

$^{157,159}\text{Tb}$ 和 $^{155,157}\text{Gd}$ 集体能谱研究

刘庸 桑建平

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉)

摘 要

基于相互作用玻色子-费米子模型的观点, 阐述一种研究奇质量核集体态的微观方法, 导出了模型哈密顿量并用于计算 $^{157,159}\text{Tb}$ 和 $^{155,157}\text{Gd}$ 的能谱. 数值结果与实验定性符合较好.

一、引 言

现已有多种理论方案探讨相互作用玻色子模型 (IBM)^[1] 的微观基础, 其中一种方案以玻色子展开和 MJS 代换为基础, 基本观点已在文献 [2] 中作了详细的阐述. 对 Sm、Er 和 Os 等几系列同位素的研究看来已获初步的成功^[3]. 为进一步考察这一方案, 应做多方面的工作, 例如探讨扩充方案解释更多核现象的可能性等. 考虑到相互作用玻色子-费米子模型 (IBFM)^[4] 是 IBM 的自然推广, 它把奇质量核看作 s - d 玻色子核心与奇核子耦合的体系, 在唯象方面做了不少工作. 在本文中我们扩充上述 IBM 微观方案, 增加奇核子自由度, 研究奇质量核集体态. 所以本工作是探讨 IBFM 微观基础的一个尝试.

在 IBM 微观方案中, 我们借助于玻色子展开把价核子描述转变为理想玻色子描述, 定义 s 、 d 算符以后实现集体态子空间截断^[2,3]. 因为每个玻色子携带两单位价核子数, 向奇数个价核子体系推广时自然地可采用广义玻色子展开进行^[5,6]. 本文的基本做法是: 先用广义 Dyson 展开^[6] 把奇质量核的价核子描述转变为等价的理想玻色子-费米子描述, 按讨论偶偶核的同样方法定义 s 、 d 玻色子^[2], 然后取定单费米子等价子空间^[6]作 s - d 截断, 即集体态子空间截断, 导出哈密顿量在此子空间中的等效算符, 这就是第二类 IBFM 体系的哈密顿量. 最后将用此哈密顿量描述核的低能集体性质.

本文方法要点中将只着重叙述与引入奇核子有关的问题, 不再重复和偶偶核情况相同的内容, 这些内容请参阅文献 [2] 和 [3].

数值计算部分讨论了变形核 $^{157,159}\text{Tb}$ 和 $^{155,157}\text{Gd}$. 它们状态空间维数较高, 做对角化哈密顿量的数值计算是困难的, 因此采用了我们提出的求转动谱的一种解析的近似方法^[7]: 先确定体系各转动带内禀波函数, 用推转模型变分方法讨论各带的转动惯量, 再计算激发谱. 计算结果与实验资料作了比较和讨论.

* 本工作是在华中师范大学科学研究基金支持下进行的。
本文 1988 年 3 月 9 日收到。

二、方法要点

以 $a_{\alpha}^{(\sigma)+}$ 、 $a_{\alpha}^{(\sigma)}$ 代表价核子的产生和湮灭算符, $\sigma = n$ 或 p 分别标记价中子或价质子, $|0\rangle$ 为价核子真空态, 描写满壳层. 态指标 $\alpha \equiv (im)$ 是 $(nljm)$ 的缩写. 仅限于一个主壳层. 于是, 一个任意的价核子态矢量可表为组合形式:

$$|\phi\rangle = \sum c a_{\alpha_1}^{(n)+} \cdots a_{\alpha_x}^{(n)+} a_{\beta_1}^{(p)+} \cdots a_{\beta_{x'}}^{(p)+} |0\rangle. \quad (1)$$

为确定起见, 讨论奇中子核, 价中子数 x 为奇数, 价质子数 x' 为偶数. 含两体相互作用的价核子哈密顿量一般形式可写为:

$$H_f = \sum_{\sigma} \left\{ \sum_{\alpha} E_{\alpha}^{(\sigma)} a_{\alpha}^{(\sigma)+} a_{\alpha}^{(\sigma)} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(\sigma)} a_{\alpha}^{(\sigma)+} a_{\beta}^{(\sigma)+} a_{\gamma}^{(\sigma)} a_{\delta}^{(\sigma)} \right\} \\ + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(np)} a_{\alpha}^{(p)+} a_{\beta}^{(n)+} a_{\gamma}^{(p)} a_{\delta}^{(n)}, \quad (2)$$

式中 $P_{\alpha\beta\gamma\delta}$ 是相互作用矩阵元.

