

μ^- 在原子核上的俘获*

姜 换 清

(中国科学院高能物理研究所,北京)

E. Oset

(西班牙巴兰西亚大学理论物理部)

摘要

利用多体场论方法,本文对 μ^- 在原子核上的俘获作了系统研究。在没有任何可调参数的情况下,对于从轻核到重核各种原子核上的 μ^- 俘获率作了计算。发现,自旋-同位旋相关的强作用的重整化效应及 μ^- 在原子核上的束缚能效应是透彻理解这种弱作用过程的关键。

一、引言

μ^- 在原子核上被俘获而放出中微子的过程与弱作用的研究密切相关,一直引起人们的极大兴趣^[1-4]。虽然在实验上已对元素周期表中大部分原子核都进行了 μ^- 俘获率的测量^[4],但是,理论研究却存在着严重的缺陷,要引入许多近似^[3]。最常用的方法是取非相对论近似、忽略核子的动量并对原子核的末态取封闭近似。然而,在这个过程中,中微子带走大部分 μ^- 的能动量,转移到原子核上的能动量很小,计算结果对于平均原子核激发能的选取十分灵敏。为了消去由于这个能量带来的不确定性,人们又应用了求和规则的办法^[5]。这一方法中需要计算复杂的二体核矩阵元,使得这一方法仅在轻核中有可能实现。另一方面,由于 μ^- 总是在 μ^- 原子的1S轨道上被俘获的,原子核有限大小的电荷分布通常是由一种有效电荷来加以修正的,而 μ^- 的俘获率与有效电荷的四次方成比例,理论结果对于有效电荷的取值十分敏感。这使得通过 μ^- 在原子核上的俘获来研究这个弱作用过程有很大的局限性。在基本的俘获过程 $\mu^- p \rightarrow \nu_{\mu} n$ 中,由于 σ , τ 的相互作用,可使原子核产生由强作用带来的极化效应^[6],这在常规的计算中难以包括。此外, μ^- 原子的束缚效应在重核中是十分重要的,严格的计算应考虑这一重要影响。本文将在新的理论框架下,改进上述近似。

我们知道,多体场论方法在研究入射粒子与原子核相互作用时具有很高的精确度,并且技术上要简便得多^[7],上面提到的 μ^- 俘获过程中的各项困难原则上均可避免。本文将提出用多体场论方法研究 μ^- 在原子核上俘获的新途径。在没有任何可调参数的情况下,

本文 1989 年 11 月 28 日收到。

* 国家自然科学基金资助课题。

系统分析 μ^- 在轻核、中重核以及重核上的俘获率，通过与实验的比较，理解控制这一反应过程的各种物理因素。

第二节将给出理论概括，第三节将对计算结果加以简单的讨论。

二、理论概括

我们考虑如下的单举反应过程，

$$\mu^- + A \rightarrow \nu_\mu + X. \quad (1)$$

在 μ^- 原子中的 μ^- 被原子核A所俘获，放出 ν_μ ，而剩余原子核的末态不被观测。实验发现， μ^- 都是在 $1S$ 原子轨道上通过弱作用而被原子核俘获的，其基本的相互作用过程为 $\mu^- + p \rightarrow \nu_\mu + n$ 。我们首先考虑无限大核物质的情况。 μ^- 在核物质中通过弱作用被俘获的宽度与它在核介质中的自能 $\Sigma(q)$ 有如下的关系^[7]，

$$\Gamma(q) = -\text{Im}\Sigma(q), \quad (2)$$

其中 q 为 μ 子的四动量。由于 $\mu^- p \rightarrow \nu_\mu n$ 过程引起的 μ^- 在核物质中的自能图可用图1表示。与这一过程相关的自能的虚部正是把中间态放在能壳上的结果。图1是一个标准的多体图，其中质子空穴线相当于费米海表面以下的状态，而中子线相当于费米海以上的状态。利用标准的费曼规则，可以容易得到，

$$-\imath\Sigma(q) = -\sum_{s,t} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} G_h(p) G_p(q-k) + p D_0(k) \cdot |T|^2, \quad (3)$$

