第14卷 第3期 高能物理与核物理 Vol. 14, No. 3
1990年3月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Mar., 1990

Gross-Neveu 模型在零温和有限温度下的变分分析*

楼森岳
(宁波师范学院物理系)

倪光炯
(复旦大学物理系,上海)

摘 要

利用相干态有效势方法,本文重新研究了 Gross-Neveu (GN) 模型,对于任意分量N的费米场得到了一个"非平凡"的"Autonomous"理论. 当$N\to\infty$时,该理论与GN的结果等价."Autonomous"理论的动力学破缺的对称性将在某个临界温度得到恢复,在破缺相元激发的质量仅仅与温度有关而与N无关.

一、引 言

在3+1维时空中,$\lambda\phi^4$场论的"平凡性"问题由来已久[1]. 最近, Stevenson 等利用高斯有效势重新研究了这个问题[2-5],在此近似下,如果让动量切断$\Lambda\to\infty$,只有两种可能有意义的理论为:"Precarious"[2]理论和"Autonomous"[3]理论. 而只有后者才具有对称性自发破缺性质.

类似的情况也在费米场论中出现. Latorre 和 Soto[6]及 Okopinska[7]已经证明: 对于任意N分量的 GN 模型,是"平凡"的理论,或者是"Precarious"理论. 在他们的证明中已令$\Lambda\to\infty$,并且不对波函数作重整化. 类似于$\lambda\phi^4$理论,本文将在引入波函数重整化后,给出 GN 模型的具有动力学对称性破缺的"Autonomous"相,并讨论有限温度对该相的影响.

第二节,我们将利用费米相干态[8]计算零温下 GN 模型的有效势. 由此得到的结果等价于高斯分析的结果,也等价于最陡下降法中的最低级近似下的结果. 正如所期望的,除了"Precarious"理论外,"Autonomous"理论也可同时得到. 在第三节中,首先导出了有限温度下 GN 模型的相干态有效势. 然后讨论了动力学对称破缺恢复性质. 计算表明,存在一个临界温度$\beta_{cr}\sim\frac{1}{T_{cr}}$,使破缺对称由于高温效应而恢复.

二、零温下的 Autonomous 相

在量子场论中,对称性的自发破缺不仅可以通过一个具有非零真空期望值的基本标

* 国家教委科学基金资助课题.
本文1989年6月24日收到.

量场来发生，而且也可以通过一个基本费米场动力学地产生[9]．1+1 维时空中，GN 模型中的拉氏量为[10]：

$$\mathscr{L} = \bar{\psi}^a i\partial\!\!\!/ \psi^a + \frac{1}{2} g_B^2 (\bar{\psi}^a \psi^a)^2, \tag{1}$$

其中 ψ 是 N 分量无质量费米场．注意：我们选择 g_B^2 的符号与文献 [6] 的相反，不同于 "Precarious" 理论，"Autonomous" 理论将告诉我们正的 g_B^2 才是有意义的．

类似于玻色场的情况，高斯有效势可以通过许多方法来得到．例如，在薛定谔图象下，对于费米场的真空泛函可由 δ 函数给出[11]．鉴于此结果，使人们可以在 Heisenberg 图象下形式地引入一个费米场的真空期望值[6]．最陡下降法在最低级近似下给出同样的结果[7]．然而在本文中，我们将利用费米相干态

$$|\xi, \eta\rangle \equiv \exp\left\{-\frac{1}{2}\int dk \sum_{\lambda, a} [\bar{\eta}^a_{k\lambda}\eta^a_{k\lambda} + \bar{\xi}^a_{k\lambda}\xi^a_{k\lambda} - 2b_M^{+a}(k,\lambda)\eta^a_{k\lambda} - 2d_M^{+a}(k,\lambda)\xi^a_{k\lambda}]\right\}|0\rangle_M \tag{2}$$

及

$$\langle\xi, \eta| \equiv {}_M\langle 0|\exp\int dk \sum_{\lambda, a}\left\{-\frac{1}{2}\bar{\eta}^a_{k\lambda}\eta^a_{k\lambda} - \frac{1}{2}\bar{\xi}^a_{k\lambda}\xi^a_{k\lambda} + \bar{\eta}^a_{k\lambda}b^a_M(k,\lambda) + \bar{\xi}^a_{k\lambda}d^a_M(k,\lambda)\right\}, \tag{3}$$