参照 IBFM 的观点, 我们先把价核子描述转变为玻色子-费米子描述. 这需借助理想玻色子算符 $A_{\alpha\beta}^+$ 、 $A_{\alpha\beta}$ 和费米子算符 η_{α}^+ 、 η_{α} ^[6]. 它们满足以下关系:

$$A_{\alpha\beta} = -A_{\beta\alpha}, [A_{\alpha\beta}^+, A_{\alpha'\beta'}^+] = 0, \\ [A_{\alpha\beta}, A_{\alpha'\beta'}^+] = \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} - \delta_{\alpha\beta'} \delta_{\beta\alpha'}, \\ \{\eta_{\alpha}^+, \eta_{\alpha'}^+\} = 0, \{\eta_{\alpha}, \eta_{\alpha'}\} = \delta_{\alpha\alpha'}, \\ [A_{\alpha\beta}, \eta_{\gamma}^+] = [A_{\alpha\beta}, \eta_{\gamma}^+] = 0. \quad (3)$$

按照广义 Dyson 展开, 用算符 U 可以实现任意态矢量 (1) 向广义态空间的映射 $|\phi\rangle \rightarrow |\psi\rangle$ ^[6],

$$|\psi\rangle = U|\phi\rangle = U_n U_p |\phi\rangle, \quad (4)$$

$$U_{\sigma} = \langle 0|_c e^{\frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} A_{\alpha\beta}^{(\sigma)+} a_{\beta}^{(\sigma)} a_{\alpha}^{(\sigma)} + \sum_{\alpha} \eta_{\alpha}^{(\sigma)+} a_{\alpha}^{(\sigma)}} |0\rangle. \quad (5)$$

H_f 的等效算符 H_{bf} 按以下条件确定^[6]:

$$UH_f = H_{bf}U. \quad (6)$$

它保证了在对应态矢量之间的矩阵元相等, 故不取近似时不同描述是互相等价的.

用条件 (6) 可以直接推导出 H_{bf} 的表达式:

$$H_{bf} = \sum_{\sigma} H_{bf}^{(\sigma)} + H_{bf}^{(np)}. \quad (7)$$

式右边各项按所含算子类型均可分为三部分:

$$H_{bf}^{(\sigma)} = H_{gb}^{(\sigma)} + H_{gf}^{(\sigma)} + V_{bf}^{(\sigma)}, \quad (8)$$

$$H_{bf}^{(np)} = H_{gb}^{(np)} + H_{gf}^{(np)} + V_{bf}^{(np)}, \quad (9)$$

其中纯玻色子算符项 $H_{gb}^{(\sigma)}$ 与 $H_{gb}^{(np)}$ 之和与展开偶核得到的玻色子哈密顿量相同^[3], 不再重复讨论; 纯费米子算符项 $H_{gf}^{(\sigma)}$ 与 $H_{gf}^{(np)}$ 之和在形式上与 (2) 相同, 但意义及性质完全不同, 它描述理想费米子的能量和相互作用. 在进一步讨论它之前先看 (8) 和 (9) 式的末项:

$$V_{bf}^{(\sigma)} = -2 \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(\sigma)} \eta_{\alpha}^{(\sigma)+} \eta_{\gamma}^{(\sigma)} \sum_{\lambda} A_{\beta\lambda}^{(\sigma)+} A_{\delta\lambda}^{(\sigma)}, \quad (10)$$

$$V_{bf}^{(np)} = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(np)} \eta_{\beta}^{(n)+} \eta_{\delta}^{(n)} \sum_{\lambda} A_{\alpha\lambda}^{(p)+} A_{\gamma\lambda}^{(p)} \\ + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(np)} \eta_{\alpha}^{(p)+} \eta_{\gamma}^{(p)} \sum_{\lambda} A_{\beta\lambda}^{(n)+} A_{\delta\lambda}^{(n)}. \quad (11)$$

