

$SU(N)$ 大统一前子模型中的 手征性分析

鲍淑清 薛晓舟
(河南师大物理系, 新乡)

摘 要

本文我们将手征性要求和互补原理 (Complementarity) 应用于大统一前子模型中, 寻找可能的模型. 我们对大统一前子模型的基本要求是 1) 满足手征性要求; 2) 满足互补原理; 3) 至少描述三代夸克和轻子. 我们主要讨论了手征性要求, 得出满足这些条件的最小模型是 $SU(10)$ 大统一前子模型, 并对其作了详细讨论.

一、引 言

目前, 用手征性要求和互补原理去限制可能的夸克和轻子的复合模型(即前子模型)是非常有趣的. 所谓手征性要求, 来源于 WNW 限制. Weingarten, Nussinov 和 Witten^[1] 证明了量子色动力学中的一些严格的质量不等式, 对三费米子前子模型加了一个严格的限制, Gipson, Tosa 和 Marshak 称之为 WNW 限制^[2]. 即在任何对束缚力为类矢量的理论中, 束缚态必须满足下面的质量不等式

$$M(\bar{q}\gamma, q) \leq \kappa M(qqq),$$

式中 $M(\bar{q}\gamma, q)$ 是最轻介子(非单态)的质量, $M(qqq)$ 是最轻重子的质量, q 是自旋为 $\frac{1}{2}$ 的组分粒子, κ 是常数. 此不等式要求自旋为 $\frac{1}{2}$ 的复合费米子必须伴随有质量较轻的带电的复合赝标量粒子. 但是并无任何迹象表明存在 $J=0$ 的象夸克和轻子一样的轻玻色子, 所以上述结果排除了夸克和轻子的类矢量三费米子前子模型. 但是 Gipson, Tosa 和 Marshak 指出, WNW 限制并未排除所有的三费米子前子模型, 对束缚力为手征的理论可能避免 WNW 限制. Vafa 和 Witten 也指出^[2], 类矢量规范理论中的类矢量整体对称性不能自发破缺. 并指出在这种理论中无质量的束缚态不能由重粒子组分组成.

另外, 对前子模型的限制也来自互补原理^[3]. 互补原理是由 Dimopoulos, Raby 和 Susskind 基于格点规范理论的结果提出的. 此原理要求在黑格斯相中从 Tumbling^[4] 过程存活的无质量费米子应与在禁闭相中从 't Hooft 方程得到的无质量费米子一一对应.

Tumbling 规范理论和互补原理提供了找到不破缺整体手征对称群的方法,确定了't Hooft 方程的任意性.

但是由于前子模型中对带超色荷前子的 $[SU_c(3) \times SU(2) \times U(1)]$ 内容的不自然解释和一般前子模型中由于规范大统一群而产生的禁闭标度远大于大统一标度等问题,有必要研究大统一前子模型(在此理论中上述俩问题很容易得到解决). 本文为了找到可能的大统一前子模型, 本文将手征性要求和互补原理用于大统一前子模型. 考虑到手征性要求, 本文主要讨论 $SU(N)$ 群作大统一群的情况. 对可能的大统一前子模型的基本要求是: 1) 超色力为手征的; 2) 满足互补原理, 并且't Hooft 指标 l_i 满足 I. Bars 条件 $|l_i| \leq 1$; 3) 至少描述三代夸克和轻子. 我们首先讨论手征性的要求, 然后讨论一个满足互补原理的手征大统一前子模型.