这里 G_h 和 G_p 分别是费米海中空穴和粒子的传播子， D_0 是中微子的传播子。 T 是协变的 $\mu^- p \rightarrow \nu_\mu n$ 过程Bjorken-Drell规范的 T -矩阵，它可以通过标准的四费米型的基本拉氏量得到^[2]，求和是对中间态核子的自旋与同位旋进行的。标准的方法计算公式(3)，我们发现，对于一块核物质中的 μ^- 的宽度可以表示为^[8]。

$$\tilde{\Gamma} = -\frac{1}{\pi^2} \int_0^{P_{\max}} P_\nu^2 dP_\nu \text{Im} \bar{U}(P_\nu - P_\mu) \sum_{s,t} |T|^2. \quad (4)$$

其中 \bar{U} 为粒子-空穴激发的Lindhard函数^[9]。 P_{\max} 为中微子最大可能的动量， P_μ ， P_ν 分别为 μ^- 和中微子的动量。 $|T|^2$ 中包含着拉氏量中各项的贡献之和。我们发现，最主要的贡献来自轴向量平方项，即比例于 g_A^2 项。由于轴向量项的自旋-同位旋依赖 $\sigma^i \tau^k$ ，这种外部的源具有极化核物质中轴电荷的性质^[6]。考虑这种极化效应，等价于包括各种类型的图2的贡献。对于各阶的不可约贡献的求和，等价于对 g_A^2 重整化，结果相当于作如下的代换，

$$g_A^2 \text{Im} \bar{U} \rightarrow g_A^2 \left(\frac{1}{3} \frac{\text{Im} \bar{U}}{|1 - UV_l|^2} + \frac{2}{3} \frac{\text{Im} \bar{U}}{|1 - UV_t|^2} \right). \quad (5)$$

其中 V_l 和 V_t 分别为自旋-同位旋相关的ph相互作用的纵向和横向分量。其通常使用的形式为：

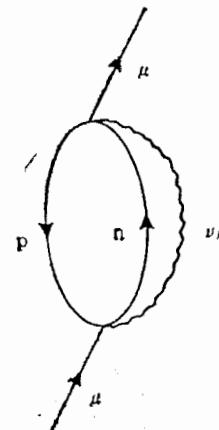


图1 由于 $\mu^- p \rightarrow \nu_\mu n$ 过程引起的 μ^- 在核中的自能图

$$V_l(q) = \frac{f^2}{\mu^2} \left\{ \frac{\mathbf{q}^2}{q^{02} - \mathbf{q}^2 - \mu^2} \left(\frac{\Lambda^2 - \mu^2}{\Lambda^2 - q^2} \right)^2 + g' \right\};$$

$$V_t(q) = \frac{f^2}{\mu^2} \left\{ \frac{\mathbf{q}^2}{q^{02} - \mathbf{q}^2 - m_\rho^2} c_\rho \left(\frac{\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2}{\Lambda_\rho^2 - q^2} \right)^2 + g' \right\}. \quad (6)$$

其中 f 为 πNN 耦合常数 μ 和 m_ρ 分别为 π 和 ρ 介子的质量,

$$\Lambda \approx 1300 \text{ MeV}, \Lambda_\rho = 2500 \text{ MeV},$$

$c_\rho = 2$. g' 是 Landau-Migdal 参数, 一般取为 $g' \approx 0.6 - 0.8$, 在本文中我们取 $g' = 0.7$. T 中不同的 σ , τ 依赖项导致不同的重整化结果^[8].

公式(4)的宽度 $\tilde{\Gamma}$ 是在无限大核物质中的结果, $\tilde{\Gamma}$ 是核物质中质子与中子的密度的函数, $\tilde{\Gamma}(\rho_n, \rho_p)$. 对于实际的原子核, 我们首先使用定域密度近似, 即 $\rho_n \rightarrow \rho_n(r)$, $\rho_p \rightarrow \rho_p(r)$, 同时对于在 μ^- 原子的 $1S$ 态上发现 μ^- 处于 r 处的几率求平均, 即,

$$\Gamma = \int d^3r |\phi_{1S}(r)|^2 \tilde{\Gamma}(\rho_n(r), \rho_p(r)). \quad (7)$$

其中 $\phi_{1S}(r)$ 为 μ^- 被俘获的 $1S$ 原子轨道的严格波函数, 它可以通过精确求解有限电荷分布下带有库仑相互作用的薛丁格方程而得到.