这是玻色子和费米子之间的相互作用项。对于 IBFM 来说, 同类型项也是唯象引入的, 这里已自然地出现于价核子哈密顿量在广义态空间的等效算符中。不过现在出现的玻色子算符并非 s 、 d 算符, 因而需要选择有确定玻色子数(等价地, 也即有确定费米子数)的基矢完全集来描述体系, 并且要给出 s 、 d 算符的定义以实现集体态子空间截断。

按照广义展开的理论, 在广义态空间中存在多个互相等价的物理子空间^[6], 差别在基矢完全集以不同的玻色子数 n_B 和费米子数 n_F 标记, 但需满足粒子数守恒条件。因玻色子携带两单位价核子数, $2n_B + n_F$ 须等于价核子的数目, 条件对 neutrons 和 protons 分别成立。若作截断, 各子空间可能不再等价, 取决于截断的方式。注意到 IBFM 视奇质量核为玻色子偶偶核核心与单个奇核子的耦合体系, 接受这一观点意味着讨论只含一个费米子的子空间。于是在研究奇中子核时, 在这个子空间中 (10) 式 $\sigma = p$ 及 (11) 式第二项不作贡献, 前面提到的纯费米子算符项仅贡献一个奇中子的能量。

我们还注意到, IBFM 作为 IBM 的直接推广, 唯象工作中常把哈密顿量的玻色子项取得与描述相邻偶偶核的 IBM 哈密顿量相同^[6], 这意味着已考虑 s 、 d 玻色子对两者有相同的微观结构。因此, 用研究偶偶核同样的方式定义 s 、 d 玻色子应当是合理的。具体来说, 先通过特定的么正变换从理想玻色子构造出有集体性的玻色子, 根据唯象模型中 s 、 d 玻色子的性质, 从集体玻色子算符的集合中给出 s 、 d 算符的定义。在文献 [2] 中对此有详细的阐述。 s 、 d 算符定义的一致性正体现了描述奇质量核的方案是描述偶偶核方案的直接而自然的推广。

一旦确定了 s 、 d 玻色子, 就可对态空间作 s - d 截断, 即集体态子空间截断。容易导出 H_{bf} 在 s - d 子空间中的等效算符 H_{IBFM} ,

$$H_{IBFM} = h_{IBM} + h_f + h_{bf}. \quad (12)$$

它就是本文方案给出的微观 IBFM 哈密顿量, 其中 h_{IBM} 具有 IBM-2 哈密顿量普遍形式^[3], h_f 给出奇核子能量, h_{bf} 为 s 、 d 与费米子的相互作用,

$$h_{bf} = \sum_{\sigma} \left\{ \sum_i k_{oi}^{(\sigma)} [(s^{(\sigma)+} s^{(\sigma)}) (\eta_i^{(n)+} \bar{\eta}_i^{(n)})_0] \right. \\ + \sum_{ii'} k_{ii'}^{(\sigma)} [(d^{(\sigma)+} s^{(\sigma)} + s^{(\sigma)+} \bar{d}^{(\sigma)}) (\eta_i^{(n)+} \bar{\eta}_{i'}^{(n)})_2]_0 \\ \left. + \sum_{jii'} x_{jii'}^{(\sigma)} [(d^{(\sigma)+} \bar{d}^{(\sigma)})_j (\eta_i^{(n)+} \bar{\eta}_{i'}^{(n)})_j]_0 \right\}. \quad (13)$$

式 (12) 中的所有系数都可通过求 H_{bf} 在相应态中的矩阵元获得。对取定的价核子哈密顿量 (2), 只要给出壳模型单粒子能量、波函数及核子之间的相互作用参量, 就可计算出这些系数从而利用 (12) 研究奇质量核的低能集体态。