二、手征性分析

大统一群为 $SU(N)$, 所有前子均为无质量的左手二分量韦尔旋量, 填入 $SU(N)$ 的反常相消和渐近自由的表示. $SU(N)$ 群的所有反常相消和渐近自由的表示^[4]为

$$R = \sum_{i=1}^9 n_i R_i, \quad (1)$$

其中 R_i 用杨图表示为: $R_1 = [4]$, $R_2 = [2, 2]$, $R_3 = [3]$, $R_4 = [N-1, 1, 1]$, $R_5 = [N-2, 1]$, $R_6 = [2, 1]$, $R_7 = [1, 1]$, $R_8 = [2]$, $R_9 = [1]$. n_i 满足如下关系

$$\sum_{i=1}^9 n_i A(R_i) = 0, \quad (2)$$

其中 n_i 可正可负亦可为零, 负数意指对应于复共轭表示; $A(R_i)$ 是表示 R_i 的反常, 如 $A(R_9) = 1$, $A(R_3) = \frac{1}{2}(N-3)(N-6)$, $A(R_7) = N+4$ 等等.

在大统一标度, $SU(N)$ 实现如下破缺^[6]

$$SU(N) \rightarrow SU_{HC}(N-5) \times SU_G(5) \times U_H(1), \quad (3)$$

其中 Georgi-Glashow $SU_G(5)$ 已经破缺到 $SU_c(3) \times SU(2) \times U(1)$. 所以大统一前子模型 $SU(N)$ 包含超色规范群 $G_{HC} = SU_{HC}(N-5)$ 和标准模型中的规范群 $[SU_c(3) \times SU(2) \times U(1)]$. 由于假设超色力是禁闭的, 所以其禁闭标度 Λ_{HC} 应该比 QCD 标度 Λ_c 大, 由重整化群分析可知, $\Lambda_{HC} > \Lambda_c$ 要求超色群 $SU_{HC}(N-5)$, $N-5 \geq 4$, 即 $N \geq 9$. 所以能够包含禁闭的超色力和标准模型中的规范力的大统一前子模型是 $SU(N)$, $N \geq 9$. 下面对这些模型作手征性分析.

1. $N = 9$

$N = 9$ 即 $SU(9)$ 大统一前子模型, 前子表示为(此时 $R_4 = [8, 1, 1]$, $R_5 = [7, 1]$):

$$R = n_1 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_2 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + n_3 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_4 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + n_5 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + n_6 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \\ + n_7 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + n_8 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_9 \square.$$

从经济性原则出发,前子内容不可能如此复杂,因此必须取一些 n_i 为零. 比如若要求前子表示必须为完全对称和完全反对称表示,即取 $n_2 = n_4 = n_5 = n_6 = 0$, 则

$$R = n_1 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_3 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_7 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + n_8 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_9 \square. \tag{4}$$

$SU(9)$ 的物理分解为

$$SU(9) \rightarrow SU_{HC}(4) \times SU_G(5) \times U_H(1). \tag{5}$$

对于超色群 $SU_{HC}(4)$, 表示 $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$ 在(5)式的分解下, 均出现 $SU_{HC}(4)$ 的实表示 $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$,

不满足手征性要求, 而且据 Vafa 和 Witten 的讨论, 具有这些表示的前子也不能构成无质量的夸克和轻子. 因此, 满足手征性要求的表示只能为

$$R = n_7 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + n_9 \square, \tag{6}$$

考虑到反常相消条件, 即

$$R = (N + 4) \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}. \tag{7}$$

2. $N = 10$

$N = 10$ 即 $SU(10)$ 大统一前子模型, 其物理分解为

$$SU(10) \rightarrow SU_{HC}(5) \times SU_G(5) \times U_H(1). \tag{8}$$

前子表示为(仍取 $n_2 = n_4 = n_5 = n_6 = 0$)

$$R = n_1 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_3 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_7 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + n_8 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_9 \square. \tag{9}$$

对超色群 $SU_{HC}(5)$, $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$, 所以表示中不能同时出现 $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$ 和 $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ 和 $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$,

以满足手征性要求. 故满足手征性要求的前子表示为

$$\begin{aligned} & n_9 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_8 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}, \quad n_9 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_7 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}, \\ & n_9 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_3 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}, \quad n_9 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_8 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_7 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}, \\ & n_9 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + n_7 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + n_3 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}. \end{aligned} \tag{10}$$

