算可知，$G_{MC}=SU(3)\times SU(2)$ 是可能的超色群. 为了得到适当的超色禁闭标度,采用下述破缺步骤:

$$G\xrightarrow{\Lambda_u}SU(n)\times SU(m)\times SU(3)_C\times U(1)$$
$$\xrightarrow{\Lambda_1}SU(3)_{MC}\times SU(m)\times SU(3)_C\times U'(1)$$
$$\xrightarrow{\Lambda_2}SU(3)_{MC}\times SU(2)_{MC}\times SU(3)_C\times U(1)_{em}$$

由重整化群计算得 n、m 必须满足下述方程:

$$n \geqslant 3+\frac{6\pi/\alpha_C(\mu)-6\pi+(33-4N)(\ln \Lambda_{MC}-\ln \mu)}{11(\ln \Lambda_u-\ln \Lambda_{MC})} \tag{13}$$

$$m \geqslant \frac{1}{\ln \Lambda_u-\ln \Lambda_{MC}}\left[3\ln \Lambda_u-3\ln \Lambda_{MC}+\frac{(33-4N)}{11}\ln \frac{\Lambda_{MC}}{\mu}+\frac{6\pi}{\alpha_C(\mu)}-6\pi\right] \tag{14}$$

计算得: $n \geqslant 4$; $m \geqslant 4$. 中间标度 Λ_1 同表 1—3, Λ_2 由下式决定:

$$\ln \Lambda_2=\frac{6\pi}{11m-22}\left[1-\frac{1}{\alpha_C(\mu)}-\frac{33-4N}{6\pi}\ln \frac{\Lambda_{MC}}{\mu}+\frac{11m-33}{6\pi}\ln \Lambda_u\right.$$
$$\left.+\frac{11}{6\pi}\ln \Lambda_{MC}\right] \tag{15}$$

计算结果列于表 4 中,其中 Λ_{MC} 取为 1TeV.

表 4　Λ_2 随 m 取值的变化

Λ_u(GeV) \ m \ Λ_2(GeV) \ N		3	4	5
10^{14}	4	4.81×10^4	2.57×10^5	1.37×10^6
	5	6.14×10^7	1.87×10^8	5.75×10^8
	6	2.19×10^9	5.06×10^9	1.17×10^{10}
10^{15}	4	1.52×10^5	8.11×10^5	4.33×10^6
	5	2.85×10^8	8.70×10^8	2.66×10^9
	6	1.23×10^{10}	2.85×10^{10}	6.58×10^{10}
10^{16}	4	4.81×10^5	2.57×10^6	1.37×10^7
	5	1.32×10^9	4.04×10^9	1.23×10^{10}
	6	6.93×10^{10}	1.60×10^{11}	3.70×10^{11}

表 5 给出了 $SU(2)_{MC}$ 的禁闭标度的取值范围.

表　5

$m;\Lambda_2$ \ Λ_u(GeV) \ Λ_{MC}(GeV) \ N		3	4
$m=4$, $\Lambda_2=10^5$GeV	10^{14}	2.00×10^2	3.16×10^4
	10^{15}	2.51×10^3	/
	10^{16}	3.16×10^4	/
$m=4$, $\Lambda_2=10^6$GeV	10^{14}	/	/
	10^{15}	/	464
	10^{16}	/	3.16×10^4
$m=5$, $\Lambda_2=10^8$GeV	10^{14}	2.00×10^2	3.16×10^4
	10^{15}	3.16×10^4	/
	10^{16}	5.01×10^6	/

从表中可以看出: (1) 当 $m=5$, $n=4$ 时,中间标度 Λ_1 与 Λ_2 接近. (2) Λ_{MC} 对于中间标度 Λ_1 及 Λ_2 非常敏感,要想使 $SU(3)_{MC}$ 与 $SU(2)_{MC}$ 同时禁闭, 需对中间标度做

出比较细致的选择.

三、结　论

当考虑到 WNW 条件后，对三前子模型加上了手征性的限制条件. 我们从大统一的观点对禁闭弱作用复合模型进行了重整化群的分析与计算. 发现:

1. 半单群 $SU(N)\times SO(M)$ $(N\leqslant 3,\ M\leqslant 5)$ 及 $SU(3)\times SU(2)$ 是可能的超色群. 应用这种超色群可以构造出具有低的禁闭标度的手征三前子模型，而可能的大统一群为:

对于 $G_{MC}=SU(3)\times SO(5)$，$G_U\geqslant SU(11)$

对于 $G_{MC}=SU(3)\times SU(2)$，$G_U\geqslant SU(12)$.

2. 超色禁闭标度 Λ_{MC} 对于中间标度 Λ 是非常敏感的. 本文计算表明，要使半单超色群中的两个半纯群同时达到超色禁闭,必须对中间标度做精细地调节. 这里提出一个问题: 在超色群是由两个单纯群的直乘而构成的半单群的模型中,超色力禁闭如何发生,这两个群是同时禁闭还是某一个群首先变强等等,关于这方面的问题,将另文详细讨论.

参　考　文　献

[1] D. Weingarten, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 1830, S. Nussinov, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 2081, E. Witten, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 2351.

[2] Kuang Y-P and S. S-H. Tye, *Phys. Rev.*, **D26**(1982), 1718, L. F. Abbort and E. Farhi, *Phys. Lett.*, **B101**(1981), 69, *Nucl. Phys.*, **B189**(1981), 547, B. Schrempp and F. Schrempp, *Nucl. Phys.*, **B231**(1984), 109.

[3] 张新民等,物理学报, Vol. **35**(1986), 95.

[4] 鲁公儒等, $SU(3)\times SO(5)$ 手征三前子模型,待发表.

RESTRAINTS FROM GUT ON CHIRAL THREE-PREON MODEL

Lu Gongru Zhang Xinmin Wan Lingde

(Henan Normal University, Xinxiang)

Abstract

According to WNW condition, a systematic analysis about the restraints from GUT on chiral three-preon model with confining weak interaction is discussed. It shows that the metacolor gauge group may not be $SU(N)$ or $SO(M)$, but may be semisimple group, for example, $SU(N)\times SO(M)$ or $SU(N)\times SU(M)$. By calculating, the candidats are $G_{MC}=SU(3)\times SO(5)$ and $G_U\geqslant SU(11)$, $G_{MC}=SU(3)\times SU(2)$ and $G_U\geqslant SU(12)$ under conditions: 10^{14}GeV $\leqslant\Lambda_U\leqslant 10^{19}$ GeV and 300GeV$\leqslant\Lambda_{MC}\leqslant$ 1TeV.