三、计算方法和结果

变形核的激发谱有很强的规律性, 选取变形核为例子检验理论是很有意义的。但变形核态空间的维数较高, 限于条件难以做对角化哈密顿量的数值计算, 因此我们用近似方法求解 H_{IBFM} 的本征值方程。我们曾用确定体系内禀态投影波函数的方法作过计算, 获得了很好的结果^[9]。不过此法还仅限于研究基态转动带, 未能计算完整的能谱, 所以我们参照推转模型的做法发展了另一种解析的近似方法^[7]。方法的基本思想如下:

N 个 s - d 玻色子体系基态的内禀态被考虑为以下形式^[10]:

$$|N; a\rangle = \mathcal{N}(B^+)^N |0\rangle, \quad (14)$$

$$B^+ = s^+ + \sum_{\mu} a_{\mu} d_{\mu}^{\dagger}. \quad (15)$$

我们把 IBFM 体系内禀态考虑为 (14) 与奇核子内禀波函数的乘积,

$$|N; a; \chi_K\rangle = |N; a\rangle |\chi_K\rangle, \quad (16)$$

其中 K 是角动量在内禀系 z 轴上的投影, a_{μ} 是内禀参数, 可由变分确定。选取惯量主轴为内禀坐标轴, 假定体系以角频率 ω 绕 x 轴作集体转动。要确定体系的转动惯量, 按推转模型做法应求解以下变分问题:

$$\delta \langle N; a; \chi_K | H - \omega I_x | N; a; \chi_K \rangle = 0. \quad (17)$$

在可认为 ω 足够小的条件下把期待值 $\langle H \rangle$ 和 $\langle I_x \rangle$ 在 $\omega = 0$ 的解 $a_{\mu}^{(0)}$ 附近作泰勒展开, 条件 (17) 近似为一个线性方程组,

$$\begin{aligned} \Delta_0 \left[\frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_0^2} \right]_{a^{(0)}} + \Delta_2 \left[\frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_1 \partial a_0} \right]_{a^{(0)}} &= 0, \\ \Delta_0 \left[\frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_0 \partial a_2} \right]_{a^{(0)}} + \Delta_2 \left[\frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_2^2} \right]_{a^{(0)}} &= 0, \\ \Delta_1 \left[\frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_1^2} \right]_{a^{(0)}} - \omega \left[\frac{\partial \langle I_x \rangle}{\partial a_1} \right]_{a^{(0)}} &= 0, \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $a_{\mu} = a_{\mu}^{(0)} + \Delta_{\mu}$ 。方程组 (18) 第三式与前两式无关, 而前两式系数行列式非零故只有零解 $\Delta_0 = \Delta_2 = 0$ 。从第三式求出 Δ_1 , 与转动惯量的定义式对比给出基带转动惯量的表达式。

$$I = \left[\frac{\partial \langle I_x \rangle}{\partial a_1} \right]_{a^{(0)}}^2 / \left[\frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_1^2} \right]_{a^{(0)}}. \quad (19)$$

带内激发态的能量则可用转动公式求出。

激发带的讨论是完全类似的。当 (16) 式中的 $|\chi_K\rangle$ 为描述奇核子激发态的内禀波函数时, 期待值 $\langle H \rangle$ 给出内禀激发能, 从 (19) 则得到该激发带的转动惯量; 若把 (16) 式中的 $|N; a\rangle$ 换为描述玻色子核心 β 或 γ 激发的内禀态时^[10], 以上的讨论即适用于 β 或 γ 激发带^[7]。

上面并未区分中子和质子自由度。为了从 (12) 式得到不区分中子和质子自由度的第一类模型哈密顿量, 同时便于参考已计算过的相邻偶偶核的研究经验^[3], 本文用了最大