3. $N = 11$

$N = 11$ 即 $SU(11)$ 大统一前子模型,其物理分解为

$$SU(11) \rightarrow SU_{\text{HC}}(6) \times SU_{\text{G}}(5) \times U_{\text{H}}(1), \quad (11)$$

前子内容同(9)式. 但是对超色群 $SU_{\text{HC}}(6)$, 表示 $\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}$ 为实表示, $\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}$ 分解后会出现 SU_{HC}

(6) 的实表示 $\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}$, 另外 $\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}$, 此两表示不能同时出现, 以满足手征性要求. 所以 SU

(11) 大统一前子模型中满足手征性要求的前子表示为

$$n_9 \square + n_8 \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, \quad n_9 \square + n_7 \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} \quad n_9 \square + n_8 \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} + n_7 \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}. \quad (12)$$

关于条件2)即互补原理的要求,已在前面的文章中作了讨论,即 $SU(N)$ 大统一前子模型中的互补原理^[7]. 结果是: 表示为 $n_9 R_9 + n_7 R_7$, $n_9 R_9 + n_7 R_7 + n_8 R_8$ 的 $SU(N)$ 大统一前子模型可以满足互补原理,但得到的结果无物理意义(即不满足条件3),不能给出至少三代夸克和轻子);表示 $n_9 R_9 + n_3 R_3$, $n_9 R_9 + n_8 R_8$, $n_9 R_9 + n_8 R_8 + n_3 R_3$ 的 $SU(N)$ 大统一前子模型得不到有物理意义的结果;而表示 $n_9 R_9 + n_7 R_7 + n_3 R_3$ 是满足互补原理的且有物理意义的 $SU(N)$ 大统一前子模型的最简单的表示.

这样 $SU(9)$ 大统一前子模型中满足手征性要求的唯一的前子表示 $(N+4)\square + \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}$ 虽也可以满足互补原理,但无物理意义. 所以 $SU(9)$ 模型不满足对大统一前子模型的基本要求. 而 $SU(10)$ 大统一前子模型中满足手征性要求的前子表示(10)中仅有

$n_9 \square + n_7 \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} + n_3 \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}$ 可以满足互补原理并可以得出有物理意义的结果. 这样我们得出

结论. $SU(10)$ 是满足手征性要求和互补原理并具有物理意义的最小的模型. 即满足上述条件的大统一前子模型是 $SU(N), N \geq 10$.

三、满足互补原理的 $SU(10)$ 手征大统一前子模型

大统一群为 $SU(10)$, 在大统一标度实现如下破缺

$$SU(10) \rightarrow SU_{\text{HC}}(5) \times SU_{\text{G}}(5) \times U_{\text{H}}(1). \quad (13)$$

所有前子均为左手二分量韦尔旋量,填入 $SU(10)$ 的如下表示

$$n_9 \square + n_7 \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} + n_3 \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}. \quad (14)$$

反常相消要求

$$n_9 + n_7 \cdot (N+4) + n_3 \cdot \frac{1}{2}(N-3)(N-6) = 0, \quad (15)$$

$$N = 10, \text{ 即 } n_9 + 14n_7 + 14n_3 = 0. \quad (16)$$

取 $n_9 = 14, n_7 = -2, n_3 = 1$, 即前子表示为

$$14\Box + 2\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}. \quad (17)$$

在大统一标度 Λ_g , 严格的整体对称群为

$$SU(14) \times SU(2) \times U_F(1), \quad (18)$$

其中 $SU(14)$ 是基础表示前子的整体对称性, $SU(2)$ 是表示为 $\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$ 的前子的整体对称性, $U_F(1)$ 是无反常前子整体对称性.