来计算有效势．(2)及(3)式中，ξ^a, η^a, $\bar{\eta}^a$ 和 $\bar{\xi}^a$ $(a = 1, 2, \cdots, N)$ 是 Grassmann 参数；真空态 $|0\rangle_M$ 被 b^a_M 及 d^a_M 湮没．使用相干态 $|\xi,\eta\rangle$ 而不是真空态 $|0\rangle_M$ 的优点在于人们可以直接展开费米场 ψ^a 为

$$\psi^a = \int \frac{dp}{2\pi}\sqrt{\frac{M}{\omega_p(M)}} \sum_\lambda [b^a_M(p,\lambda)U_M(p,\lambda)e^{-ip\cdot x} + d_M^{+a}(p,\lambda)V_M(p,\lambda)e^{ip\cdot x}]. \tag{4}$$

反之，如果我们使用 $|0\rangle_M$ 而不是 $|\xi,\eta\rangle$，则必须在方程(4)的右边引入附加项 ψ^a_{0+}[6,11]，而这种展开将破坏 Lorentz 不变性[12]．虽然我们的展式(4)在 $|0\rangle_M$ 中没有期望值，而在费米相干态 $|\xi,\eta\rangle$ 中将允许有一期望值 ψ^a_0：

$$\psi^a_0 \equiv \langle\xi, \eta|\psi^a|\xi, \eta\rangle. \tag{5}$$

由于使用玻色相干态得到的有效势与高斯有效势相同[8]，我们对费米场的情况仍然称费米相干态有效势为高斯有效势．

利用方程(1)—(5)及算子 b^a_M, b^{a+}_M, d^a_M 及 d^{a+}_M 间的通常反对易关系，易得高斯有效势为

$$\begin{aligned} V^G(\sigma_1) &\equiv \min_M \frac{1}{N}\langle\xi,\eta|\mathscr{H}|\xi,\eta\rangle|_{\psi^a_0=\text{常 Grassmann 数}} \\ &= 2[-I_1(M) + M^2 I_0(M)] - \frac{\lambda_B}{2}\left[\sigma_1^2 + \frac{2(1-2N)}{N}MI_0(M)\sigma_1\right. \\ &\quad\left. + \frac{2(2N-1)}{N}M^2 I_0^2(M)\right], \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\sigma_1 \equiv \bar{\psi}^a_0\psi^a_0/N$, $\lambda_B \equiv g_B^2 N$, $\omega_M(p) \equiv (p^2 + M^2)^{1/2}$,

$$I_n(M) = \int \frac{dp}{4\pi\omega_M(p)}[\omega_M(p)]^{n/2} \tag{7}$$

由 $\partial VG/\partial M = 0$ 可定出 M 满足的方程：

$$2M-\frac{2N-1}{N}\lambda_B(2MI_0(M)-\sigma_1)=0. \tag{8}$$

若取极限 $\Lambda\to\infty$ 及不对波函数 σ_1 重整化，从(6)—(8)式易得如下结论：GN 模型或者是平凡的理论或者是“Precarious”理论[6,7]及“Precarious”相不发生动力学对称破缺。显然，这个理论是与 GN 的原始结论不同的。类似于 3 + 1 维中的 $\lambda\phi^4$ 场论，我们希望能找寻到动力学对称破缺的相——“Autonomous”相。详细分析(6)及(8)式表明：为了完全消除发散，除了按得到“Precarious”相[6]的方法重整化外，唯一的另一种重整化方案为：

$$\sigma_1=2\sqrt{\lambda}\,I_0(\mu)\sigma \tag{9}$$

及

$$\lambda_B=a/I_0(\mu) \tag{10}$$

在方程(9)中，为了与 GN 的结果比较，已引入常数因子 $2\sqrt{\lambda}$。方程(10)中的常数 a 将由消除发散条件决定。而(9)及(10)式中的 μ 是一个任意的常质量参数。

