

极端相对论性高能核碰撞的 $\langle p_T \rangle$ 分布

钱 路

(华东师范大学物理系, 上海 200062)

摘 要

本文以蒙特卡罗方法计算 $SU(3)$ 群格点规范得到的能密函数作为状态方程, 用流体力学模型定量研究了极端相对论性高能核碰撞产生的终态粒子平均横动量 $\langle p_T \rangle$ 的分布, 并与 JACEE 实验组的数据比较, 发现在初态能量密度较大的区域里看到 $\langle p_T \rangle$ 异常剧增现象不是由夸克胶子等离子体的流体运动所引起。文中给出了不同初始热平衡时间和初始半径下的 $\langle p_T \rangle$ 分布对比数据, 发现 $\langle p_T \rangle$ 分布的基本特征不因初始参数的变化而改变。

一、引 言

是否存在非禁闭的夸克物质一直是高能物理界关心的问题。一个普遍的看法是, 在温度极高或密度极大的时候, 强子会发生相变, 形成所谓“夸克-胶子等离子体”(QGP)相。在这个相中, 夸克和胶子的相互作用很弱, 其行为近似于自由粒子^[1-4]。因此, 找到 QGP 或其存在的信号, 就等于找到了非禁闭的夸克物质。极端相对论性高能核碰撞中, 质心系的能量极高 ($E_{CM} = 10-100$ GeV/nucleon), 体系的温度超过了理论上预言形成 QGP 的临界温度 T_c , 为探索 QGP 提供了极好的机会。在极端相对论性碰撞中观察到的终态粒子平均横动量 $\langle p_T \rangle$ 分布异常的现象引人注目。例如 p-p 碰撞^[5]和 JACEE 实验^[6]揭示的 $\langle p_T \rangle$ 随初态能量密度 E_i 的分布, 有两个明显的特点: 其一是在 E_i 较小处, $\langle p_T \rangle$ 随 E_i 的变化很小, 存在一个近似的平台区域, 其二是在 E_i 较大的区域, $\langle p_T \rangle$ 随 E_i 的分布出现了异常剧增。有人猜测, $\langle p_T \rangle$ 分布的这种特点可能是 QGP 形成的一个讯号^[7]。

由于高温物质具有膨胀和快速冷却的特点, QGP 的演化常用流体力学模型来描述^[8,9]。Gersdorff 等人用流体力学模型计算了由 QGP 演化得到的终态粒子 $\langle p_T \rangle$ 分布, 发现理论计算与 JACEE 实验数据符合得不好。在他们的工作中, QGP 和相变是用袋模型描述的。

由于对 QGP 还缺乏足够的了解, 在描述其状态及其相变时尚没有确切的物理图象, 有多种方案可供选择。比较不同方案下的结果, 显然对揭示 QGP 及其相变过程的真实物理图象是有益的。本文目的之一就是考察不同于传统袋模型的状态方程下, $\langle p_T \rangle$ 的分布情况。具体地, 我们用蒙特卡罗方法计算 $SU(3)$ 群格点规范得到的能密曲线^[10,11]来描

述 QGP 状态及其相变。在下面的讨论中可以看到, 这时体系的声速 c_s 和袋模型下的有很大的区别, 因而 QGP 的流体运动和温度分布演化显示了不同的特点。同时, 相变的过程由能量密度函数随温度的变化自然描述, 可以完全归结为 c_s 的影响, 而不必象袋模型方案下那样考虑过冷的 QGP 或过热的强子气。

同样, 由于缺乏对强相互作用的足够了解, 一般不能准确给出 QGP 达到局域热平衡所需的初始热平衡时间 τ_0 和 QGP 开始流体膨胀时的初始半径 r_0 。定量讨论这些初始参数对 $\langle p_T \rangle$ 分布的影响对了解 QGP 是有益的。这是本文着重讨论的另一个内容。

