

# $^{166-176}\text{Yb}$ 基带转动惯量随中子数变化的微观机制

赵正姬 金太浩

(北京大学物理系, 100871)

## 摘 要

利用推转壳模型(CSM)的粒子数守恒(PNC)处理方法,分析了 $^{166-176}\text{Yb}$  偶偶核基带转动惯量随中子数变化的微观机制. 仔细分析了CSM的PNC波函数的K结构和seniority结构. 低激发高j闯入 $K^\pi = 1^+$ 组态的分布对转动惯量值有决定性影响.

## 一、引 言

转动惯量是表征原子核转动谱性质的一个重要物理量. 通常采用推转壳模型(CSM)来计算变形核的转动惯量<sup>[1]</sup>. 原子核基带转动惯量的观测值只有刚体值的 $1/3-1/2$ <sup>[2]</sup>. 为了说明实验,原子核的对关联及超导性是至关重要的<sup>[3,4]</sup>. 实验表明,偶偶稳定变形核的转动惯量的变化比较有规律. 例如稀土区中部稳定变形核Yb的一系列偶偶同位素的基带转动惯量变化如表1.

表 1

核	$^{166}\text{Yb}$	$^{168}\text{Yb}$	$^{170}\text{Yb}$	$^{172}\text{Yb}$	$^{174}\text{Yb}$	$^{176}\text{Yb}$
$\frac{2\mathcal{J}}{\hbar^2}$ *( $\text{MeV}^{-1}$ )	57.9	67.8	70.8	75.9	78.2	72.8

\* 转动惯量按转动谱的二参数展开公式  $E(I) = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2$  从基带转动谱的实验数据提取 ( $2\mathcal{J}/\hbar^2 = A^{-1}$ ). 转动谱的实验数据取自文献[5].

可以看出,随中子数的增加,转动惯量有较大的起伏. 为了可靠地了解这种变化的微观机制,采用粒子数守恒(PNC)方法是必要的<sup>[6]</sup>, 这样可以克服流行的BCS方法中粒子数不守恒带来的某些缺陷<sup>[7,8]</sup>. 第二节将简要回顾一下CSM的PNC处理方法. 第三节将给出 $^{166-176}\text{Yb}$  偶偶核基带转动惯量的计算结果和讨论,并从PNC波函数的K结构和seniority结构对转动惯量的变化规律给予了定性的说明.

## 二、CSM 的 PNC 处理方法简介

CSM 的特点是把原子核的集体运动和单粒子运动置于同一框架中来加以研究<sup>[9]</sup>. 设

轴对称变形核 (对称轴取为  $z$  轴) 沿  $x$  轴以角频率  $\omega$  匀速推转, 则 CSM Hamilton 量可表为<sup>[10]</sup>

$$H_{\text{CSM}} = H_{\text{sp}} + H_{\text{p}} + H_{\text{C}}, \quad (1)$$

其中  $H_{\text{sp}}$  是单粒子 Hamilton 量,  $H_{\text{p}}$  是对相互作用,  $H_{\text{C}} = -\omega J_x$  是 Coriolis 作用. CSM 本征值问题的 PNC 处理方法的主要特点是: 在一个适当的多粒子组态空间中把  $H_{\text{CSM}}$  对角化. 这个方法对于求  $H_{\text{CSM}}$  的低激发态特别有效, 因为这些低激发态中所含有的重要组态 (例如成份  $> 10^{-3}$ ) 的能量都比较低, 而且数目很有限. 只要采取适当的组态截断, 就能比较容易求出低激发态的足够精确的解. 通常变形核所取的单粒子势 (例如 Nilsson 势) 具有轴对称性和反射对称性. 为便于分析转动惯量变化的微观机制, 组态可取为具有确定的  $N\pi r; K\nu E_i$  的本征态, 其中  $N$  为体系的粒子数,  $\pi$  为宇称,  $r$  是  $R_x(\pi)$  (绕  $x$  轴旋转  $180^\circ$ ) 的本征值,  $K^2$  (约定  $K > 0$ ) 是  $J_x^2$  (角动量  $x$  分量平方) 的本征值,  $\nu$  为 seniority 数 (未配对的粒子数),  $E_i$  是  $H_{\text{sp}}$  的本征值, 即各单粒子能量之和, 它由粒子的填充情况确定. 在这些量子数中  $N\pi r$  是严格的好量子数, 所以  $H_{\text{CSM}}$  的对角化只需在  $N\pi r$  固定的一个子空间中进行. 例如对于本文所要处理的偶偶核基带,  $N = N_0$  (实际核子数),  $\pi = +, r = 1$ , 基带的 PNC 波函数可表为下列组态的迭加