这样在对称群 $SU_{HC}(5) \times SU_G(5) \times SU(14) \times SU(2)$ 下, 所有超色非单态前子为

$$\begin{aligned} p_1: (\Box, \cdot, \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \cdot, x_i), \quad p_2: (\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \cdot, \cdot, \Box, y_i), \\ p_3: (\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \cdot, \Box, z_i), \quad p_4: (\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \cdot, \cdot, \cdot, \rho_i), \\ p_5: (\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \Box, \cdot, \cdot, \sigma_i), \quad p_6: (\Box, \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \cdot, \cdot, \omega_i). \end{aligned} \quad (19)$$

所有超色单态旁观费米子为

$$\begin{aligned} A: (\cdot, \Box, \Box, \cdot), \quad B: (\cdot, \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \cdot, \Box), \\ C: (\cdot, \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \cdot, \cdot). \end{aligned} \quad (20)$$

其中 x_i, \dots, ω_i 为无反常 $U_i(1)$ 的量子数, 满足

$$\begin{aligned} 14x_i - 14y_i - 10z_i + 3\rho_i + 15\sigma_i + 10\omega_i = 0, \\ i = 1, \dots, 5. \end{aligned} \quad (21)$$

我们已经考虑了超色瞬子效应.

在超色标度 Λ_{HC} , 标准模型的耦合很小, 可令其为零, 这样 $SU_G(5)$ 就是不破缺的对称群. 故带有超色荷的前子具有如下手征对称群或称超味群

$$G_{HF} = SU_F(14) \times SU_F(2) \times SU_G(5) \times \prod_{i=1}^5 U_i(1). \quad (22)$$

下面我们分别从黑格斯相和禁闭相进行讨论.

(1) 黑格斯相

$$MAC^*: \langle p_1 p_2 \rangle \rightarrow (\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \Box, \Box, \cdot, x_i + y_i), \quad (23)$$

上述表示对应于 $SU_{HC}(5) \times G_{HF}$.

现在,

$$\begin{aligned} SU_F(14) &\rightarrow SU'_F(5) \times SU_F(9) \times U_{F1}(1), \\ \Box &\rightarrow (\Box, \cdot, 9) + (\cdot, \Box, -5), \\ SU_F(2) &\rightarrow U_{F2}(1), \\ \Box &\rightarrow 1 + (-1). \end{aligned} \quad (24)$$

* 系 Most Attractive Channel (最强吸引道)缩写.

这样在对称性 $SU_{\text{HC}}(5) \times SU'_F(5) \times SU_F(9) \times U_{F_1}(1) \times U_{F_2}(1) \times SU_G(5) \times \prod_{i=1}^5 U_i(1)$

下,

$$\langle p_1 p_2 \rangle \rightarrow (\square, \square, \cdot, 9, 1, \cdot, x_i + y_i) \cong 0$$

将实现如下破缺

$$\begin{aligned} & SU_{\text{HC}}(5) \times SU_F(14) \times SU_F(2) \times SU_G(5) \times \prod_{i=1}^5 U_i(1) \\ & \xrightarrow{\langle p_1 p_2 \rangle \neq 0} \widetilde{SU_F(5)} \times SU_F(9) \times SU_G(5) \times \prod_{i=1}^5 \widetilde{U_i(1)}, \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $\widetilde{SU_F(5)}$ 是 $SU_{\text{HC}}(5)$ 和 $SU'_F(5)$ 的对角子群, $SU_{\text{HC}}(5)$ 已被完全破缺; $\widetilde{U_i(1)}$ 是 $U_i(1)$, $U_{F_1}(1)$ 和 $U_{F_2}(1)$ 的线性组合, 以使 MAC 荷为零, 即

$$\widetilde{U_i(1)} = a_{ij} U_j(1) + b_i U_{F_1}(1) + c_i U_{F_2}(1), \quad (26)$$