在第二节中, 我们描述 QGP 的流体运动及其相变过程, 以及终态粒子 $\langle p_T \rangle$ 的计算方法。在第三节里, 给出 $\langle p_T \rangle$ 计算结果, 并讨论其意义, 为了对比, 考虑了有 QGP 形成和相变与没有 QGP 相变而仅把碰撞后形成的体系看作是高温高密度的强子气两种情形, 并与 JACEE 实验数据作了比较。在这一节里, 还给出了不同初始参数下 $\langle p_T \rangle$ 分布的对比数据, 讨论了参数变化对 $\langle p_T \rangle$ 分布的影响, 在最后一节里, 给出了结论。

二、QGP 的演化图象

$\langle p_T \rangle$ 的贡献有两个来源: 终态粒子的热运动贡献和流体横向膨胀运动的贡献, 这两部分的贡献耦合在一起, 不能分开考虑, 给计算 $\langle p_T \rangle$ 带来了一定的难度。碰撞发生后, 在中心区形成一个高温高密度的火球, 火球膨胀时, 其间的粒子间距变大, 强相互作用增强, 因而在 τ_0 时达到局域热平衡, 以后的运动便可由相对论性流体运动方程描述, 流体边膨胀边冷却, 形成一个随时间变化的温度分布, 当温度下降到所谓“冻结温度” T_f 时, 终态粒子间的耦合消除, 成为实验中可观察的终态粒子, 其中绝大部分是 π 介子, 因此, 实际计算中终态粒子仅考虑 π 介子的贡献。

1. 声速

流体膨胀时, 声速 $c_s(T)$ 是与温度有关的、决定体系各处温度变化快慢的重要物理量。按一般的热力学关系, 它和体系的能量密度 E 满足:

$$\begin{aligned} c_s(T)^2 &= \frac{\partial p}{\partial E}, \\ E &= T^2 \frac{\partial}{\partial T} (p/T), \\ c_s^2 &= \frac{E + T \int_0^T \frac{E(T')}{T'^2} dT'}{T \frac{dE}{dT}}. \end{aligned} \quad (1)$$

其中, p 是压强。因此声速完全由能密函数 $E(T)$ 决定。在袋模型中, QGP 和强子气的 E 都有 $E \propto T^4$, 所以 $c_s^2 = \frac{1}{3}$, 如图 1 中虚线。现在我们用蒙特卡罗方法计算 $SU(3)$

群格点规范得到的能量密度函数^[10,11]来描述体系得到的 $c_s^2(T)$ 如图 1 实线所示。这个能

量密度在 T_c 处有一个明显跃升,提示着 $T > T_c$ 和 $T < T_c$ 时体系存在两个相,而 $T > T_c$ 的相一般认为对应着 QGP 相.从图 1 中可以看到, T_c 两侧,声速基本上是常数,与没有相变的强子气或用袋模型得到的结果相近,但在 T_c 附近, c_s 有一个明显的跌落,数值变得较小,因而在 T_c 附近流体膨胀时冷却速度变慢,体系处于两相混合态,相变的潜能转化为流体的动能.同时,由于体系温度停留在 T_c 的时间较长,与不考虑 QGP 相变的情形或与袋模型的情形相比,最后形成的终态粒子,其数目和所带的 $\langle p_T \rangle$ 都要大.

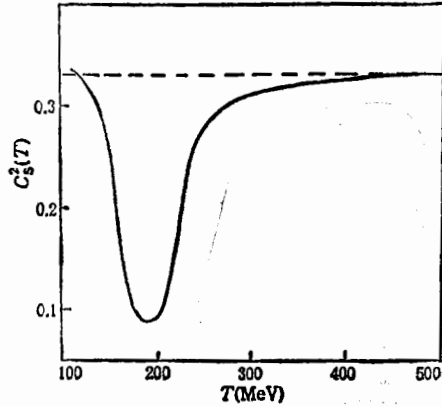


图 1 声速平方曲线,实线对应有 QGP 相变,虚线没有相变的强子气和袋模型的情形

称性,横向只用一个自由度: 径向位置 r 描述即可.在纵向,流体运动初始值的罗伦兹不变性,要求中心区域的任何纵坐标 z 处的横向运动,都可以由 $z = 0$ 平面的横向运动经 z 方向的罗伦兹变换得到.纵向速度 $v_z = z/t$,并且, z 和 t 有用 $\tau = (t^2 - z^2)^{1/2}$ 表示的标度行为,如 $T(r, t, z) = T(r, \tau)$.柱体对称性和纵向罗伦兹变换不变性使体系只剩下 r 和 τ 两个自由度.由文献[13],任何纵向位置 z 的横向膨胀都可借助 τ 用同一个流体力学方程描述:

