

## 快报

# 关于 $\psi(3770)$ 的电偶极跃迁\*

秦旦华 丁亦兵 赵光达  
(北京大学物理系) (中国科学院研究生院物理系) (北京大学物理系)

### 摘 要

本文采用一种以 QCD 为基础的势模型, 计算了  $c\bar{c}$  态的各种  $E1$  跃迁宽度. 结果表明相对论修正效应相当重要. 所得  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  和  $\chi_{cJ} \rightarrow \gamma\psi(1S)$  ( $J = 0, 1, 2$ ) 的跃迁宽度与实验符合, 但  $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  跃迁宽度要比 Mark III 实验组的新近结果小 2 倍左右. 改善理论结果的一个可能性是考虑  $2^3S_1 - 1^3D_1$  混合的效应.

最近, Mark III 实验组对粲偶素  $^3D_1$  态  $\psi(3770)$  的电偶极 ( $E1$ ) 跃迁过程做了测量<sup>[1]</sup>, 跃迁到  $^3P_J$  态  $\chi_0, \chi_1, \chi_2$  的分支比分别为  $(2.0 \pm 0.8)\%$ ,  $(1.7 \pm 0.7)\%$ ,  $\leq 0.2\%$  (90% 置信水平). 由  $\psi(3770)$  的总宽度等于  $(25 \pm 3)\text{MeV}$ <sup>[2]</sup>, 可得上述  $E1$  跃迁宽度分别为  $(500 \pm 200)\text{keV}$ ,  $(430 \pm 180)\text{keV}$ ,  $\leq 500\text{keV}$ . 本文将就这一实验结果对粲偶素模型的  $E1$  跃迁理论进行讨论.

重夸克偶素的势模型成功地描述了粲偶素  $\psi$  族介子和底偶素  $\Upsilon$  族介子的质量谱及许多跃迁过程<sup>[3]</sup>. 现已普遍接受的想法是, 重夸克之间的相互作用可以归结为一个长程的线性禁闭势(洛仑兹标量)和一个短程的单胶子交换势(洛仑兹矢量). 我们选取如下的标量势  $S(r)$  和矢量势  $V(r)$ <sup>[4]</sup>

$$S(r) = kr \quad (1)$$

$$V(r) = -\frac{8\pi}{25} \frac{1}{r \ln \Lambda r} \frac{1 - \Lambda r}{1 + \Lambda r} \quad (2)$$

其中  $V(r)$  的特点是, 当  $r \rightarrow 0$ ,  $V(r) \rightarrow -\frac{8\pi}{25} \frac{1}{r \ln \Lambda r}$ , 代表具有跑动耦合常数的库仑势; 而当  $r$  逐渐增大到  $\Upsilon$  和  $\psi$  所在的范围时, 库仑势的系数趋于常数, 即

$$V(r) \rightarrow -\frac{\beta}{r}, \quad \beta \approx 0.50.$$

(若取  $\Lambda \sim 0.47\text{GeV}$ , 则在  $r \sim (1 - 5)\text{GeV}^{-1}$  区间内,  $\beta \approx 0.50$ ) 势的这一取法是基于如下的考虑. 格点 QCD 的计算表明, 当  $r \gtrsim 0.5\text{GeV}^{-1}$  时, 重夸克的相互作用势确实是线性势和库仑势的叠加. 在忽略轻夸克动力学效应的近似下, 库仑势的系数约为  $-\frac{\pi}{12}$ <sup>[5]</sup>, 当进一步考虑轻夸克的效应后, 库仑势的系数增加<sup>[6]</sup>. 轻夸克对的真空极化效应

本文 1989 年 11 月 28 日收到.

\* 国家自然科学基金资助项目.

有可能使库仑势的系数增大到 0.5 左右<sup>[7]</sup>, 我们选取的库仑势正是体现了由短程的具有跑动耦合常数的库仑势逐渐过渡到中长程的具有常系数的库仑势的特点, 当  $r$  增大到 10  $\text{GeV}^{-1}$  时, 我们的库仑势系数略有下降,  $\beta \approx 0.42 (\Lambda = 0.47 \text{ GeV})$ . 不过这时轻夸克对重夸克势的屏蔽作用已十分重要, 线性势和库仑势本身已成为一个粗略的近似.