将(9)式，(10)式及

$$I_0(M)-I_0(\mu)=\frac{1}{4\pi}\ln\frac{\mu^2}{M^2}\equiv L_0(M) \tag{11}$$

和

$$I_1(M)-I_1(\mu)=\frac{1}{2}(M^2-\mu^2)I_0(\mu)+\frac{1}{8\pi}\left[M^2-\mu^2-M^2\ln\frac{M^2}{\mu^2}\right] \tag{12}$$

代入方程(8)和(6)，我们得到

$$\begin{aligned}M&=\frac{\sqrt{\lambda}\,(2N-1)a}{(2N-1)a-N}\sigma+\frac{(2N-1)aM\ln(M^2/\mu^2)}{4\pi I_0(\mu)[(2N-1)a-N]}\\&\equiv M_1+M_0/I_0(\mu),\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}V^G(\sigma)={}&V_{\mathrm{vac}}+M_1^2I_0(\mu)+2M_1M_0+M_1^2L_0(M_1)-\frac{M_1^2}{4\pi}-2a\lambda\sigma^2I_0(\mu)\\&+\frac{2\sqrt{\lambda}\,(2N-1)}{N}aM_1\sigma I_0(\mu)+\frac{2\sqrt{\lambda}\,(2N-1)a}{N}M_0\sigma\\&+\frac{2\sqrt{\lambda}\,(2N-1)}{N}aM_1L_0(M_1)\sigma+\frac{a(1-2N)}{N}M_1^2I_0(\mu)+\frac{2a(1-2N)}{N}M_1M_0\\&+\frac{2(1-2N)a}{N}M_1^2L_0(M_1)+o\left(\frac{1}{I_0(\mu)}\right),\end{aligned} \tag{14}$$

其中 V_{vac} 是无穷（$\sim\Lambda^2$）常真空能量，它可由调节真空能量零点而被移去。

至此可知，若

$$a=2N^2/(2N-1), \tag{15}$$

则理论是有限的。最后，我们有

$$M_1=\frac{2N\sqrt{\lambda}\,\sigma}{(2N-1)},\quad M_0=\frac{N^2\sqrt{\lambda}\,\sigma}{(2N-1)^2\pi}\ln\frac{4N^2\lambda\sigma^2}{(2N-1)^2\mu^2} \tag{16}$$

及

$$V^G(\sigma) = -\frac{N^2\lambda\sigma^2}{(2N-1)^2\pi} + \frac{N^2\lambda\sigma^2}{\pi(2N-1)^2}\ln\frac{4\lambda N^2\sigma^2}{(2N-1)^2\mu^2}. \tag{17}$$

由于 μ 是一个任意常质量参数，为了与 GN 的 $N\to\infty$ 的结果比较，将它改记为：

$$\mu^2 = \lambda\sigma_0^2\exp\left(2-\frac{2\pi}{\lambda}\right), \tag{18}$$

则，(17)式成为

$$V^G(\sigma) = \frac{2N^2\sigma^2}{(2N-1)^2} + \frac{N^2\lambda\sigma^2}{\pi(2N-1)^2}\left[\ln\frac{4N^2\sigma^2}{(2N-1)^2\sigma_0^2} - 3\right]. \tag{19}$$

从(19)式易知，对于任意的 N，对称性是动力学破缺的．对于小的 σ，量子效应给出一个为负的主要贡献；而对于大的 σ，给出一个正的贡献，使势是正的而且随着 σ 增大，因此理论是稳定的．破缺真空值 $\sigma=\sigma_{vac}$ 由 $\partial V^G/\partial\sigma|_{\sigma_{vac}}=0$ 决定，即

$$\sigma_{vac}^2 = \frac{(2N-1)^2}{(2N)^2}\sigma_0^2\exp\left(2-\frac{2\pi}{\lambda}\right). \tag{20}$$

在破缺相元激发的质量为

$$M_1(\sigma_{vac}) = \frac{2N}{(2N-1)}\sqrt{\lambda}\,\sigma_{vac} = \sqrt{\lambda}\,\sigma_0\exp\left(1-\frac{\pi}{\lambda}\right). \tag{21}$$