$$(1 \pm v_r \cdot c_s) \frac{\partial a_{\pm}}{\partial \tau} + (v_r \pm c_s) \frac{\partial a_{\pm}}{\partial r} + c_s \left(\frac{v_r}{r} + \frac{1}{\tau} \right) a_{\pm} = 0,$$

$$v_r = \frac{a_+ - a_-}{a_+ + a_-}. \quad (2)$$

式中 v_r 是径向速度, $a_{\pm}(r, \tau)$ 是中间量,体系的温度分布可由 a_{\pm} 求得^[13]:

$$d \log(T) = c_s d\Phi,$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \log(a_+ a_-). \quad (3)$$

流体力学方程的初始条件可由 $T(r, \tau_0) = T_0 \theta(r_0 - r)$ 和 $v_r(r, \tau_0) = \theta(r - r_0)$ 确定, θ 是阶跃函数.相应地, $a_+(r, \tau_0) = 1, a_-(r, \tau_0) = \theta(-r + r_0)$.用有限差分法对 (2) 式求数值解 $a_{\pm}(r, \tau)$,进而由(3)式便能得到随 τ 演化的温度分布 $T(r, \tau)$.

3 $\langle p_T \rangle$ 的计算

在 τ 到 $\tau + d\tau$ 之间从流体表面冻结出来的流体元,体积为

$$\Delta v = 2\pi r_f \left(v_r - \frac{\partial r_f}{\partial \tau} \right) \tau dy d\tau,$$

数值变得较小,因而在 T_c 附近流体膨胀时冷却速度变慢,体系处于两相混合态,相变的潜能转化为流体的动能.同时,由于体系温度停留在 T_c 的时间较长,与不考虑 QGP 相变的情形或与袋模型的情形相比,最后形成的终态粒子,其数目和所带的 $\langle p_T \rangle$ 都要大.

2. 流体膨胀过程

我们采用 Bjorken 模型^[2,12]来描述流体的膨胀过程.碰撞后形成的体系在强相互作用下很快达到局域热平衡,然后在纵向和横向都有流体膨胀.在横向,考虑一种较简化的情形,即对撞是同种核的中心碰撞,则体系具有柱体对

其中 $r_f = r(\tau, T_f)$, 即 τ 时温度冷却到 T_f 的径向半径, y 为快度. 流体元中的粒子服从玻色-爱因斯坦分布, 粒子数密度为:

$$\mathcal{N} = \frac{g_\pi}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\vec{k}'}{e^{k_0/T} - 1}. \quad (4)$$

式中 $g_\pi = 3$ 为 π 介子的简并度, \vec{k}' , k_0' 为静止系中粒子热运动的动量和能量, T 取冻结温度 T_f . 由于流体元有径向速度 v_r , 流体元中粒子数为 $dN_1 = (\mathcal{N} \text{ch}\alpha) \Delta v$, 其中 $\text{ch}\alpha = (1 - v_r^2)^{-1/2}$. 流体元中粒子横动量的统计平均 p_T 为:

$$p_T^2 = \int \frac{k_T^2 d^3\vec{k}'}{e^{k_0/T} - 1} \bigg/ \int \frac{d^3\vec{k}'}{e^{k_0/T} - 1}. \quad (5)$$

式中, \vec{k} , k_0 为流体元中粒子的实验系动量和能量, \vec{k}_T 为 \vec{k} 的横向分量, \vec{k} 和 k_0 可由 \vec{k}' 和 k_0' 经速度为 v_r 的径向罗伦兹变换得到.

在 $\tau = \tau_f$ 时, 整个流体都冷却到了 T_f , 这时在半径 $R_f = r_f(\tau_f, T_f)$ 内的粒子数为 $dN_2 = \pi R_f^2 \tau_f \mathcal{N} dy$, 这部分粒子的横动量 p_T 仅来自热运动: $p_T = p_{T, \text{th}} \equiv p_T(v_r = 0)$.