F 旋截断^[11]。不过这并不是必需的,不作截断的结果将另行报道。

对于价核子哈密顿量(2)中的相互作用项,同类核子间选为对力、四极对力和四极-四极力,中子-质子相互作用选为四极-四极力。价核子单粒子能级见表 1。表 2 给出了相互作用参量。取值均以研究相邻 Sm 偶核的数据为依据^[2],仅作了微小变动。至于奇核子的内禀态波函数,则取用了相应的变形场 Nilsson 波函数^[12]。

表 1 价核子能级

中子能级		质子能级	
nlj	$E(\text{MeV})$	nlj	$E(\text{MeV})$
3 p 1/2	8.88	3 s 1/2	7.21
2 f 5/2	7.64	2 d 3/2	6.76
1 i 13/2	6.85	1 h 11/2	5.32
1 h 9/2	5.80	2 d 5/2	5.00
3 p 3/2	4.30	1 g 7/2	4.00
2 f 7/2	4.00		

表 2 核子-核子有效相互作用参量 [MeV]

核	g_n	G_n	K_n	g_p	G_p	K_p	K_{np}
¹⁵⁷ Tb, ¹⁵⁹ Tb	0.048	0.052	0.021	0.028	0.046	0.031	0.005
¹⁵⁵ Gd, ¹⁵⁷ Gd	0.049	0.054	0.02	0.029	0.048	0.03	0.004

图 1 至图 4 分别给出了 ¹⁵⁷Tb、¹⁵⁹Tb、¹⁵⁵Gd 和 ¹⁵⁷Gd 的计算结果。图中以 Exp 和 Th 分别标记观测值和计算值。以 c 标记的带为理论预测。四个核中奇中子和奇质子核各有两个。能级旁边标的数字是该能态角动量的两倍。