显然 $M_1(\sigma_{vac})$ 与 N 无关，且正是在大 N 极限下 GN 得到的费米子质量．当 $N\to\infty$ 时，高斯有效势(19)式退化为

$$V^G(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2} + \frac{\lambda}{4\pi}\sigma^2\left[\ln\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} - 3\right]. \tag{22}$$

这亦正是 GN 的原始结果[10]，因此完全不同于 GN 模型的“Precarious”相[6,7]．对于“Autonomous”相，所有 GN 得到的诸如渐近自由，动力学对称破缺等性质仍是有效的．

三、有限温度效应

大家知道，对于玻色场，模型(如 $\lambda\phi^4$ 模型)在某一个临界温度 β_{cr}^{-1} 以上，破缺对称性将恢复．对费米场理论，在单圈图近似下，$N\to\infty$ 的 GN 模型得到：动力学破缺的对称性在某个临界温度亦将得到恢复[13,14]．在这一节中，我们将用变分分析来处理任意 N 分量费米场的动力学对称性恢复问题．有限温度的高斯有效势可以直接由将 $I_0(M)$ 及 $I_1(M)$ 换成 $I_0^{FT}(M)$ 及 $I_1^{FT}(M)$ 得到，即：

$$\begin{aligned} I_0(M)\to I_0^{FT}(M) &= I_0(M) - \int\frac{dk}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{k^2+M^2}}\frac{1}{1+\exp(\beta\omega_k)} \\ &\equiv I_0(M) + I_0^\beta(M) \end{aligned} \tag{23}$$

及

$$\begin{aligned} I_1(M)\to I_1^{FT}(M) &= I_1(M) + \frac{1}{\beta}\int\frac{dk}{2\pi}\ln(1+\exp(-\beta\omega_k)) \\ &\equiv I_1(M) + I_1^\beta(M) \end{aligned} \tag{24}$$

替换规则(23)和(24)可以用虚时格林函数方法来证明[7,15,16]．或者，也可以直接将费米相干态 $|\xi,\eta\rangle$ 换成热费米相干态[8] $|\xi,\eta\rangle_\beta$

$$|\xi,\eta\rangle_\beta=\exp\Big\{-\frac{1}{2}\int dk\sum_{\lambda,a}[\bar{\eta}^a_{k\lambda}\eta^a_{k\lambda}(1-n_k)+\bar{\xi}^a_{k\lambda}\xi^a_{k\lambda}(1-n_k)$$
$$-2b^{a+}_M(k,\lambda)\eta^a_{k\lambda}-2d^{a+}_M(k,\lambda)\xi^a_{k\lambda}]\Big\}|0\rangle_\beta. \qquad (25)$$

而把有限温度高斯有效势定义为[3,8]:

$$V^{FT}_G(\sigma_1)\equiv\min_M {}_\beta\Big\langle\xi,\eta\Big|\frac{F}{NV}\Big|\xi,\eta\Big\rangle_\beta\Big|_{\phi^a_0=\text{常 Grassmann 数}}, \qquad (26)$$

其中 F 是 (Helmholz) 自由能, $|0\rangle_\beta$ 和 ϕ_0 分别定义为:

$$_\beta\langle 0|b^{a+}_M(k,\lambda)b^{a'}_M(k',\lambda')|0\rangle_\beta={}_\beta\langle 0|d^{a+}_M(k,\lambda)d^{a'}_M(k',\lambda')|0\rangle_\beta$$
$$=\delta_{\lambda\lambda'}\delta_{aa'}\delta(k-k')n_k,\quad n_k=(1+\exp(\beta\omega_k))^{-1} \qquad (27)$$

及

$$\phi^a_0\equiv{}_\beta\langle\xi,\eta|\phi^a|\xi,\eta\rangle_\beta. \qquad (28)$$

将(23)及(24)式代入(25)式,我们得到非重整化的有限温度高斯有效势为

$$V^{FT}_G(\sigma_1)=2[-I^{FT}_1(M)+M^2I^{FT}_0(M)]-\frac{\lambda_B}{2}\Big[\sigma_1^2+\frac{2(1-2N)}{N}MI^{FT}_0(M)\sigma_1$$
$$+\frac{2}{N}(2N-1)M^2(I^{FT}_0(M))^2\Big]. \qquad (29)$$