为了求出总的终态粒子数, 还必须对演化历史求积分. 因此, 单位快度的终态粒子数和平均横动量为:

$$\frac{dN}{dy} = 2\pi \int_{\tau_0}^{\tau_f} \mathcal{N} \text{ch}\alpha r_f \tau \left[v_r - \frac{\partial r_f}{\partial \tau} \right] d\tau + \pi R_f^2 \tau_f \mathcal{N}. \quad (6)$$

$$\langle p_T \rangle = \frac{\left[2\pi \int_{\tau_0}^{\tau_f} \mathcal{N} \text{ch}\alpha r_f \tau \left(v_r - \frac{\partial r_f}{\partial \tau} \right) p_T d\tau + \pi R_f^2 \tau_f p_{T, \text{th}} \mathcal{N} \right]}{\frac{dN}{dy}}. \quad (7)$$

由 Bjorken 公式^[2]

$$E_i = \frac{1}{2\pi} \langle m_i \rangle \frac{dN}{dy} A^{-2/3} \tau_0^{-1},$$

$$\langle m_i \rangle = \sqrt{\langle p_T \rangle^2 + m^2}. \quad (8)$$

式中 A 为有效核子数, m 为终态粒子的质量.

三、结果和讨论

图 2 给出了 $r_0 = 7\text{fm}$, $\tau_0 = 1\text{fm}/c$ 时 $\langle p_T \rangle$ 随 E_i 的分布曲线, 其中实线是没有 QGP 相变的强子气的结果, 虚线是 QGP 情形下的结果. 在 E_i 较小处, 两种情形都给出了与 JACEE 数据一致的结果, 在 E_i 较大处, JACEE 数据有一个明显的剧增, 而理论计算虽然也有上升的趋势, 但上升的速率比观察到的小. 更重要的是, QGP 的 $\langle p_T \rangle$ 曲线在整个 E_i 的考虑区域, 都处于不考虑 QGP 相变强子气的 $\langle p_T \rangle$ 曲线下面, 即对应于相同的初态能量密度, 由 QGP 演变而来的终态粒子 $\langle p_T \rangle$ 比仅考虑为高能高密度强子气演化得到的终态粒子的 $\langle p_T \rangle$ 值小.

在小 E_i 处, 对应的是体系初始温度较低的情形. 由于初始温度低于临界温度 T_c 时, 不管是否考虑 QGP 的形成, 体系总处于强子相. 并且, 流体冷却到冻结温度的时间很

短,流体运动对 $\langle p_T \rangle$ 的贡献较小,这时 $\langle p_T \rangle$ 的贡献主要来自热运动,由(5)式,当 T_i 取 π 介子质量 140MeV 时, $p_{T,\text{th}} = 0.4\text{GeV}$.可见,小 E_i 处实验和理论推导是比较一致的.

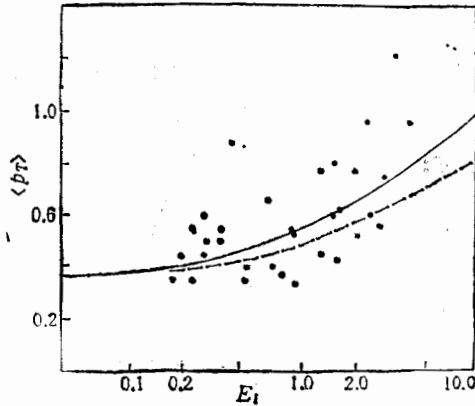


图2 $\langle p_T \rangle$ 分布与 JACEE 数据的比较. 虚线对应 QGP, 实线对应强子气

都要差一个数量级.换言之,相同的 E_i ,则 QGP 相应的初始温度比强子气的要低得多,所以终态粒子的 $\langle p_T \rangle$ 也就小了.在流体演化中, QGP 的初始高能量最终更多地转换为终态粒子,而不是使 $\langle p_T \rangle$ 剧增.因此, QGP 的流体演化没有象预言的那样使 $\langle p_T \rangle$ 剧增.

