

很热余核破碎瞬时的状态方程*

张 东**

(北京师范大学低能核物理研究所)

张孝泽 金星南 萨本豪

(中国原子能科学研究院, 北京)

摘 要

用正则系综蒙特卡罗模拟方法研究余核破碎问题时, 若对碎块位置的平均采取近似的办法, 就可以得到余核 (RT) 系统破碎时的状态方程. 本文用数值方法计算了该状态方程, 得到了广义压强 (P)-体积 (V_{RT}) 平面上的等温曲线; 它与 Van der Waals 气体相应等温线有类似之处; 相变温度就应该对应于只有一特点的等温曲线的温度. 本文又指出, 描写破碎问题的统计模型中的两个参数, 即破碎温度 (T) 和破碎体积 (V_{RT}), 在一定的变化范围内都能符合碎块质量分布数据. 也就是说, (T, V_{RT}) 对不是唯一的. 一定温度下与实验符合最好的一对参数, 就是相应等温线的两相共存区内压强的极大点.

一、引 言

高能重离子碰撞是当前人们非常感兴趣的领域, 特别是在这种碰撞过程中可能发生的两类相变现象(液气相变和退禁闭相变), 已成为理论和实验物理学家都热切探索的目标.

高能核子(或核)射入靶核后, 首先, 有一些核子将直接被打出靶系统, 剩余系统进入升温和压缩阶段; 接着通过发射快粒子(主要是 π), 剩余系统开始降温并膨胀, 进而形成了热的、稀释的和有限的亚稳态; 最后剩余系统将在一定的破碎温度 T 和一定的破碎体积 $V_{RT} = \frac{4\pi}{3} R_{RT}^3$ (即一定的破碎半径 $R_{RT} = R_{T_0} A_{RT}^{1/3}$, A_{RT} 是余核的质量, R_{T_0} 为一模型参量)下碎裂成核碎块(也包括 α 粒子和核子等). 上述反应过程实际上是互相交织的, 但为了处理方便, 并根据实验的某些事实, 可把这一反应过程划分为两个阶段分别用不同的模型加以研究. 从粒子入射到似稳态剩余系统的形成, 是一个动力学的过程. 似稳态剩余系统的最终破裂, 可以近似地用统计系统相空间计算的办法处理; 这儿有两个可调参量 (T, v_{RT}) 决定着剩余系统破碎瞬时的整个状态. 这两个参量虽然可以由第一个阶段的动

* 国家自然科学基金资助课题.

** 现在北京大学物理系, 本文 1988 年 4 月 14 日收到.

力学处理来确定(有关的研究工作正在进行中), 不过这儿我们研究的对象仍然集中在破碎过程. 由于入射粒子能量的涨落等因素, 不难想象, 余核系统的这两个参量也不是唯一的, 而有一定的分布, 实验值是在这个分布上的平均值^[1-3].

核物质状态方程的研究是广泛感兴趣的问题^[6,7]. 许多作者将核物质的状态方程与 Van der Waals 气体的状态方程进行了比较, 发现它们有很相似的地方^[8-10]. 不过本文主要讨论有限核系统的状态方程.

统计模型的 Monte Carlo 模拟在描述非常热余核系统破碎瞬时的质量分布, 电荷分布、激发能谱等诸方面已取得了很大的成功^[2]. 经过对库仑能平均的简化后, 使得这种 MCS (Monte Carlo simulation) 能够应用于更广阔的范围和得到另外一些更有意义的结果^[1]. 特别是库仑能的简化, 使得统计配分函数成为破碎体积 V_{RT} 的显函数, 从而可以推导出非常热余核系统破碎瞬时的状态方程. 在第二节里, 我们将比较详细地给出状态方程的推导, 以及数值模拟结果—— PV 图. 第三节讨论统计模型参量的成对性, 第四节为简要的总结.

二、余核破碎瞬时的状态方程

从统计物理学^[11]知道:

$$P = T \frac{\partial \ln Z_{CE}}{\partial V_{RT}}, \quad (1)$$

其中, P 、 V_{RT} 分别表示系统的广义压强和体积, T 表示系统的温度, Z_{CE} 是用以描写余核系统的正则系综 (CE) 的配分函数.