$$|\phi_{N_0, +, 1}\rangle = \sum_{K, \nu, E_i} C_{N_0, +, 1, K, \nu, E_i} |N_0, +, 1; K\nu E_i\rangle \quad (2)$$

$$= \sum_{\lambda} C_{\lambda} |\lambda\rangle, \quad (3)$$

这里把  $K, \nu, E_i$  简记为  $\lambda$ . 在此状态下, 顺排角动量

$$\langle J_x \rangle = \sum_{\lambda, \lambda'} C_{\lambda}^{\dagger} C_{\lambda'} \langle J_x \rangle_{\lambda \lambda'}, \quad (4)$$

从而可以计算出基带的转动惯量

$$\mathcal{J} = \langle J_x \rangle / \omega. \quad (5)$$

当  $\omega = 0$  时,  $K$  和  $\nu$  保持为好量子数, 对力只把  $K, \nu$  相同 (更确切地说, 拆散粒子态相同) 但  $E_i$  不同的组态混起来. 例如偶偶核基态是  $\nu = 0, K^{\pi} = 0^+$ , 但  $E_i$  不同的若干组态的相干迭加, 显然此时  $\langle J_x \rangle = 0$ . 当  $\omega \neq 0$  时,  $K, \nu$  不再是好量子数,  $K > 0, \nu > 0$  的组态将混入基带波函数中. 对于  $\omega$  很小的情况 (例如本文感兴趣的基带带首附近的转动惯量问题), 考虑到  $J_x$  的选择定则 ( $\Delta K = \pm 1, \Delta \nu = 0, \pm 2$ ), 混入基带的主要是  $K^{\pi} = 1^+, \nu = 2$  的各种低激发组态, 因此转动惯量将灵敏地依赖于这些  $K^{\pi} = 1^+$  的对拆散组态的性质及能级位置. 一般说来, 组态能量  $E_i$  较低的  $K^{\pi} = 1^+$  组态在基态中成份 ( $|C_{\lambda}|^2$ ) 较大, 但主要取决于  $K^{\pi} = 1^+$  组态与  $K^{\pi} = 0^+$  组态之间  $J_x$  矩阵元的大小. 我们注意到, 对于两个拆散粒子处于高  $j$  闯入态所形成的  $K^{\pi} = 1^+, \nu = 2$  的组态 (以下简称高  $j$  闯入  $K^{\pi} = 1^+$  组态), 这个矩阵元特别大. 因而这种高  $j$  闯入  $K^{\pi} = 1^+$  组态的数目及位置对转动惯量的大小有举足轻重的影响.

此外, 由于  $J_x$  的选择定则, 对于基带带首附近的 CSM 波函数, 高  $K$  和多粒子拆散 ( $\nu > 2$ ) 的组态影响很小. 具体计算表明, 在基带带首附近  $K > 2$  和  $\nu > 4$  的成份是微不足道的, 所以在计算中采用适当的  $K$  截断和  $\nu$  截断是很有效的. 在以下计算中只考虑  $K \leq 2, \nu \leq 4$  的组态.