在非相对论近似下, 可将重夸克偶素体系的哈密顿量按  $\vec{p}^2/m^2$  展开 ( $m$  和  $\vec{p}$  分别为夸克的质量和在质心系的动量), 得到

$$H = H_0 + H_1 + \dots \quad (3)$$

$$H_0 = \frac{\vec{p}^2}{m} + S(r) + V(r) \quad (4)$$

$$H_1 = H_{SD} + H_{SI} \quad (5)$$

$$H_{SD} = \frac{1}{2m^2 r} (3V' - S')(\vec{S}_1 + \vec{S}_2) \cdot \vec{L} + \frac{2}{3m^2} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \nabla^2 V - \frac{1}{3m^2} [3(\vec{S}_1 \cdot \hat{r})(\vec{S}_2 \cdot \hat{r}) - \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2] \left( V'' - \frac{V'}{r} \right) \quad (6)$$

$$H_{SI} = -\frac{\vec{p}^4}{4m^3} + \frac{1}{4m^2} \left\{ \frac{2}{r} V' \vec{L}^2 + [\vec{p}^2, V - rV'] + 2(V - rV')\vec{p}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{8}{r} V' + V'' - rV''' \right) \right\} \quad (7)$$

其中  $H_{SD}$  和  $H_{SI}$  分别代表自旋相关和自旋无关的一阶相对论修正哈密顿量. 求解的步骤是, 先解零阶哈密顿量  $H_0$  的 Schrödinger 方程, 求出零阶能量本征值和零阶波函数; 再将一阶哈密顿量  $H_1$  作为微扰, 按微扰论方法求出准确到一阶修正的能级和波函数. 当选取如下参数时

$$k = 0.222 \text{ GeV}^2, \quad \Lambda = 0.47 \text{ GeV}, \quad (8)$$

$$m_c = 1.84 \text{ GeV}, \quad m_b = 5.17 \text{ GeV}, \quad (9)$$

可以得到与实验符合得相当满意的  $c\bar{c}$  和  $b\bar{b}$  质量谱. 关于质量谱的结果已在文献[4]中有简略介绍并将在另文中详加讨论. 本文只集中讨论有关粲偶素的  $E1$  跃迁过程.

在非相对论近似下,  $E1$  跃迁宽度及相应的偶极跃迁矩阵元为

$$\Gamma(E1) = \frac{4}{27} e_0^2 \alpha \langle f | r | i \rangle|^2 (2J_f + 1) S_{if} k^3, \quad (10)$$

$$\langle f | r | i \rangle = \int_0^\infty R_f(r) R_i(r) r^3 dr, \quad (11)$$

其中  $k$  为辐射光子的能量,  $R(r)$  为径向波函数,  $S_{if}$  为统计因子. 本模型计算得到的跃迁宽度  $\Gamma(E1)$  及其实验值在表 1 中给出. 其中不带括号的宽度值是按零阶波函数计算得到的; 带括号的宽度值是按一阶相对论修正后的波函数计算得到的.  $\psi(2S) \rightarrow \gamma \chi_{cJ}$  及  $\chi_{cJ} \rightarrow \gamma \psi(1S)$  ( $J = 0, 1, 2$ ) 的实验值取自文献[2].

从表 1 可以看到, 经过相对论修正后的  $\psi(2S) \rightarrow \gamma \chi_{cJ}$  和  $\chi_{cJ} \rightarrow \gamma \psi(1S)$  跃迁宽度与实验符合得很好. 这一符合表明, 对于  $c\bar{c}$  系统相对论效应是不可忽略的. 尽管系统中夸克的速度相当低 ( $\frac{v^2}{c^2} \approx 0.2$ ), 但某些  $E1$  跃迁却对波函数的较小改变十分敏感. 以

$\psi(2S) \rightarrow \gamma \chi_{c0}$  ( $2^3S_1 \rightarrow 1^3P_0$ ) 为例, 一阶哈密顿量  $H_1$  中除自旋无关部分贡献吸引力外, 单胶子交换所引起的自旋-轨道耦合项对  $^3P_0$  态贡献一个很强的吸引力, 它们使  $^3P_0$  态的径向波函数向原点收缩, 从而造成偶极跃迁矩阵元  $\langle 2^3S_1 | r | 1^3P_0 \rangle$  和跃迁宽度的压低. 由于矩阵元对初末态波函数的重叠十分敏感(特别是当初末态波函数节点数目不同时), 跃迁宽度的相对论修正效应往往会相当显著. 关于  $2^3S_1 \rightarrow 1^3P_J$  和  $1^3P_J \rightarrow 1^3S_1$  跃迁的相对论效应, 我们的结论在定性上与其他作者<sup>[9]</sup>是相近的. 对有些过程, 我们给出了与实验更为接近的结果(如  $1^3P_0 \rightarrow 1^3S_1$  跃迁), 这可能是由于我们所取的势的形式不同, 对相对论修正的处理方式也不同. 事实上, 我们把  $H_1$  作为微扰哈密顿量处理, 这也许更为恰当.