文献[3]给出 Z_{CE} 的表达式,

$$Z_{CE} = \int_{\Omega} w(x) dx, \quad (2)$$

$$w(x) = e^{-E'/T} w_q w_n. \quad (3)$$

其中, 相空间点的定义是

$$x = \{N_c, N_p; \{A_i, Z_i\}_{i=1}^{N_c}; \{\mathbf{r}_i\}_{i=1}^{N_c}; \{\mathbf{P}_i\}_{i=1}^{N_c}\}. \quad (4)$$

(3)式中 w_q 是碎块内部激发能权重, 即

$$w_q = \prod_{j=1}^{N_c} Q_j = \prod_{j=1}^{N_c} \left\{ 1 + \int_{0.5}^{\delta_j} \rho_j(\epsilon_j) e^{-\epsilon_j/T} d\epsilon_j \right\}_j \quad (5)$$

而 w_n 是中子质心系中, 中子占据的相空间因子

$$w_n = \frac{1}{N_p!} \left[2V_n \left(\frac{m_0 T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \right]^{N_p} / (2\pi N_p m_0 T)^{3/2}, \quad (6)$$

其中 $V_n = V_{RT}$, 为中子运动空间体积. 系综有效总能量是

$$E' = E_C - E_B + \sum_{i=1}^{N_c} \frac{P_i^2}{2m_i} + \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_c} P_i \right)^2}{2m_0 N_p}, \quad (7)$$

这儿 $\left(\sum_{i=1}^{N_c} P_i \right)^2 / 2m_0 N_p$ 来自于动量守恒, 为中子质心系的动能.

配分函数又可详细地写为

$$\begin{aligned}
Z_{CE} = & \sum_{N_c=1}^{N_c \max} \sum_{N_p=1}^{N_p \max} \sum_{A_1=1}^{A'_{RT}} \cdots \sum_{A_{N_c}=1}^{A'_{RT}} \sum_{Z_1=1}^{Z_{RT}} \cdots \sum_{Z_{N_c}=1}^{Z_{RT}} \prod_{j=1}^{N_c} \\
& \times \{ICT(A_j, Z_j)\} \delta \left(\sum_{j=1}^{N_c} A_j - A'_{RT} \right) \delta \left(\sum_{j=1}^{N_c} Z_j - Z_{RT} \right) \\
& \times \frac{1}{N_c!} \int_{V_1} d^3 \mathbf{r}_1 \cdots \int_{V_{N_c}} d^3 \mathbf{r}_{N_c} \left(\frac{1}{2\pi\hbar} \right)^{3N_c} \eta(\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_{N_c}) \\
& \times \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \mathbf{P}_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \mathbf{P}_{N_c} \exp \left[- \left(E_c - E_B + \sum_{j=1}^{N_c} \mathbf{P}_j^2 / 2m_j \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(\sum_{j=1}^{N_c} \mathbf{P}_j \right)^2 / 2N_p m_0 \right) / T \right] w_q w_n, \quad (8)
\end{aligned}$$

其中,

$$ICT(A_j, Z_j) = \begin{cases} 1, & (A_j, Z_j) \text{ 在核素表中能被找到,} \\ 0, & \text{其他情形,} \end{cases} \quad (9)$$

$$A'_{RT} = A_{RT} - N_p \quad (10)$$

若令

$$\begin{aligned}
w_{AZ} = & \frac{1}{N_c!} \sum_{A_1=1}^{A'_{RT}} \cdots \sum_{A_{N_c}=1}^{A'_{RT}} \sum_{Z_1=1}^{Z_{RT}} \cdots \sum_{Z_{N_c}=1}^{Z_{RT}} \prod_{j=1}^{N_c} \{ICT(A_j, Z_j)\} \\
& \delta \left(\sum_{j=1}^{N_c} A_j - A'_{RT} \right) \delta \left(\sum_{j=1}^{N_c} Z_j - Z_{RT} \right), \quad (11)
\end{aligned}$$

$$w_p = \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \mathbf{p}_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \mathbf{p}_{N_c} \exp \left[- \left(\sum_{j=1}^{N_c} \mathbf{p}_j^2 / 2m_j + \left(\sum_{j=1}^{N_c} \mathbf{p}_j \right)^2 / 2N_p M_0 \right) / T \right], \quad (12)$$

$$w_R \times \langle e^{-E_c/T} \rangle_R = \int_{V_1} d^3 \mathbf{r}_1 \cdots \int_{V_{N_c}} d^3 \mathbf{r}_{N_c} C^3 \mathbf{r}_{N_c} \eta(\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_{N_c}) e^{-E_c/T} \quad (13)$$

$$w_R = \int_{V_1} d^3 \mathbf{r}_1 \cdots \int_{V_{N_c}} d^3 \mathbf{r}_{N_c} \eta(\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_{N_c}), \quad (14)$$