## 三、计算结果及分析

## 1. 参数的选取

转动惯量的微观计算中,要涉及单粒子能级的选取。本文采用国际上惯用的变形核单粒子能级的系统学,即 Lund 系统学<sup>[11-13]</sup>。Nilsson 能级中的参数  $\kappa, \mu, \omega_0$  的取法可

表 2

核		<sup>166</sup> Yb	<sup>168</sup> Yb	<sup>170</sup> Yb	<sup>172</sup> Yb	<sup>174</sup> Yb	<sup>176</sup> Yb
(I)	$\varepsilon_2$	0.246	0.255	0.265	0.269	0.266	0.263
	$\varepsilon_4$	0.004	0.014	0.025	0.036	0.048	0.058
	$G_n(\hbar\omega_{0n})$	0.05270	0.05057	0.04545	0.04016	0.04296	0.04712
	$G_p(\hbar\omega_{0p})$	0.06559	0.05994	0.05010	0.05067	0.04615	0.04965
(II)	$\varepsilon_2$	0.252	0.264				0.256
	$\varepsilon_4$	-0.016	0.014				0.048
	$G_n(\hbar\omega_{0n})$	0.05925	0.05068				0.04600
	$G_p(\hbar\omega_{0p})$	0.06343	0.06107				0.05005

表 3

组 态	$\nu$	$K^\pi$	$E_i/\hbar\omega_{0n}$	振 幅
789abc	0	0 <sup>+</sup>	0	0.7490
789abd	0	0 <sup>+</sup>	0.0833	0.4341
789abe	0	0 <sup>+</sup>	0.2580	0.1708
789abf	0	0 <sup>+</sup>	0.3013	0.1515
789acd	0	0 <sup>+</sup>	0.1561	0.3121
789ace	0	0 <sup>+</sup>	0.3307	0.1306
789acf	0	0 <sup>+</sup>	0.3740	0.1180
789ade	0	0 <sup>+</sup>	0.4141	0.0853
789adf*	0	0 <sup>+</sup>	0.4574	0.0773
789bcd	0	0 <sup>+</sup>	0.3922	0.1394
78abcd	0	0 <sup>+</sup>	0.4187	0.1335
79abcd	0	0 <sup>+</sup>	0.4334	0.1291
789ac( $\bar{b}f$ )	2	1 <sup>+</sup>	0.1870	-0.0362
789ad( $\bar{b}f$ )	2	1 <sup>+</sup>	0.2703	-0.0195
78acd( $\bar{e}b$ )	2	1 <sup>+</sup>	0.2864	0.0143
789bc( $\bar{a}e$ )	2	1 <sup>+</sup>	0.2834	-0.0155
89abc( $\bar{7}d$ )	2	1 <sup>+</sup>	0.2504	-0.0155

<sup>172</sup>Yb 中子的基带波函数 ( $\hbar\omega \approx 23.7 \text{ keV}$ )  $E_i^0 = 0.50\hbar\omega_{0n}$  表中 7 $\equiv$ [521]3/2, 8 $\equiv$ [505]11/2, 9 $\equiv$ [642]5/2, a $\equiv$ [523]5/2, b $\equiv$ [633]7/2, c $\equiv$ [521]1/2, d $\equiv$ [512]5/2, e $\equiv$ [514]7/2, [f] $\equiv$ [624]9/2。离开 Fermi 面较远的其它单粒子能级在低激发态中是冻结的,可不必标出。(参见图 1)

参阅文献[11]. 四极和十六极形变参数 ( $\epsilon_2, \epsilon_4$ ) 的值<sup>[12,13]</sup>, 列于表 2(I) 中. 本文绝大多数计算是采用这一组参数. 为更好地说明  $^{166,168,176}\text{Yb}$  基带的转动惯量, 部分计算还采用了略有不同的形变参数 (见表 2 (II)), 并分析了转动惯量如何灵敏地依赖于 Fermi 面附近的单粒子能级的分布.

此外, 转动惯量的计算值还与平均对力强度  $G$  有关. 人们熟知, 随  $G$  增大, 基带转动惯量将单调减小. 平均对力强度  $G$  的取定是很复杂的. 本文根据观测到的原子核奇偶质量差来确定它们<sup>[7]</sup>, 结果列于表 2 中. 当然,  $G$  值与单粒子能级以及所截断的组态空间大小有关. 在不同的截断下, 需要对  $G$  进行重整化. 在本文的计算中, 中子和质子的组态截断能量分别取为  $E_c^* = 0.45\hbar\omega_{0n}$ ,  $E_c^* = 0.50\hbar\omega_{0p}$ . 下面将讨论这种截断下计算结果的精度.