对于我们现在感兴趣的  $1^3D_1 \rightarrow 1^3P_J$  跃迁, 表 1 的结果表明相对论效应同样是重要的. 对此可做如下的分析. 对  $^3D_1$  态, 一阶哈密顿量  $H_1$  中同时存在着吸引力和排斥力. 由单胶子交换引起的自旋-轨道耦合项  $\sim \frac{3}{2m^2} \frac{V'}{r}$  是吸引力; 由标量禁闭势引起的 Thomas 进动力  $\sim -\frac{1}{2m^2} \frac{S'}{r}$  则是排斥力; 在自旋无关的修正项中, 除了一些吸引力的贡献外,

由  $\frac{1}{4m^2} \frac{2}{r} V' \vec{L}^2$  项所贡献的排斥力随角动量子数的增加而增加. 而 Thomas 进动力的

相对比重也随着束缚态半径的增加而增加. 这两种排斥力在  $^3D_1$  中的相对增强起到与吸引力相平衡的作用. 故总体上相对论修正对  $^3D_1$  态的波函数影响较小. 而对  $^3P_0$  态, 吸引力在  $H_1$  中占明显优势, 相对论修正使其波函数显著地向原点收缩. 因此  $^3D_1$  与  $^3P_0$  的波函数重叠在相对论修正后变小, 从而造成偶极跃迁矩阵元  $\langle 1^3D_1 | r | 1^3P_0 \rangle$  和跃迁宽度的压低. 我们的计算结果表明, 经过相对论修正后的  $1^3D_1 \rightarrow 1^3P_0$  和  $1^3D_1 \rightarrow 1^3P_1$  跃迁宽度都比实验值小二倍还多.

表 1 粲偶素的电偶极跃迁

过 程	$k$ (MeV)	$S_{if}$	$\Gamma(E1)$ (keV)	实验值 (keV)
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_0$	261	1	42(25)	$23 \pm 4$
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_1$	172	1	36(28)	$21 \pm 4$
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_2$	128	1	25(22)	$19 \pm 4$
$1^3P_0 \rightarrow 1^3S_1$	303	1	141(104)	$95 \pm 37$
$1^3P_1 \rightarrow 1^3S_1$	389	1	299(216)	$< 350$
$1^3P_2 \rightarrow 1^3S_1$	429	1	401(282)	$350^{+160}_{-120}$
$1^3D_1 \rightarrow 1^3P_0$	338	2	312(183)	$500 \pm 200$
$1^3D_1 \rightarrow 1^3P_1$	250	1/2	95(70)	$430 \pm 180$
$1^3D_1 \rightarrow 1^3P_2$	208	1/50	3.6(3.0)	$\leq 500$

表中各态表示的物理态为  $1^3S_1: \psi(3097)$ ;  $2^3S_1: \psi(3686)$ ;  $1^3P_0: \chi_{c0}(3415)$ ;  $1^3P_1: \chi_{c1}(3510)$ ;  $1^3P_2: \chi_{c2}(3555)$ ;  $1^3D_1: \psi(3770)$ .

当然应当看到理论上尚存在着一些不定因素. 首先是粲夸克质量的大小.  $E1$  跃迁宽度显然与夸克质量的大小有关. 我们模型中所取的夸克质量与 Cornell 模型<sup>[9]</sup>及文献 [8] 相同. 选取较大的粲夸克质量, 再经过相对论修正的进一步压低, 才有可能得到与实