其中 $\langle \cdots \rangle_R$ 表示仅对 $\{\mathbf{r}_j\}_{j=1}^{N_c}$ 序列不同的组态求平均。

则有

$$Z_{CE} = \sum_{\alpha=1}^{\alpha_{\max}} w(x_\alpha) \quad (15)$$

$$w(x_\alpha) = w_{AZ} w_n w_R w_p w_q \langle e^{-E_c/T} \rangle_R e^{E_B/T} \quad (16)$$

α_{\max} 指破碎瞬时剩余系统可能有的组态总数。

另由文献[1]知:

$$\langle \exp(-E_c/T) \rangle_R \approx \exp(-\langle E_c \rangle_R / T) \quad (17)$$

$$\langle E_c \rangle_R \approx \sum_{i>j} Z_i Z_j e^2 \frac{1/d - 1/D}{\ln(D/d)} \quad (18)$$

$$w_R \approx \prod_{i=1}^{N_c} \frac{4\pi}{3} (R_{RT} - R_i)^3 \quad (19)$$

其中,

$$d = R_i + R_j \quad (20a)$$

$$D = 2R_{RT} - C \quad (20b)$$

R_i 为第 i 碎块的半径.

将以上结果, 即式(15)——(20)等, 代入式(1)右端, 可以得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln Z_{CE}}{\partial V_{RT}} &= \frac{1}{Z_{CE}} \frac{\partial Z_{CE}}{\partial V_{RT}} \\ &= \frac{1}{Z_{CE}} \sum_a^{\alpha_{\max}} w(x_a) \left[\frac{1}{w_n} \frac{\partial w_n}{\partial V_{RT}} + \frac{1}{w_R} \frac{\partial w_R}{\partial V_{RT}} - \frac{\partial \langle E_c \rangle_R}{T \partial V_{RT}} \right] \\ &= \left\langle \frac{1}{w_n} \frac{\partial w_n}{\partial V_{RT}} \right\rangle + \left\langle \frac{1}{w_R} \frac{\partial w_R}{\partial V_{RT}} \right\rangle - \frac{1}{T} \left\langle \frac{\partial \langle E_c \rangle_R}{\partial V_{RT}} \right\rangle, \end{aligned} \quad (21)$$

再由式(6)得到

$$\frac{1}{w_n} \frac{\partial w_n}{\partial V_{RT}} = \frac{N_v}{V_{RT}}; \quad (22)$$

由式(19)得到

$$\begin{aligned} \frac{1}{w_R} \frac{\partial w_R}{\partial V_{RT}} &= \sum_{i=1}^{N_c} \frac{1}{V_{RT}} \frac{R_{RT}}{R_{RT} - R_i} \\ &= \frac{1}{V_{RT}} \sum_{i=1}^{N_c} \frac{R_{RT}}{R_{RT} - R_i}; \end{aligned} \quad (23)$$

由式(18)得到

$$\frac{\partial \langle E_c \rangle_R}{\partial V_{RT}} = \sum_{i>j} Z_i Z_j e^2 \frac{\partial}{\partial V_{RT}} \frac{\frac{1}{d} - \frac{1}{D}}{\ln D/d}; \quad (24)$$

由式(20)得到

$$\frac{\partial}{\partial V_{RT}} \left(\frac{\frac{1}{d} - \frac{1}{D}}{\ln D/d} \right) = \left[\frac{1}{D^2} \left(\frac{1}{\ln D/d} + \frac{1}{(\ln D/d)^2} - \frac{1}{Dd(\ln D/d)^2} \right) \right] \cdot \frac{2}{3} \frac{R_{RT}}{V_{RT}}. \quad (25)$$

再将式(22)——(25)代入式(21)后不难得到状态方程

$$\begin{aligned} p &= \frac{T}{V_{RT}} \left[\langle N_v \rangle + \left\langle \sum_{i=1}^{N_c} \frac{R_{RT}}{R_{RT} - R_i} \right\rangle - \frac{2R_{RT}}{3T} \right. \\ &\quad \left. \cdot \left\langle \sum_{i>j} Z_i Z_j e^2 \frac{1}{D^2} \left\{ \frac{1}{\ln D/d} + \frac{1}{(\ln D/d)^2} - \frac{1}{Dd \ln(D/d)^2} \right\} \right\rangle \right], \end{aligned} \quad (26)$$