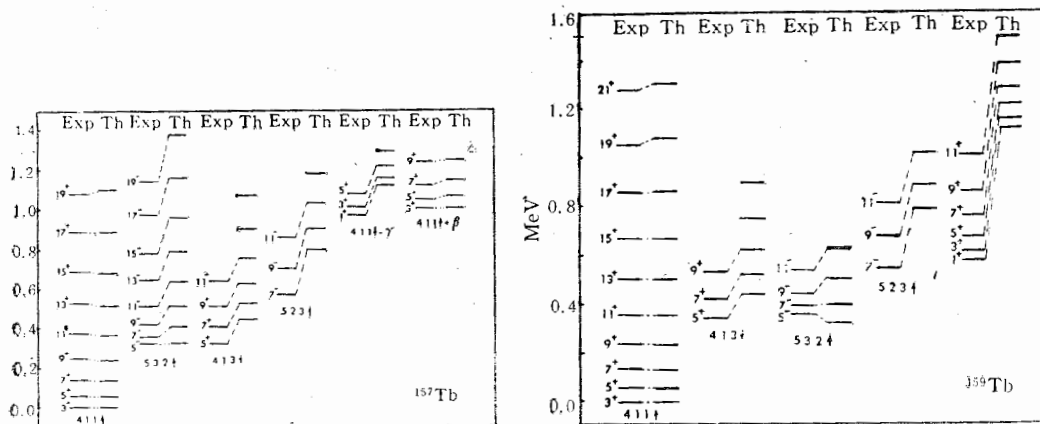


图 1

图 2

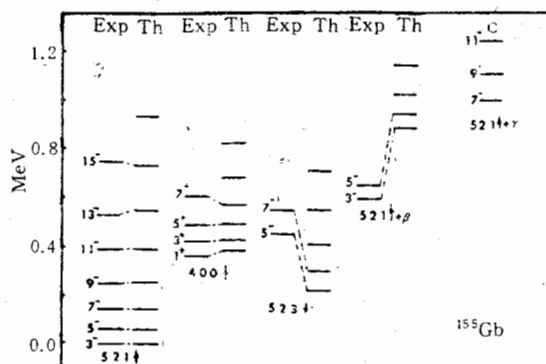


图 3

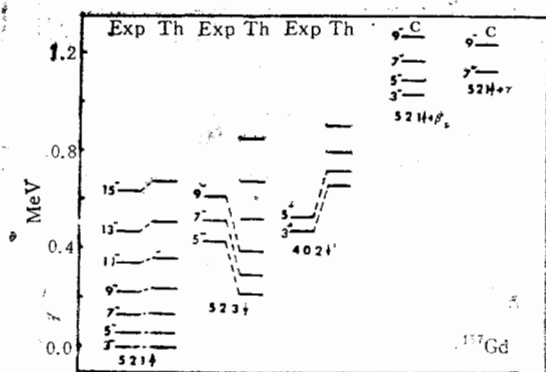


图 4

四、讨 论

从图 1—4 看到,在定性上理论与实验普遍符合较好。基态带甚至在定量上也与实验相符。因 ^{157}Tb 的实验资料较丰富,有正、负宇称的转动带,还有 β 和 γ 激发带,讨论它有典型意义。注意到本文用的方法中,各带内激发态的能量是根据求得的转动惯量以转动能公式算出的,因而与实验对比时,重要的应当是各转动带转动惯量及内禀激发能的计算值。前者决定带内能级的间距,后者决定带头的位置。从 ^{157}Tb 的图可见,多数带头的位置大体符合实验,而转动惯量的计算值与实验符合得相当好,因此我们相信,至少对于变形区,本文方案有可能对奇质量核作出合理的描述,进一步,由于它是研究偶偶核方案的推广,我们认为凡属具有肯定性的结论也是对偶偶核研究方案的支持。当然,目前的工作还很粗糙,为进一步作检验,还必须做多方面的工作。

本工作是在杨泽森同志的建议和指导下进行的,并得到齐辉同志的帮助,特此致谢。

参 考 文 献

- [1] A. Arima and F. Iachello, *Ann. of Phys.*, (N. Y.) **99**(1976), 253; **111**(1978), 201; *Phys. Rev. Lett.*,

- 35(1975), 1069.
- [2] 杨泽森, 高能物理与核物理, 8(1984), 75; 9(1985), 341.
- [3] Yang Zesen, Liu Yong and Qi Hui, *Nucl. Phys.*, A421(1984), 297; 刘庸, 博士论文, 北京大学, (1984).
- [4] F. Iachello and O. Scholten, *Phys. Rev. Lett.*, 43 (1976), 679; *Phys. Lett.*, 91B(1980), 189.
- [5] E. R. Marshalek, *Phys. Lett.*, 44B(1973), 5; *Nucl. Phys.*, A224(1974), 221; A224(1974), 245.
- [6] 杨泽森、钟毓澍、齐辉、杨立铭, 高能物理与核物理, 2(1978), 158.
- [7] 刘庸、桑建平, 高能物理与核物理, 待发表.
- [8] F. Iachello, *Nucl. Phys.*, A347(1980), 51.
- [9] 桑建平、刘庸、齐辉, 华中师范大学学报, (自然科学版), 21(1987)183; Liu Yong, Sang Jianping, Yang Zesen and Qi Hui, Hua-Zhong Normal University Preprint HZPP 87-8.
- [10] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Physica Scripta*, 22(1980), 468; 25(1982), 28; H. Schaaser and D. M. Brink, *Nucl. Phys.*, A452(1986), 1.
- [11] A. Arima, T. Otsuka, F. Iachello and I. Talmi, *Phys. Lett.*, 66B (1977), 205.
- [12] S. G. Nilsson, Kgl. Danske Videnskab. Selskab Mat. Fys. Medd 29(16) (1955); B. R. Mottelson and S. G. Nilsson, Kgl. Danske Videnskab. Selskab Mat. Fys. Skrifter 1(8) (1959).

STUDY OF COLLECTIVE SPECTRUM FOR $^{157,159}\text{Tb}$ AND $^{155,157}\text{Gd}$

LIU YONG SANG JIANPING

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan)

ABSTRACT

A microscopic approach for studying the collective states of odd-mass nuclei is proposed from the viewpoint of interacting boson-fermion model. The model Hamiltonian is derived and used for calculating the spectrum of $^{157,159}\text{Tb}$ and $^{155,157}\text{Gd}$ isotopes. Numerical results are in qualitative agreement with experiment.