并且

$$a_{ij}(x_j + y_j) + 9b_i + c_i = 0. \quad (27)$$

这样在新的对称群 $\widetilde{SU_F(5)} \times SU_F(9) \times SU_G(5) \times \prod_{i=1}^5 \widetilde{U_i(1)}$ 下, 所有前子分解为

$$\begin{aligned} p_{11}: & (\square, \cdot, \cdot, A_i), \\ p'_{11}: & (\square, \cdot, \cdot, A_i), \\ p_{12}: & (\square, \square, \cdot, B_i), \\ p_{21}: & (\square, \cdot, \cdot, c_i), \\ p_{22}: & (\square, \cdot, \cdot, D_i), \\ p_{31}: & (\square, \cdot, \square, E_i), \\ p_{32}: & (\square, \cdot, \square, F_i), \\ p_4: & (\square, \cdot, \cdot, G_i), \\ p_5: & (\square, \cdot, \square, H_i), \\ p_6: & (\square, \cdot, \square, I_i). \end{aligned} \quad (28)$$

式中令 $A_i = a_{ij}x_j + 9b_i$, $B_i = a_{ij}x_j - 5b_i$, $c_i = a_{ij}y_j - c_i$, $D_i = a_{ij}y_j + c_i$, $E_i = a_{ij}z_j - c_i$, $F_i = a_{ij}z_j + c_i$, $G_i = a_{ij}\rho_j$, $H_i = a_{ij}\sigma_j$, $I_i = a_{ij}\omega_j$. 在(27)式中选择合适的 a_{ij} , b_i 和 c_i , 使

$$A_i = -D_i, \quad (29)$$

则(28)式中的 P'_{11} 和 P_{22} 将耦合变重. 所以从黑格斯相中得到的无质量费米子为(28)式中的 $p_{11}, P_{12}, P_{21}, P_{31}, P_{32}, P_4, P_5$ 和 P_6 .

〈2〉 禁闭相

从黑格斯相中得到不变的超味群为 $H_{HF} = \widetilde{SU}_F(5) \times SU_F(9) \times SU_G(5) \times \prod_{i=1}^5 \widetilde{U}_i(1)$.

在对称群 $SU_{HC}(5) \times H_{HF}$ 下, 所有前子和一些可能的复合费米子如表 1 所示. 表中只写出任一 $U_i(1)$ 的量子数. 取所有 $l_j(j = 9, 10, \dots) = 0$, 则 't Hooft 方程为

$$\begin{aligned} 5 &= l_1 + 9l_2 - 9l_3 - 5l_4 - 5l_5 - l_6 + 5l_7 + 10l_8, \\ 5 &= 5l_2, \\ -2 \times 5 + 15 &= -5l_4 - 5l_5 + 10l_7 + 5l_8. \end{aligned} \tag{30}$$

表 1 禁闭相中的前子和复合态

| | $SU_{HC}(5)$ | $\widetilde{SU}_F(5)$ | $SU_F(9)$ | $SU_G(5)$ | $\widetilde{U}_i(1)$ | 't Hooft 指标 |
|----------------------------|--------------|-----------------------|-----------|-----------|----------------------|-------------|
| 前子 | | | | | | |
| p_{11} | □ | □ | ● | ● | A_i | |
| p_{12} | □ | ● | □ | ● | B_i | |
| p_{21} | □ · □ | ● | ● | ● | C_i | |
| p_{22} | □ · □ | ● | ● | ● | D_i | |
| p_{31} | □ · □ | ● | ● | □ | E_i | |
| p_{32} | □ · □ | ● | ● | □ | F_i | |
| p_4 | □ | ● | ● | ● | G_i | |
| p_5 | □ | ● | ● | □ | H_i | |
| p_6 | □ | ● | ● | □ | I_i | |
| 复合态 | | | | | | |
| $p_{11}p_{12}p_{22}$ | ● | □ | ● | ● | A_i | l_1 |
| $p_{11}p_{12}p_{21}$ | ● | □ | □ | ● | B_i | l_2 |
| $p_{11}^* p_{22}^* p_{21}$ | ● | □ · □ | ● | ● | C_i | l_3 |
| $p_{11}^* p_{21}^* p_{31}$ | ● | □ · □ | ● | □ | F_i | l_4 |
| $p_{11}^* p_{22}^* p_{31}$ | ● | □ · □ | ● | □ | E_i | l_5 |
| $p_{11}^3 p_{22}^3$ | ● | □ | ● | ● | G_i | l_6 |
| $p_{11}^2 p_{22}^2$ | ● | □ | ● | □ | H_i | l_7 |
| $p_{11} p_6 p_{22}$ | ● | □ | ● | □ | I_i | l_8 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | l_j |