而质量参数 M 的方程是

$$2M-\frac{(2N-1)}{N}\lambda_B(2MI^{FT}_0(M)-\sigma_1)=0. \qquad (30)$$

由于 $I^\beta_0(M)$ 和 $I^\beta_1(M)$ 是有限的,可以取与(9)和(10)式相同的重整化手续,结果对 M 的修正为:

$$M=M(T=0)+M^\beta/I_0(\mu), \qquad (31)$$

其中 $M(T=0)$ 由(16)式表示,而

$$M^\beta=-\frac{4N^2\sqrt{\lambda}\,\sigma}{(2N-1)^2}I^\beta_0(M_1). \qquad (32)$$

在分离温度有关部分和温度无关部分后,得到

$$V^{FT}_G(\sigma_1)=V^G(T=0)+2[-I^\beta_1(M_1)+M_1^2I^\beta_0(M_1)+M^\beta M_1]$$
$$+\frac{2N-1}{N}\lambda_B[M^\beta\sigma_1+M_1I^\beta_0(M_1)\sigma_1-2M_1M^\beta I_0(\mu)+2M_1^2I_0(\mu)I^\beta_0(M_1)]_0 \qquad (33)$$

由于方程(9),(10),(16)和(32),上式中温度有关部分仅有 $-2I^\beta_1(M_1)$ 被留下,即得重整化后有限温度的高斯有效势为:

$$V^{FT}_G(\sigma)=V^G(T=0)-2I^\beta_1(M_1)$$
$$=\frac{2N^2\sigma^2}{(2N-1)^2}-\frac{N^2\lambda\sigma^2}{\pi(2N-1)^2}[\ln\beta^2\sigma_0^2\lambda+2]-\frac{\pi}{6\beta^2}$$
$$-(\gamma-\ln\pi)\frac{2N^2\lambda\sigma^2}{(2N-1)^2\pi}-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2(2n+1)\pi}{\beta^2}\Big[\Big(1+\frac{4N^2\lambda\beta^2\sigma^2}{(2n+1)^2(2N-1)^2\pi^2}\Big)^{1/2}$$
$$-1-\frac{2N^2\lambda\beta^2\sigma^2}{(2n+1)^2(2N-1)^2\pi^2}\Big] \qquad (34)$$

其中 $\gamma = 0.5772\cdots$是 Euler 常数. 为了研究有限温度下的动力学对称破缺恢复性质，将(34)式对 σ 分别微分一次和二次，结果是

$$\frac{\partial V_G^{FT}(\sigma)}{\partial \sigma} = \frac{2N^2\sigma}{(2N-1)^2}\Big\{2 - \frac{\lambda}{\pi}(\ln \beta^2\sigma_0^2\lambda + 2) - \frac{2\lambda}{\pi}(\gamma - \ln \pi) - \frac{4\lambda}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)}\Big[\Big(1+\frac{4N^2\lambda\beta^2\sigma^2}{(2N-1)^2(2n+1)^2\pi^2}\Big)^{-\frac{1}{2}} - 1\Big]\Big\} \tag{35}$$

及

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 V_G^{FT}(\sigma)}{\partial \sigma^2} &= \frac{1}{\sigma}\frac{\partial V_G^{FT}}{\partial \sigma} + \frac{32N^4\lambda^2\beta^2}{(2N-1)^4\pi^3}\sigma^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^3} \times\Big(1+\frac{4N^2\lambda\beta^2\sigma^2}{(2N-1)^2(2n+1)^2\pi^2}\Big)^{-3/2} \qquad (36)\\ &= \frac{2N^2}{(2N-1)^2}\Big\{2 - \frac{\lambda}{\pi}(\ln \beta^2\sigma_0^2\lambda + 2) - \frac{2\lambda}{\pi}(\gamma - \ln \pi) \\ &\quad - \frac{4\lambda}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)}\Big[\Big(1+\frac{4N^2\lambda\beta^2\sigma^2}{(2N-1)^2(2n+1)^2\pi^2}\Big)^{-\frac{1}{2}} - 1\Big] \\ &\quad + \frac{16N^2\lambda^2\beta^2\sigma^2}{(2N-1)^2\pi^3}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^3}\Big(1+\frac{4N^2\lambda\beta^2\sigma^2}{(2N-1)^2(2n+1)^2\pi^2}\Big)^{-3/2}\Big\} \qquad (36)'\end{aligned}$$