流体力学模型的初态有几个参数: τ_0 、 T_0 、 r_0 . 这些参数在理论上还不能确定.一般认为, τ_0 可取典型的软 QCD 相互作用时间 $1\text{fm}/c$,而 r_0 可以理解为表征对头碰撞有效性的参数,即使在相同能量下的碰撞,每次碰撞 r_0 都有可能不同.我们变动 T_0 来得到 $\langle p_T \rangle$ 的分布,为了考察 $\langle p_T \rangle$ 对这些参数的依赖性,我们计算了不同参数下 $\langle p_T \rangle$ 分布.例如,图3给出了两组不同参数下 $\langle p_T \rangle$ 与参数取 $r_0 = 7\text{fm}$, $\tau_0 = 1\text{fm}/c$ 时的 $\langle p_T \rangle$ 之比 R 的数据.可以看到,变动这些参数,对 $\langle p_T \rangle$ 的影响不是很大,不会改变 $\langle p_T \rangle$ 分布的特征,不会使 $\langle p_T \rangle$ 在大 E_i 区剧增.

从图3中可以发现, r_0 变小后, $\langle p_T \rangle$ 增大($R > 1$), τ_0 变小后, $\langle p_T \rangle$ 减小($R < 1$),这种现象在物理上是可以理解的:在用相同状态方程描述的体系,同一初始温度对应着同一 E_i ,不考虑流体运动的话, $\langle p_T \rangle$ 值应是相同的.可见,现在的差别是由于初始参数对流体运动的影响引起的. r_0 小的流体,表面与体积之比大,因而终态粒子从流体表面冻

在 E_i 较大时,无论是否考虑有 QGP 的形成, $\langle p_T \rangle$ 分布都与 JACEE 数据有明显的差别.甚至考虑了 QGP 形成的情形, $\langle p_T \rangle$ 值反而变得比强子气的情形更小了.这和 $\langle p_T \rangle$ 分布异常可能是 QGP 形成的信号这种猜测大相径庭.事实上,在相同的初始温度下开始演化的流体, QGP 因相变时潜能转化为动能,流体停留在临界温度的时间较长,演化历史有明显增加,所以终态粒子的 $\langle p_T \rangle$ 确实比强子气演化而来的大.但是,相同的初始温度,如果是 QGP,则初始能量密度比强子气的大得多.无论是袋模型还是蒙特卡罗计算 $SU(3)$ 群格点规范理论的结果,能量密度

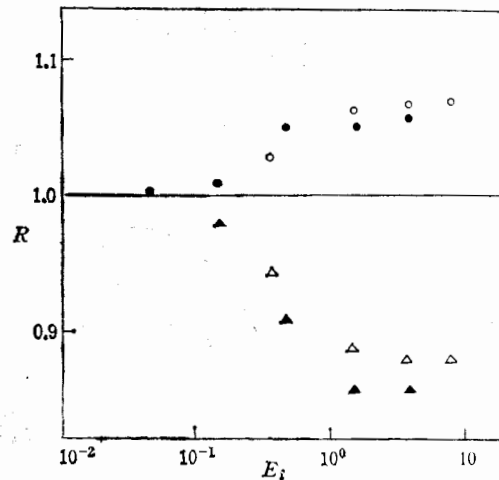


图3 不同初始参数下的 $\langle p_T \rangle$ 与参数取 $r_0 = 7\text{fm}$, $\tau_0 = 1\text{fm}/c$ 时的 $\langle p_T \rangle$ 之比 R 与 E_i 的关系.

- $r_0 = 4.7\text{fm}$, $\tau_0 = 1.0\text{fm}/c$, 对应 QGP
- $r_0 = 4.7\text{fm}$, $\tau_0 = 1.0\text{fm}/c$, 对应强子气
- △ $r_0 = 7.0\text{fm}$, $\tau_0 = 0.5\text{fm}/c$, 对应 QGP
- ▲ $r_0 = 7.0\text{fm}$, $\tau_0 = 0.5\text{fm}/c$, 对应强子气