### 2. PNC 波函数精度的分析

下面以  $^{172}\text{Yb}$  中子的基带波函数为例, 分析 PNC 波函数的精度. 表 3 给出了转动角频率  $\omega = 0.003\omega_{0n}$  (即  $\hbar\omega \simeq 23.7\text{keV}$ ) 下基带 PNC 波函数中主要的 (成份  $> 10^{-4}$ ) 组态.

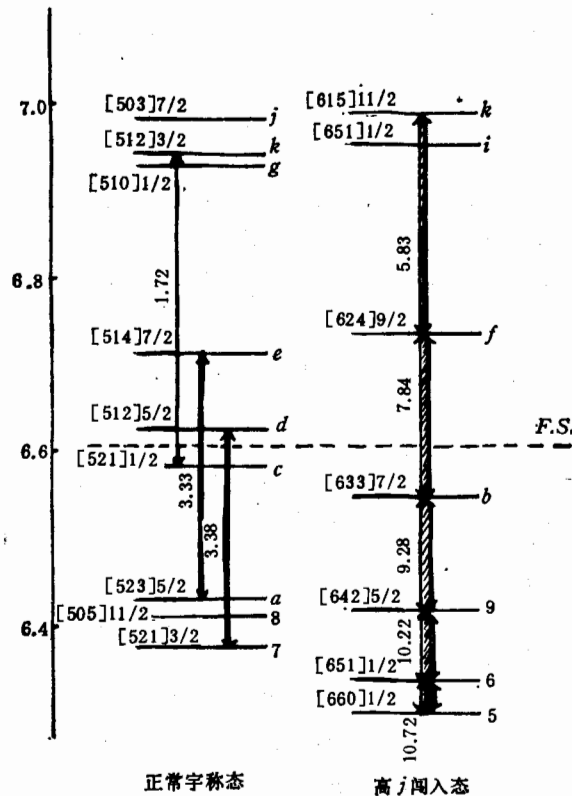


图 1  $^{172}\text{Yb}$  中子 Fermi 面附近的 Nilsson 能级.

当两个拆散中子处于箭头相联的两个单粒子态时, 就形成  $K^\pi = 1^+$  组态. 箭头旁边所示数字是  $J$ , 在两个单粒子态之间的矩阵元的模方.