这是非常复杂的状态方程, 只能用数值方法进行计算. 但是, 在 $R_{RT} \gg R_i (i = 1, \dots, N_c)$

的极端情形下, 由于 $D \gg d$, $\frac{\partial \langle E_c \rangle_R}{\partial V_{RT}} \approx 0$, 状态方程简化为

$$p \approx \frac{T}{V_{RT}} [\langle N_v \rangle + \langle N_c \rangle], \quad (27)$$

对于最极端情形,将有

$$P \rightarrow \frac{T}{V_{RT}} N \quad (28)$$

其中, N 指剩余系统的核子总数;即还原为理想气体的状态方程.

图1给出了余核系统 $^{238}\text{U}^*$ 破碎时状态方程(26)的数值计算结果(图中实线)和相应的极端情形下的简化公式(27)的结果(图中虚线). 将其与核物质状态方程的计算结果以及 Van der Waals 气体的等温线比较^[8-10], 我们看到: 它们是相类似的, 只是有限核情况下马克士威结构的变化幅度要小, 预期其临界破碎温度也将比较物质的结果要小. 从我们得到的等温线随破碎温度升高的变化趋势可以看出, 随着破碎温度的升高, 等温线两相共存区 (Maxwell) 结构所跨的范围逐渐变小, 峰谷之间的幅度也逐渐变小. 从等温线随破碎温度升高的变化趋势, 我们能找到一条等温线, 在这条等温线上, Maxwell 结构宽度变为零, 两相共存区广义压强极大值和极小值重叠为一拐点, 这一点的参数即为相变的临界参数; 估计 $T_c > 7\text{MeV}$.

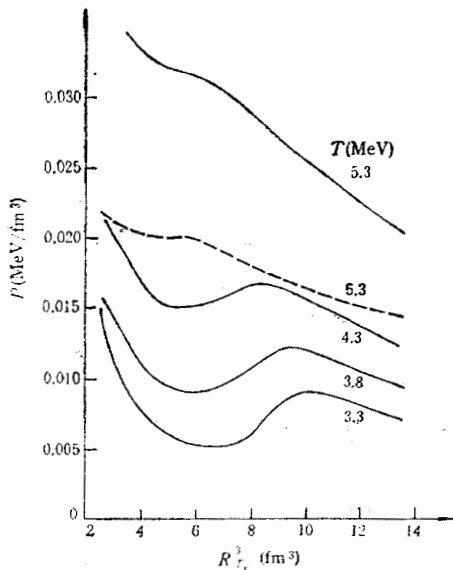


图1 热的有限余核系统 ($^{238}\text{U}^*$) 破碎瞬时的 $P \sim V$ 图, 实线和虚线分别对应于文中状态方程(26)及(27)式的结果

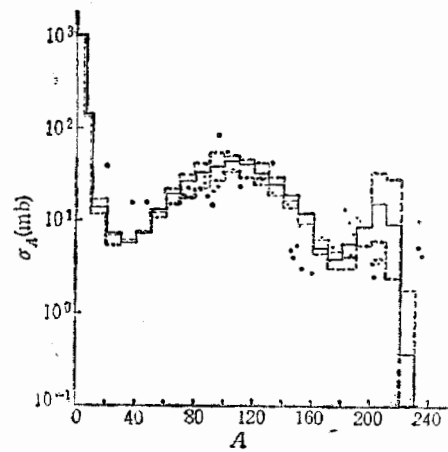


图2 余核系统 $^{238}\text{U}^*$ 破碎的碎块质量分布. 实验值来自文献 [12]. 点线、实线和虚线分别对应于 $T = 3.8\text{MeV}$, 而 $R_{T0} = 2.07, 2.12$ 及 2.18fm 的理论结果. 可以看出, 当 $R_{T0} = 2.12\text{fm}$ 时, 理论与实验符合得最好

三、统计模型参数的成对性

图2给出了余核系统 $^{238}\text{U}^*$ 在 $T = 3.8\text{MeV}$ 而 V_{RT} 取相应等温线上 Maxwell 结构范围内不同几个值下破碎的理论碎块质量分布及它们与实验的比较. 由此图可以看到: 它们与实验结果基本上都能符合, 但以 V_{RT} 取在广义压强极大值处 ($R_{T0} = 2.12\text{fm}$)

的碎块质量分布与实验符合得最好. 图 3 给出了 T 分别为 3.8、4.3 和 5.3 MeV 而 V_{RT} 取在相应的等温线上两相共存区内广义压强极大值处的理论碎块质量分布及其与实验的比较. 由此图看到: 它们与实验结果也都能符合, 但以 $T = 4.3$ MeV 下为最好. 以上说明, 符合实验结果的参数对 (T, V_{RT}) , 并不是唯一的, 在一定范围内能找到许多对这样的参数. 相应的破碎温度 T 的范围约为 3—5 MeV.