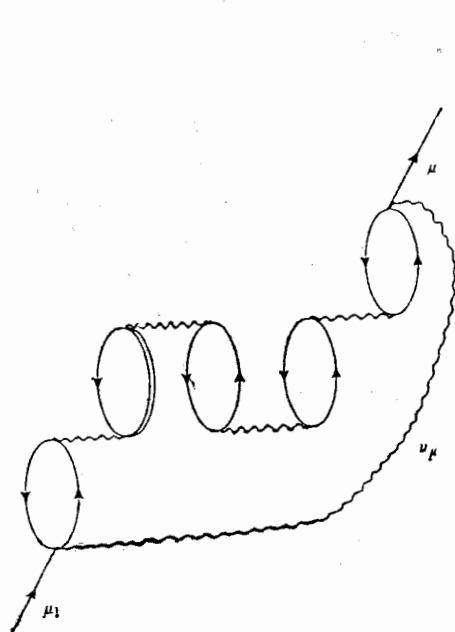


图 2 自旋-同位旋相关的 ph 作用对 μ^- 自能的修正

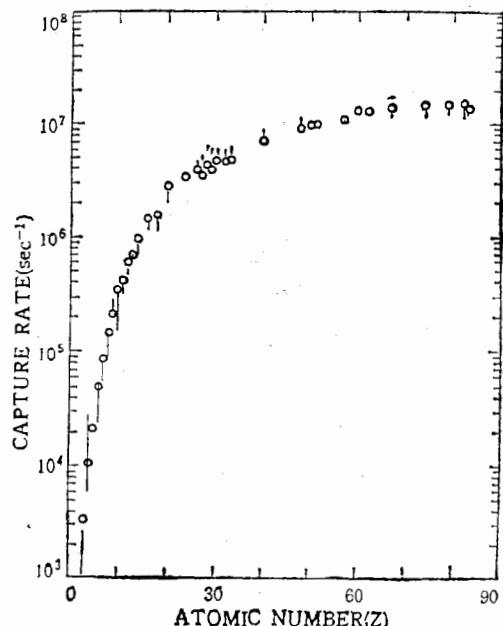


图 3 μ^- 在各种稳定同位素上的俘获率
|:Exp. limit; ○:Theory

三、结果和讨论

利用上节提到的公式, 我们计算了元素周期表中从轻到重的各类原子核上 μ^- 俘获率. 计算中所需要的输入参数为原子核的密度. 核中质子的分布取自实验的电荷分布而对质

子的大小予以修正^[10],对于核内中子的分布,我们取

$$\rho_n = \frac{N}{z} \rho_p,$$

对于 $\mu^- p \rightarrow \nu_\mu n$ 过程的耦合常数,我们取大家普遍采用的结果^[3].

图 3 中,我们给出 μ^- 在一部分稳定同位素核上俘获率的理论计算与实验的比较. 由于不同的实验对 μ^- 的俘获率给出了不同的结果, 图中的实验值是各种实验给出的 μ^- 俘获率的范围. 我们看到, μ^- 的俘获率从轻核上的 $3.4 \times 10^3 \text{ sec}^{-1}$ 到重核上的 $1.5 \times 10^7 \text{ sec}^{-1}$. 在没有可调参数的情况下, 在四个量级范围内, 理论与实验的一致是相当好的. 与实验的详细比较以及对各种物理因素的讨论将另文给出^[8]. 在对一系列核的计算中, 我们发现:

1. 核物质由于自旋 - 同位旋相关的相互作用引起的重整化效应对 μ^- 俘获率的影响是相当明显的. 对于重核, 这种极化效应可以使俘获率压低近一倍. 由于这种极化效应与核物质的密度成正比, 对于轻核, 这种效应就相对地小一些. 这一发现, 与 β 衰变中的 g_A 压低. π^- 原子宽度的反常行为、 Σ 和 Λ 超核宽度的减小以及辐射 π 吸收中的吸收率的压低^[10-12] 等具有同样的物理本质.