结出来的比例较大,带有更多的流体横向膨胀的贡献,所以 $\langle p_T \rangle$ 大些。 τ_0 小的流体,流体演化开始得早,体系冷却到 T_f 的时间从体系温度分布的演化结果来看也短些。所以 $\langle p_T \rangle$ 中流体横向膨胀运动的贡献比较小。 $\langle p_T \rangle$ 也就相应减小。

四、结 论

本文以蒙特卡罗计算 $SU(3)$ 群格点规范理论得到的能密曲线作为状态方程,用流体力学模型定量研究了 QGP 的 $\langle p_T \rangle$ 分布,并与不考虑 QGP 相变的强子气的结果和 JACEE 实验组的观察结果作了比较,发现在小 E_i 处,三者是一致,不能区分是否有 QGP 的形成。在大 E_i 处,由 QGP 和强子气演化而来的 $\langle p_T \rangle$ 都随 E_i 增加,但也都没有出现 JACEE 数据显示的剧增。并且发现考虑 QGP 形成的情形,相同 E_i 处的 $\langle p_T \rangle$ 反而比不考虑 QGP 形成得到的 $\langle p_T \rangle$ 还要小。所以, JACEE 实验中看到的大 E_i 处 $\langle p_T \rangle$ 异常剧增不可能是 QGP 的流体运动引起的。分析其原因,主要在于 QGP 在相同的能量密度下,温度比强子气低得多。

为了考察 $\langle p_T \rangle$ 分布对初始参数的依赖性,本文还给出了不同参数下的 $\langle p_T \rangle$ 计算结果,分析了初始参数对 $\langle p_T \rangle$ 分布的影响。发现初始参数的变动,不改变 $\langle p_T \rangle$ 分布的基本特征,不会使 $\langle p_T \rangle$ 出现观察到的那种大 E_i 区的剧增。

为了解释 JACEE 数据,我们有必要寻找其它机制,而这方面的工作正在进行之中。作者衷心感谢朱伟先生对本工作的指导帮助。

参 考 文 献

- [1] K. Kajantie, R. Raitio, and P. V. Ruuskanen, *Nucl. Phys.*, **B222**(1983), 152.
- [2] D. Bjorken, *Phys. Rev.*, **D27**(1983), 140.
- [3] K. Kajantie, H. I. Miettinen, *Z. Phys.*, **C9**(1981), 341.
- [4] L. P. Csernai, *Phys. Rev.*, **D29**(1984), 1945.
- [5] A. Breakstone et al., *Phys. Lett.*, **115B**(1982), 64.
- [6] T. H. Burnett et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 2062.
- [7] L. Van Hove, *Phys. Lett.*, **118B**(1982), 138.
- [8] J. Kapusta, S. Pratt, L. McLerran, and H. von Gersdorff, *Phys. Lett.*, **163B**(1985), 253.
- [9] H. von Gersdorff, L. McLerran, M. Kataja, P. V. Ruuskanen, *Phys. Rev.*, **D34**(1986), 794.
- [10] T. Celik, J. Engels, and H. Satz, *Nucl. Phys.*, **B256**(1985), 670.
- [11] Xin-nian Wang and R. C. Hwa, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 3409.
- [12] J. P. Blaizot, *ACTA PHYSICA POLONICA*, **B18**(1987), 659.
- [13] G. Baym, B. L. Friman, J. P. Blaizot, M. Soyeur, W. Czyz, *Nucl. Phys.*, **A407**(1983), 541.

$\langle p_T \rangle$ Distribution in Ultrarelativistic Nuclear Collisions

QIAN LU

(Physics Department East China Normal University, Shanghai 200062)

ABSTRACT

The distribution of average transverse-momentum $\langle p_T \rangle$ of secondary particles produced in the central region of ultrarelativistic nuclear collisions is studied quantitatively with the hydrodynamic model and is compared with JACEE data. The energy density function in $SU(3)$ gauge theory given by Monte-Carlo Calculation is employed to describe the state of the hot matter after collision. It is found that the abnormal rapid rise of $\langle p_T \rangle$ at high initial energy density region is not from the hydrodynamic motion of quark-gluon plasma. The $\langle p_T \rangle$ distributions with different initial thermal time and initial radius have been discussed in detail, the main character of $\langle p_T \rangle$ distribution does not change with the variation of initial parameters.