以上事实说明: T 和 V_{RT} 可能都不是最基本的参数, 描述很热余核系统破碎特征的这个基本参数究竟是什么? 需要进一步探讨.

等温线 Maxwell 结构中广义压强最大值处的 V_{RT} , 相对于该 Maxwell 结构范围内的其它 V_{RT} 值来说是最可几的; 它相当于 [1] 中对破碎体积做平均时用的高斯分布的中心位置. 从理论上讲, 在两相共存区内, 也就是实验的所测范围内, 压强最大, 意味着内部的排斥作用比起表面的维持复合系统的作用达到最大, 余核系统最容易碎裂, 相当于最可几值. 也就是说, 在同一破碎温度 T 下, 对应于不同 V_{RT} 的破碎几率分布应取为 Maxwell 结构的形状.

假如近似地认为等温线两相共存区内广义压强极大处的碎块质量分布是相应破碎温度 T 下, 对相应的 Maxwell 结构范围内不同 V_{RT} 的平均结果, 那么就可以把 $T = 3.3$ 、3.8、4.3 和 5.3 MeV 的四条等温线 Maxwell 结构中广义压强极大处的碎块质量分布再做均匀的平均, 这样就得到了图 4 的结果. 它某种意义上相当于对 T 和 V_{RT} 均做了平均的结果, 它与实验符合得最好.

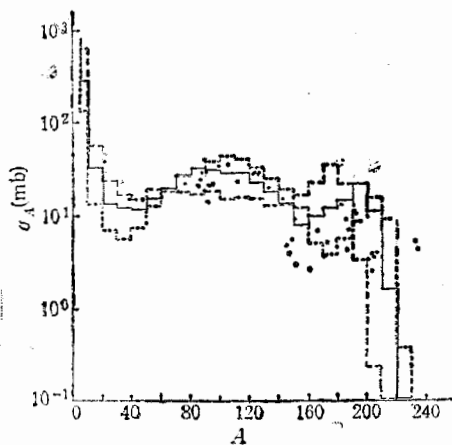


图 3 同图 2, 但点线, 实线和虚线分别对应于 $T = 3.8$ 、4.3、5.3 MeV 时等温线 Maxwell 结构范围内广义压强极大处的三对参量 (T, V_{RT}) 的碎块质量分布

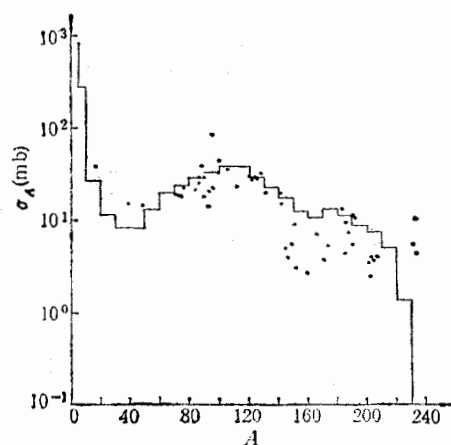


图 4 同图 2, 但对 $T = 3.3$ 、3.8、4.3 和 5.3 MeV 时等温线 Maxwell 结构范围内广义压强极大处 (相应的 $Rr_0 = 2.17$ 、2.12、2.16 和 1.94 fm) 的各碎块质量分布均匀平均的结果.

注: $T = 5.3$ MeV 时, 广义压强无极大值, $Rr_0 = 1.94$ fm 是按 $\Delta T \approx -\frac{50}{6} \Delta Rr_0$ 外推得的

四、结 论

描述亚稳态余核系统破碎行为的正则系综统计模型, 经过对库仑能的平均采用近似

8)

应
以
情
从
两
温
结
相

验
于
理

吉
音
)

的方法后,对碎块位置序列的抽样可以避免,配分函数成为破碎体积的显含表达式.于是根据统计物理可以容易地推导出非常热余核系统破碎的状态方程.据此可用蒙特卡罗模拟数值地计算广义压强-体积等温曲线;它类似于核物质或 Van der Waals 气体的结果^[8-10].但两相共存区的行为,亦即等温线的 Maxwell 结构变化急烈程度以及它的宽度比起后者,都要小些.有限且热的剩余核系统相变的临界温度 T_c ,可认定为具有拐点结构的等温线的温度,估计 $T_c > 7\text{MeV}$.当破碎温度 T 和破碎体积 V_{RT} 都很大时,所求得的状态方程即退化为理想气体的状态方程.