验基本符合的  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  和  $\chi_{cJ} \rightarrow \gamma\psi(1S)$  跃迁宽度. 如果选取较小的粲夸克质量, 虽然可以使  $1^3D_1 \rightarrow 1^3P_J$  的跃迁宽度增大, 但却难以使  $2^3S_1 \rightarrow 1^3P_J$  和  $1^3P_J \rightarrow 1^3S_1$  跃迁宽度与实验符合. 事实上, 凡是取较小的粲夸克质量的模型<sup>[10,11]</sup>, 所得的  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  和  $\chi_{cJ} \rightarrow \gamma\psi(1S)$  跃迁宽度都要比实验值大得多. 其次, 关于高阶相对论修正, 目前尚难做出定量估计. 但是无论如何, 由于粲偶素系统的夸克运动速度相当低 ( $\frac{v^2}{c^2} \approx 0.2$ ), 一阶相对论修正应当给出基本定量的结果, 不能期望高阶相对论修正能够带来大于 2 的增强因子. 再者, 关于衰变道的耦合效应<sup>[9]</sup>, 一般来说(先不考虑由耦合道效应带来的  $2^3S_1 - 1^3D_1$  混合)此效应总是减小  $c\bar{c}$  在物理态中的比重, 增加连续态如  $D\bar{D}$  等在物理态中的比重, 故一般只能起压低  $E1$  跃迁宽度的作用. 最后, 关于  $2^3S_1 - 1^3D_1$  混合,  $\psi(3770)$  具有一个不算大小的轻子衰变宽度 ( $\Gamma_{e^+e^-} = (0.26 \pm 0.05) \text{ keV}$ )<sup>[2]</sup>, 表明这个态一定含有某些  $3S_1$  态成分.  $\psi(3686)$  和  $\psi(3770)$  作为  $2^3S_1$  和  $1^3D_1$  的混合态, 由于  $S$  态和  $D$  态的相互干涉效应, 会使某些跃迁过程增强, 某些跃迁过程减弱. 增强还是减弱不仅与初末态的量子数有关, 也决定于混合角的符号. 增强或减弱的大小则决定于混合角的大小. 而混合角的符号和大小则决定于混合的机制: 通过耦合道效应混合或(以及)通过张量力混合. 显然, 关于  $\psi(3686)$  和  $\psi(3770)$  的  $E1$  跃迁过程将会为  $2^3S_1 - 1^3D_1$  混合提供十分有用的信息, 值得进一步深入研究.

本文的结论是, 在考虑了相对论修正效应的粲偶素势模型的框架内, 当忽略  $2^3S_1 - 1^3D_1$  混合时, 很难把实验上观察到的  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  和  $\chi_{cJ} \rightarrow \gamma\psi(1S)$  的跃迁宽度与  $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  跃迁宽度协调起来. 如果要求理论能够给出基本符合实验的  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  和  $\chi_{cJ} \rightarrow \gamma\psi(1S)$  跃迁宽度, 则所预言的  $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  跃迁宽度要比 Mark III 的实验值小 2 倍左右. 不过, 仍然存在着改善理论结果的一种可能性, 即深入研究  $2^3S_1 - 1^3D_1$  混合的效应. 同时我们建议, 在北京正负电子对撞机 (BEPC) 上对  $\psi(3770)$  的电磁跃迁做更加精密的测量.

作者感谢黄涛教授告知我们 Mark III 的实验结果, 感谢邝宇平教授的有益讨论.

### 参 考 文 献

- [1] R. H. Schindler, SLAC-PUB-4694 (1988).
- [2] G. P. Yost et al., Particle Data Group, *Phys. Lett.*, 204B (1988), 1.
- [3] For a recent review see W. Kwong, J. L. Roser, and C. Quigg, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 37(1987), 325.
- [4] Y. B. Ding, J. He, S. O. Cai, D. H. Qing, and K. T. Chao, in Proc. of the Int. Sym. on Particle and Nuclear Physics, Beijing, Sept 2—7 1985 (World Scientific, Singapore) P. 88.
- [5] S. W. Otto and J. D. Stack, *Phys. Rev. Lett.*, 52(1984), 2328.  
D. Barkai, K. J. M. Moriarty, and C. Rebbi, *Phys. Rev.*, D30 (1984), 1293.
- [6] E. Laermann et al., *Phys. Lett.*, 173B (1986), 437.
- [7] M. G. Olsson and C. J. Suchyta, *Phys. Rev. Lett.*, 57 (1986), 37.
- [8] R. McClary and N. Byers, *Phys. Rev.*, D28 (1983), 1692.
- [9] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, K. D. Lane, and T. M. Yan, *Phys. Rev.*, D21 (1980) 203; D17 (1978), 3090.
- [10] P. Moxhay and J. L. Rosner, *Phys. Rev.*, D28 (1983), 1132.
- [11] S. N. Gupta, S. Radford, and S. Repko, *Phys. Rev.*, D31 (1985), 160.

## ON THE ELECTRIC DIPOLE TRANSITIONS OF $\psi(3770)$

QIN DANHUA

*(Department of Physics, Peking University)*

DING YIBING

*(Department of Physics, Graduate School, Academia Sinica)*

ZHAO GUANGDA

*(Department of Physics, Peking University)*

### ABSTRACT

Various  $E1$  transition rates for  $c\bar{c}$  states are calculated in a QCD-motivated potential model. Relativistic corrections are found to be substantial. While a good agreement between theory and experiment is achieved for the rates of  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  and  $\chi_{cJ} \rightarrow \gamma\psi(1S)$  ( $J = 0, 1, 2$ ), the calculated rates for  $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$  are smaller by a factor of  $\sim 2$  than their experimental values obtained by the Mark III collaboration. The effect of the  $2^3S_1-1^3D_1$  mixing is possibly important and needed to be considered.