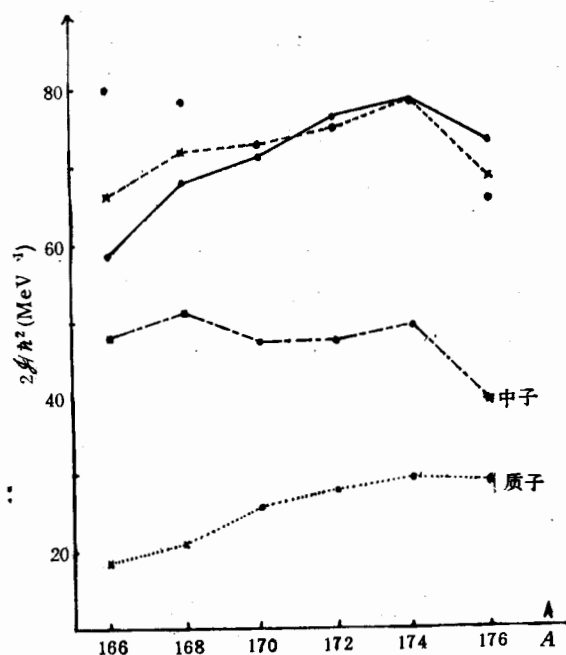


图2  $^{166-176}\text{Yb}$  基带转动惯量计算值与实验值比较

●表示实验值 ○表示用表 2(I) 组形变参数的计算值 ×表示用表 2(II) 组形变参数的计算值

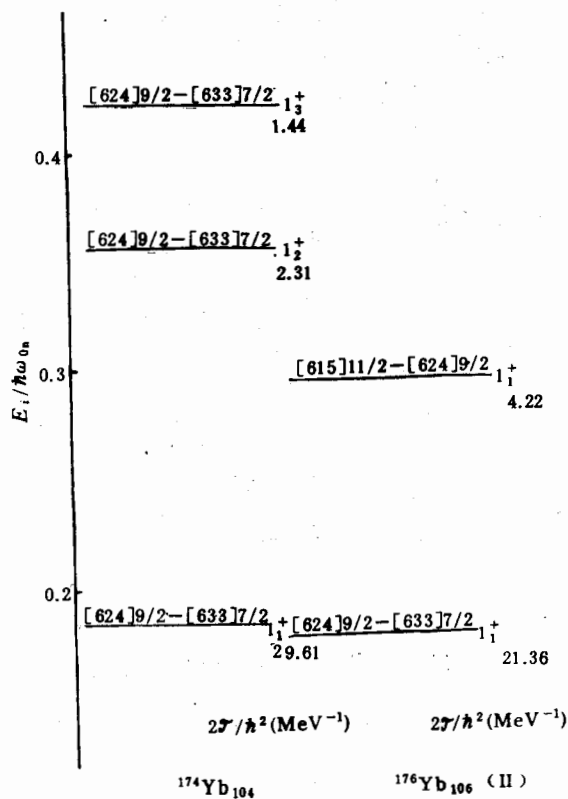


图3  $^{174}\text{Yb}$  和  $^{176}\text{Yb}$  中子的重要的高  $j$  闯入  $K^\pi = 1^+$  组态的分布及它们对基带转动惯量 ( $2J/h^2$ ) 的贡献

由表 3 可以看出

(1) 全部重要的组态能量都低于  $0.45 \hbar\omega_{0n}$ 。在所取的  $\nu \leq 4, K \leq 2$  的组态空间中, 能量  $E_i < 0.45 \hbar\omega_{0n}$  的组态数为 87 个,  $0.45 < E_i / \hbar\omega_{0n} < 0.50$  的组态虽有 43 个, 但只有一个组态所占成份  $> 10^{-4}$  (表 3 中用 \* 标出)。此外这 43 个组态所占成份的总和  $< 0.8\%$ 。这说明在带首附近本文所采用的组态截断能量 ( $E_c^0 = 0.45 \hbar\omega_{0n}$ ) 是足够大的, 所得波函数是足够精确的。

(2) 在基带带首附近,  $\nu \geq 4$  的组态的成份微乎其微, 混进基带的主要是  $\nu = 2, K^\pi = 1^+$  组态, 所以在基带带首附近采用适当的  $K$  截断和  $\nu$  截断是有效的。这样, 即可以使计算大大简化, 而且不会影响计算结果的精度。

(3) 当  $\omega \approx 0$  时, 混入基带的重要的  $K^\pi = 1^+$  组态有下列两种:

(a) 组态能量较低。

(b) 它们与配对组态 ( $\nu = 0, K^\pi = 0^+$ ) 之间的  $J_x$  矩阵元特别大, 其中主要是高  $j$  闯入  $K^\pi = 1^+$  的组态。图 1 给出  $^{172}\text{Yb}$  中子 Fermi 面附近的单粒子能级。从图 1 可以理解表 3 中给出的 5 个  $K^\pi = 1^+$  组态占较大成份的原因(能量较低, 且  $J_x$  矩阵元大)。