有限温度的破缺真空值 $\sigma = \sigma_{\rm vac}^{\beta}$ 满足 $\partial V_G^{FT}/\partial\sigma|_{\sigma_{\rm vac}^{\beta}} = 0$，即:

$$2 - \frac{\lambda}{\pi}(\ln \beta^2\sigma_0^2\lambda + 2) - \frac{2\lambda}{\pi}(\gamma - \ln \pi) - \frac{4\lambda}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)}\Big[\Big(1+\frac{4N^2\lambda\beta^2(\sigma_{\rm vac}^{\beta})^2}{(2N-1)^2(2n+1)^2\pi^2}\Big)^{-\frac{1}{2}} - 1\Big] = 0. \tag{37}$$

虽然不能从(37)式解析地求得 $\sigma_{\rm vac}^{\beta}$，但是在低温下 $(\sigma_{\rm vac}^{\beta})^2 > 0$ 的解存在，随着温度升高(β 减小)，$\sigma_{\rm vac}^{\beta}$ 减小，当

$$\beta \to \beta_{cr} = \frac{\pi}{\sigma_0\sqrt{\lambda}}\exp\Big(\frac{\pi}{\lambda} - 1 - \gamma\Big) \tag{38}$$

时，

$$\sigma_{\rm vac}^{\beta} \to 0 \ (\beta \to \beta_{cr}). \tag{39}$$

而对于 $\beta < \beta_{cr}$ 时 $\dfrac{\partial V^{FT}(\sigma)}{\partial \sigma} = 0$ 的非零实解不再存在. 因此，在 $\beta = \beta_{cr}$，破缺的动力学对称性得到了恢复. 类似于文献[13]，这一点也可以由考虑 $\sigma = 0$ 点的稳定性得出. 当 $\beta > \beta_{cr}$ 时，$\dfrac{\partial^2 V_G^{FT}(\sigma)}{\partial \sigma^2}\Big|_{\sigma=0} < 0$，$\sigma = 0$ 是不稳定真空，当 $\beta \leqslant \beta_{cr}$ 时，$\dfrac{\partial^2 V_G^{FT}(\sigma)}{\partial \sigma^2}\Big|_{\sigma=0} > 0$，因此 $\sigma = 0$ 成为稳定真空，对称性得到恢复. 临界温度由(38)式决定. 文献[13]已经考虑了当 $N\to\infty$ 时的对称性恢复性质. 其临界温度表达式与(38)式相符合. 从这里可以看到，对称性破缺和恢复的性质对任意的 N 都是正确的.

从(37)式还可以看到 $\dfrac{N}{2N-1}\sigma_{\rm vac}^{\beta}$ 与 N 无关，因此低温下元激发的有效质量

$$M_T = 2\sqrt{\lambda}\left(\frac{N}{2N-1}\sigma^{\beta}_{vac}\right) \tag{40}$$

也是与N无关的,但它是与温度有关的,并且由于(39)式，$M_T \to 0$（当 $\beta \to \beta_{cr}$).

对于 GN 模型的"Autonomous"相,对于任意的 N，它的定性行为都是相同的,当 $N \to \infty$ 时,所有结果都与传统文献中单圈图的结果完全一样.

四、总结和讨论

高斯有效势可以由许多不同的方法得到，本文利用费米相干态和热费米相干态等效地建立了有效势理论. 借助于对费米相干态及热费米相干态下的变分分析，我们不但不必借助于辅助场而且可以对任意分量N的 Gross-Neveu 模型得到高斯有效势和有限温度高斯有效势.不同于文献[6,7],在变分近似下，模型存在既"非平凡"也非"Precarious"的"Autonomous"相. 在 $\beta > \beta_{cr}$ 时，"Autonomous" 相的对称性是破缺的. 随着温度的升高,当 $\beta \leqslant \beta_{cr}$ 时,对称性得到恢复. 在大N极限下（$N \to \infty$)，零温"Autonomous"有效势正是 GN 的原始结果[10]，有限温度"Autonomous"有效势亦与传统的单圈图结果相同[13]. 在破缺相的元激发质量仅与温度有关而与N无关.