2. μ^- 在原子中的束缚效应对重核是十分重要的. μ^- 在 ^{208}Pb 核上的束缚能可达 $\sim 10 \text{ MeV}$. 与 μ^- 的静止质量相比, 这个束缚效应减小了中微子发射的相空间. 考虑了这一效应, 等价于对于(4)式的积分上限加以限制. 我们发现, 对于重核, 这一效应可使 μ^- 在 $1s$ 原子轨道上的俘获率减小到 60%. 对于轻核, 由于 μ^- 原子的结合能很小, 其影响甚微.

3. 泡利原理在这一过程中起到重要作用. 这对于理解不同的同位素之间 μ^- 俘获率的差别是十分关键的. 由于 μ^- 被质子俘获后, 将一个质子变成中子, 而一般的核中中子数等于或多于质子数, 由于泡利原理的限制, 末态的中子只能到达中子费米海表面以上, 相同的质子数而不同的中子数将使中子的费米表面不同. 所以, 实验上发现, 中子数越多的同位素, 其俘获率变小.

总之, 我们利用多体场论方法, 对于 μ^- 在原子核上的俘获进行了系统研究. 在这一理论中, 相对论的 $\mu^- p \rightarrow \nu_\mu n$ T -矩阵的求解, 核物质极化效应的引入以及精确求解 μ^- 原子的波函数等都大大改进了原有的理论. 同时, 这一方法又比较简便, 它可以用来处理重核上的 μ^- 俘获.

在求解 μ^- 子在库仑场的波函数时, 我们考虑了真空极化对库仑场的修正. 但是, 我们只是求解了非相对论的薛丁格方程, 相对论的修正应该进一步研究的问题.

作者之一(姜焕清)感谢西班牙教育科学部的邀请和 Valencia 大学理论部同事的热情接待, 部分工作是在访问期间完成的.

参 考 文 献

- [1] H. Primakoff, *Rev. Mod. Phys.*, 31(1959), 802.
- [2] R. J. Blin-Stoyle, *Fundamental interactions and the nucleus*, North Holland, 1973.
- [3] N. C. Mukhopadhyay, *Phys. Reports.*, 30(1977), 1.
- [4] T. Suzuki, D. F. Measday and J. P. Roalsvig, *Phys. Rev.*, C35(1987), 2212.
- [5] J. Navarro, J. Bernabeu, J. M. G. Gomez and J. Martorell, *Nucl. Phys.*, A375(1987), 361.

- [6] M. Ericson, *Nucl. Phys.*, **A335**(1980), 309.
- [7] A. L. Petter and J. D. Welecka, "Quantum Theory of Many Particle Systems", McGraw-Hill (1971).
- R. D. Mttuck, "A Guide to Feynman Diagrams in the Many-Body Problems" McGraw-Hill (1974).
- [8] H. C. Chiang, E. Oset and P. Fernandez de Cordoba, Submitted to *Nucl. Phys. A*.
- [9] E. Oset, in "Quarks, Mesons and Isobars", R. Guardiola and A. Polls Editors, World Scientific, p. 1.
- [10] E. Oset, L. L. Salcedo and R. Brockmann, *Phys. Reports*, to be published.
- [11] R. Seki, Proc. Pion Nucleus Physics, Los Alamos, 1987, Eds R. J. Peterson and D. D. Strottman, AIP Con. Proc. 163, p. 233.
- [12] H. C. Chiang, E. Oset, R. Carrasco, J. Nieves and J. Navarro, "Radiative Pion Capture", Submitted to *Nucl. Phys. A*.

μ^- CAPTURE IN NUCLEI

JIANG HUANQING

(Institute of High Energy Physics the Chinese Academy of Sciences, Beijing)

E. OSET

(Departamento de Fisica Teorica and Instituto de Fisica Corpuscular, Universidad de Valencia-CSIC, Spain)

ABSTRACT

Using the many-body field theory the problems of μ^- captures in nuclei are systematically studied. Without ajustable parameter, calculations are performed for the total nuclear capture rates of muon for nuclei ranging from light to heavy ones. It shows that the renormalization due to the spin-isospin-dependent strong interaction and the muon binding in the μ^- atom are essential for a thorough understanding of this type of weak interaction processes.