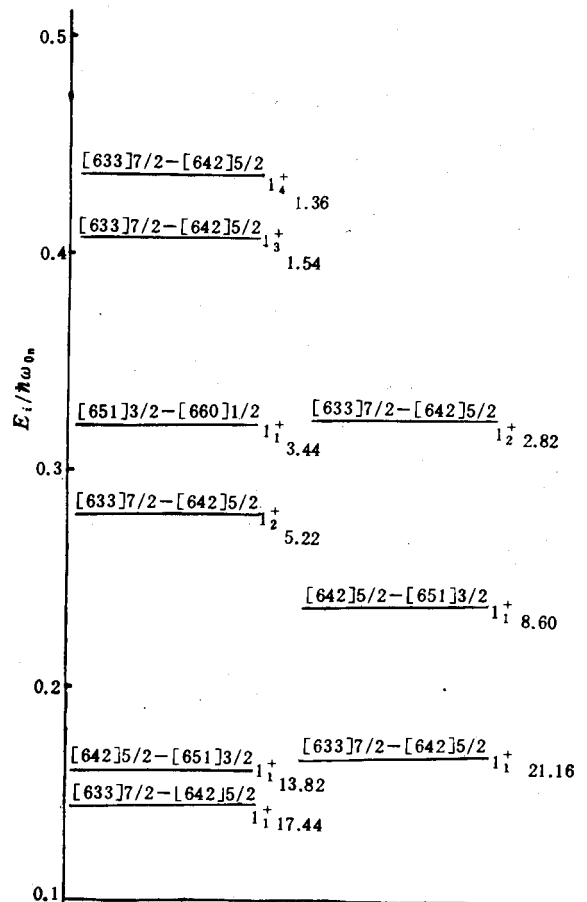


图 4  $^{166}\text{Yb}$  中子形变参数 ( $\varepsilon_2, \varepsilon_4$ ) 取 (I)(II) 两组值时, 高  $j$  闯入  $K^\pi = 1^+$  组态的分布及它们对转动惯量 ( $2J/\hbar^2$ ) 的贡献

### 3. 转动惯量的计算结果与单粒子能级的关系

图2给出了 $^{166-176}\text{Yb}$ 各偶偶核基带转动惯量的计算值与观测值的比较。可以看出,除了 $^{166,168}\text{Yb}$ 之外,按Lund系统学给出的单粒子能级所计算出的结果与观测值比较符合,但 $^{166,168}\text{Yb}$ 计算值则偏大。如适当改变形变参数(表2中第(II)组参数),则计算结果有明显改善。当然,本文主要目的是分析转动惯量变化的微观机制,为此我们就两个问题做稍详细的分析。(1) $^{174}\text{Yb}$ 与 $^{176}\text{Yb}$ 只差两个中子,为什么它们的转动惯量有这样可观的变化。(2) $^{166}\text{Yb}$ 的转动惯量的计算值如何灵敏地依赖于形变参数。

先讨论第一个问题。实验观测表明, $^{174}\text{Yb}$ 与 $^{176}\text{Yb}$ 的 $2\mathcal{J}/\hbar^2$ 有相当可观的差别, $\Delta(2\mathcal{J}/\hbar^2) = 5.4 \text{ MeV}^{-1}$ ,这种差别可以从它们的高 $j$ 闯入 $K^\pi = 1^+$ 组态的分布的差别来说明(图3)。图3只给出了对中子转动惯量有较大贡献的低激发 $K^\pi = 1^+$ 组态及它们对 $2\mathcal{J}/\hbar^2$ 的贡献。 $^{174}\text{Yb}$ 有较多的低激发高 $j$ 闯入 $K^\pi = 1^+$ 组态,它们对 $2\mathcal{J}/\hbar^2$ 的贡献为 $32.50 \text{ MeV}^{-1}$ ,而 $^{176}\text{Yb}$ 只有2个低激发高 $j$ 闯入 $K^\pi = 1^+$ 组态,它们对 $2\mathcal{J}/\hbar^2$ 的贡献为 $25.58 \text{ MeV}^{-1}$ ,二者相差 $6.92 \text{ MeV}^{-1}$ 。因而可以大致说明观测到的差异。这种低激发高 $j$ 闯入 $K^\pi = 1^+$ 组态分布的差别主要是由Fermi面位置不同所造成的。

其次分析第二个问题。对于表2中的两组形变参数, $^{166}\text{Yb}$ 的低激发高 $j$ 闯入 $K^\pi = 1^+$ 组态的分布见图4。在第(II)组形变参数下,有重要贡献的这种 $K^\pi = 1^+$ 组态要少一些,这是由于形变参数改变,使Fermi面附近的高 $j$ 单粒子能级的间距有所增大所致。由图4可以看出,两组单粒子能级下,中子对 $2\mathcal{J}/\hbar^2$ 的贡献相差约 $10 \text{ MeV}^{-1}$ ,因而使第(II)组参数下的计算值更接近于实验值。