无论是对玻色场(如 $\lambda\phi^4_{3+1}$)还是费米场(GN 模型),在高斯近似下都存在"Precarious"相和"Autonomous"相. 且"Precarious"相与传统的微扰论结果是大不相同的[6,7]. 而"Autonomous"相的结果与微扰论的结果相吻合,由此可见，在非微扰的变分法中引入对波函数的重整化亦是必要的. 尽管"Autonomous"相的结果与微扰论单圈图结果有相同形式,但由于变分结果,它却系统地包含有部分高圈图的贡献. 如,对于 $\lambda\phi^4$ 理论，高斯有效势等价于"仙人球"("Cactus"[17]或"Super-daisy"[15])近似，它包含有部分任意圈图的贡献. 因此结果是非微扰的.

最后,我们要指出的是,若方程(1)描写的是 3 + 1 维时空中的费米子模型,则高斯分析同样指出理论将是"平凡"的,除非动量切断Λ(正象 Nambu 和 Jona-Lasino 指出的那样[9])保持有限.

参 考 文 献

[1] K. G. Wilson, *Phys. Rev.*, **D6**(1972), 419.
[2] P. M. Stevenson, *Phys. Rev.*, **D30**(1984), 1712; **31**(1985), 1386.
[3] P. M. Stevenson and R. Tarrach, *Phys. Lett.*, **176B**(1986), 436;
P. M. Stevenson, B. Alles and R. Tarrach, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 2407;
P. M. Stevenson, *Z. Phys.*, **C35**(1987), 467;
S-y Lou and G-j Ni, *Phys. Rev.*, **D37**(1988), 3770;
G. A. Hajj and P. M. Stevenson, *Phys.*, **D37**(1988), 413.
[4] G-j Ni, S-y Lou and S-q Chen, Int. J. Mod. *Phys.*, **A3**(1988), 1735; *Phys. Lett.*, **200B**(1988), 161.
[5] A. Okopinska, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 1835; **D36**(1987), 2417;
U. Kaulfuss and M. Altembokum, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 609;
I. Yotsuanagi, *Z. Phys.*, **C35**(1987), 453.
[6] J. I. Latorre and J. Soto, *Phys. Rev.*, **D34**(1986), 3111.
[7] A. Okopinska, IFT/43/87 (1987 Preprint)
[8] S-y Lou and G-j Ni, Commun. *Theor. Phys.*, **12**(1989), 83.

[9] Y. Nambu and G. Jona-Lasino, *Phys. Rev.*, 122(1961), 345.
[10] D. J. Gross and A. Neveu, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 3235.
[11] T. Barnes and G. I. Ghandour, *Nucl. Phys.*, **B146**(1978), 483; *Phys. Rev.*, **D22**(1980), 924.
[12] P. M. Stevenson and G. A. Hajj, *Phys. Rev.*, **D34**(1986), 3117.
[13] L. Jacobs, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 3956; B. J. Harrington and A. Yildiz, *Phys. Rev.*, **D11** (1975), 779.
[14] G-j Ni, *Nucl. Phys.*, **B211** (1983), 414.
[15] L. Dolan and R. Jackiw, *Phys. Rev.*, **D9**(1974), 3320.
[16] I. Roditi, *Phys. Lett.*, **169B**(1986), 264.
[17] A. Vilenkin, *Nucl. Phys.*, **B226**(1983), 527.

VARIATIONAL ANALYSIS OF THE GROSS-NEVEU MODEL AT ZERO AND FINITE TEMPERATURE

LOU SENYUE

(*Physics Department, Ningbo Normal College*)

NI GUANGJIONG

(*Physics Department, Fudan University, Shanghai*)

ABSTRACT

By means of the coherent state effective potential method, we re-examine the Gross-Neveu (GN) model. A nontrivial autonomous theory is obtained for any N(N is the number of the fermion fields). When $N\to\infty$, the theory is equivalent to that obtained by GN. The dynamical symmetry of the autonomous phase will be restored at the critical temperature. The mass of the elementary excitation is N independent but temperature dependent.