显然有解 $l_i(i = 1, \dots, 8) = 1$, 此解是满足 I. Bars 条件 $|l_i| \leq 1$ 的.

另外很容易列出各个关于 $\widetilde{U}_i(1)$ 的 't Hooft 方程, 而且上述 't Hooft 方程的解也可以得到满足^[7]. 但为了简单起见, 我们略去这些方程. 与解 $l_i(i = 1, \dots, 8) = 1$ 对应

的无质量费米子与从黑格斯相中得到的无质量费米子(由(28)式表示,除去变重的 P_{11} 和 P_{22}) 一一对应,所以本模型满足互补原理。

在低能下,标准模型中的耦合变强,除例外粒子外,上述无质量费米子对应于 $SU_G(5)$ 的表示为 $5(\square + \square)$,描述五代夸克和轻子。例外粒子可以与旁观费米子耦合并通过其它机制使其变重^[8]。

四、总 结

手征性要求对可能的模型加了一定的限制,互补原理提供了找到不破缺整体对称群的方法,并确定了 't Hooft 方程解的任意性。我们将手征性要求和互补原理应用于大统一前子模型去寻找可能的模型,并要求至少给出三代夸克和轻子。由于假设超色力是禁闭的,所以包含标准模型中的规范力和超色规范力的大统一前子模型是 $SU(N)$, $N \geq 9$ 。通过手征性分析, $SU(9)$ 大统一前子模型中可能的前子表示为 $(N+4)\square + \square$,但此表示虽满足互补原理,但给不出一代夸克和轻子,没有物理意义,故 $SU(9)$ 模型被排除。而 $SU(10)$ 是满足手征性要求和互补原理并具有物理意义的最小模型。

参 考 文 献

- [1] D. Weingarten, *Phys. Rev. Lett.*, 51(1983), 1830;
S. Nussinov, *ibid*, 51(1983), 2081;
E. Witten, *ibid*, 51(1983), 2351.
- [2] J. M. Gipson, Y. Tosa and R. E. Marshak, *Phys. Rev.*, D32(1985), 284. C. Vafa and E. Witten, *Nucl. Phys.*, B234(1984), 173.
- [3] S. Dimopoulos, S. Raby and L. Susskind, *Nucl. Phys.*, B173(1980), 208.
- [4] S. Raby, S. Dimopoulos and L. Susskind, *Nucl. Phys.*, 169B(1980), 373.
- [5] A. J. Buras et al., *Phys. Rev.*, D26(1982), 322.
- [6] A. Davidson et al., *Phys. Rev.*, D31(1985), 1127.
- [7] 鲍淑清,高能物理与核物理, Vol. 13(1989), 393.
- [8] T. Kobayashi, UTUEP-159.

ANALYSIS OF THE CHIRALITY IN $SU(N)$ GRAND UNIFIED PREON MODELS

BAO SHUQING XUE XIAOZHOU

(Physics Department, Henan Normal University, Xinzing)

ABSTRACT

We use the requirement of the chirality and complementarity in grand unified preon models to search for possible models. The general requirements to $SU(N)$ grand unified preon models are: 1) satisfying the requirement of the chirality; 2) satisfying complementarity; 3) giving at least three families of quarks and leptons. We mainly discuss the requirement of the chirality. We find that the model which satisfies the above three requirements is $SU(10)$ grand unified preon model and we discuss this model in detail.