当然,实际情况是很复杂的,影响转动惯量的因素还不止这些。但可以相信,如采用更合乎实际的单粒子能级,计算结果还会进一步改进。

## 四、结 论

由以上的分析可以看出

(1) 考虑到Coriolis作用的选择定则( $\Delta K = \pm 1, \Delta \nu = 0, \pm 2$ ),原子核基带转动惯量的主要贡献来自高 $j$ 闯入 $K^\pi = 1^+$ 的对拆散( $\nu = 2$ )组态。这些组态(特别是低激发组态)的分布对转动惯量的大小有决定性影响。而此分布又与原子核Fermi面附近的高 $j$ 闯入能级(稀土区中子为 $i_{13/2}$ ,质子 $h_{11/2}$ )的分布灵敏相关。

(2) 对转动惯量的贡献,中子约占 $2/3$ ,质子约占 $1/3$ 。其原因是中子高 $j$ 闯入态具有更高的角动量,受到Coriolis作用影响更大。这结果与 $g$ 因子的观测值( $-0.3$ )基本一致。

(3) 对于转动惯量随粒子数变化有较大起伏的原子核,采用粒子数守恒处理看来是很必要的。

(4) 决定转动惯量值的因素是多方面的,例如可能需要计及非轴对称变形,八极变形,以及对力强度的细节等。本文只讨论其中一个主要因素,即高 $j$ 闯入 $K^\pi = 1^+$ 组态的分布对它的重要影响。

本文是在曾谨言老师指导下完成的。吴崇试老师在计算程序上给予了热心帮助,在

此表示衷心感谢。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] D. R. Inglis, *Phys. Rev.*, **96**(1954), 1059; **97**(1955), 701.
- [ 2 ] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* vol. 2 (Benjamin, 1975) chap. 4.
- [ 3 ] A. Bohr, B. R. Mottelson and D. Pines, *Phys. Rev.*, **110**(1958), 936.
- [ 4 ] S. G. Nilsson and O. Prior, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **32**, no. 16, (1960).
- [ 5 ] M. Sakai, *At. Data Nucl. Data Tables*, **31**(1984), 399.
- [ 6 ] C. S. Wu and J. Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 1822.
- [ 7 ] J. Y. Zeng and T. S. Cheng, *Nucl. Phys.*, **A405**(1983), 1.
- [ 8 ] C. S. WU and J. Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **C39**(1989), 666.
- [ 9 ] I. Hamamoto, *Treatise on Heavy-Ion Science*, Vol. 3 (1985, Plenum).
- [ 10 ] R. Bengtsson and S. Fraundorf, *Nucl. Phys.*, **A327**(1979), 139.
- [ 11 ] S. G. Nilsson, et al., *Nucl. Phys.*, **A131**(1969), 1.
- [ 12 ] R. Bengtsson, *J. de Phys.*, **41**(1980), C10—84.
- [ 13 ] R. Bengtsson, S. Fraundorf, and F. R. May, *At. Data Nucl. Data Tables*, **35**(1986), 1.

## Microscopic Mechanism of the Variation of the Ground Band Moments of Inertia with Neutron Numbers in $^{166-176}\text{Yb}$

ZHAO ZHENGJI JIN TAIHAO

(Department of Physics, Peking University, Beijing, 100871)

### ABSTRACT

Using the particle-number-conserving (PNC) method, the microscopic mechanism of the variation of the ground band moments of inertia with neutron numbers in  $^{166-176}\text{Yb}$  is investigated in the cranked shell model (CSM). The K-structure and seniority structure of the PNC CSM wave function are analyzed carefully. The distribution of the low-lying high-j intruder pair-broken  $(\nu = 2)k^{\pi} = 1^+$  configurations plays a crucial role for the magnitude of the ground band moments of inertia.