对上述统计模型中的两参数 (T, V_{RT}) 进行研究的结果,我们发现它们具有成对性.小 T 及大 V_{RT} 的结果与小 V_{RT} 及大 T 的结果相一致,在一定范围内可以找到不止一对 (T, V_{RT}) 参量下的碎块质量分布与实验相符合.与实验结果符合最好的参量 (T, V_{RT}) , 对应于相应温度的等温线中 Maxwell 结构范围内广义压强极大值处的 T 和 V_{RT} .

本文作者之一张东,感谢中国原子能科学研究院的热情接待,特别对 Cyber—825 机房的同志们致以衷心的感谢.

参 考 文 献

- [1] 张东,萨本豪,张孝泽和金星南;非常热余核系统破碎瞬时的体积效应;即将发表于高能物理与核物理.
- [2] Sa Ben-hao, D. H. E. Gross, Zhang Xiao-ze, Lu Zhao-qi, Zheng Yu-ming And Xu Shu-yan, in proceedings of an international summer school, p. 427, World Scientific, 1986.
- [3] Zhang Xiao-Ze, D. H. E. Gross, Xu Shu-yan and Zheng Yu-ming, *Nucl. Phys.*, **A461**(1987), 641.
- [4] Zhang Xiao-ze, D. H. E. Gross, Xu Shu-yan and Zheng Yu-ming, *Nucl. Phys.*, **A461**(1987), 668.
- [5] Sa Ben-Hao and D. H. E. Gross, *Nucl. Phys.*, **A437**(1985), 643.
D. H. E. Gross and Zhang Xiao-ze, *Phy. Lett.*, **161B**(1985), 47;
D. H. E. Gross, Zhang Xiao-Ze and Xu Shu-Yan, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 1544.
- [6] G. Baym, *Physics Today No. 3*, 38(1985), 40.
- [7] M. Fisher, *Physics*, **3**(1967), 255.
- [8] H. Jaqaman, A. Z. mekjian and L. Zamick, *Phys. Rev.*, **C27**(1983), 2782.
- [9] H. Machner, invited lecture at the 17th Summer School on Nuclear Structure. Mikolajki, Poland, 1985.
- [10] B-A Li, S. Pratt and P. J. Siemens, *Phys. Rev.*, **C37**(1988), 1473.
- [11] L. E. Reichel, "A Modern Course in Statistical Physics", University of Texas, Austin, 1980.
- [12] B. V. Jacak, W. Loveland, D. L. Morrissey, P. L. McGauhey and G. Y. Seabery. *Can. J. Cham.*, **61**(1983), 701.
Y. Y. Chu, E. M. Franz, G. Friedlander and P. J. Karol, *Phys. Rev.*, **C4**(1971), 2202;
J. Hudis, T. Kirsten, R. W. Stoenner and O. A. Schaeffer, *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 2019.

E

cl
dr
of
is
ca
ou
re
cc

EQUATION OF STATE OF HOT NUCLEI BEFORE BREAK-UP

ZHANG DONG

(Institute of Low Energy Nuclear Physics Beijing Normal University)

ZHANG XIAOZE JIN XINGNAN SA BENHAO

(Institute of Atomic Energy, Beijing China)

ABSTRACT

Following the method developed by the authors, recently, the equation of state of hot nuclei ($^{238}\text{U}^*$ in concrete) before break-up was investigated numerically. The isotherms are drawn in the plan of the general pressure P versus volume V_{RT} . They are similar to those of Van der Waals gas. The critical temperature of phase transition should correspond to the isotherm with one turning point only. It turns out that the data of mass yield distribution can be reproduced by many pairs of parameters T and V_{RT} (freeze-out temperature and freeze-out volume) varying in certain range. For each isotherm (each T), the data are always best reproduced by the value of V_{RT} located at the maximum general pressure within two phases coexistence region.

于
卡罗
的结
宽度
点结
求得

性.
一对
(τ),

825

ccc-

61