第 16 卷 第 9 期　　高能物理与核物理　　Vol. 16, No. 9
1992 年 9 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Sept., 1992

IBM-II 连续变量表示中的等效哈密顿量

狄 尧 民*
（徐州师范学院物理系，221009）

哈 益 明
（山东农业大学，泰安　271018）

傅 德 基
（中国科学院上海原子核研究所，201800）

摘　　要

本文利用动力学群表示的生成坐标法(DGR-GCM)研究了 IBM-II 连续变量表示的动态部分。文中，将质子、中子自由度变换为两种玻色子做同相运动和反相运动自由度，得出了具有这种模式的等效哈密顿量；并对该哈密顿量特别是系统的平衡点问题作了一些讨论。本工作为进一步求解动态运动方程奠定了基础。

一、引　　言

相互作用玻色子模型 (IBM)[1] 的成功促使人们研究这一核代数模型的几何解释。因此，IBM 的连续变量表示也成为近年来人们感兴趣的问题。

IBM 的本来形式是不区分中子、质子玻色子的(称之为 IBM-I)，但不久即出现了区分这两种玻色子的相互作用玻色子模型 (IBM-II)[2]。IBM-II 不仅能更细致地描述核谱的性质，而且在它的框架下八十年代中期发现的——新的核集体运动模式混合对称态，可以得到较好的解释[3]，在大形变区的混合对称态可以直观地解释为所谓“剪刀差”运动模式。这更激发了人们对 IBM-II 及其几何解释的兴趣。

对于 IBM 与几何模型之间关系的研究，早期的工作大都是关于 IBM-I 的[3-7]，现在关于 IBM-II 的工作也不少[8-12]。但其中许多工作都是在经典近似和半经典近似的情况下进行的。

经过国内外学者的努力，由 Hill 和 Wheeler 首先提出的生成坐标法 (GCM)[13] 已发展成为一种可以从原子核多体问题出发，通过动力学群表示的分析，推导出各种不同模型之间关系的有效手段[14-17]。现在我们利用这种动力学群表示的生成坐标法(DGR-GCM)

本文 1991 年 10 月 18 日收到。
* 该作者在本工作中得到了江苏省教委自然科学基金的资助。

来研究 IBM-II 的连续变量表示,它与其它经典、半经典近似理论的区别在于它是在完全量子力学的框架中进行的. 我们在文献[18]中已对 IBM-II 的集体势能表面(连续变量表示的静态方面)作了一些讨论,目前进行的工作着重于动态方面.本文主要讨论 IBM-II 连续变量表示的等效哈密顿量,而动态运动方程的解将另文讨论.

本文第二节概述了 DGR-GCM 方法. 第三节讨论了从我们选取的相干态出发,由 DGR-GCM 方法导出 IBM-II 等效哈密顿的过程;仿照文献[9],我们将 IBM-II 中的质子、中子自由度转换成二种玻色子作同相运动和反相运动自由度,给出了具有这种模式的等效哈密顿量. 第四节进一步讨论这一哈密顿量和平衡点的位置问题.

二、DGR-GCM 方法

按照 DGR-GCM 理论,核集体运动空间的态矢量可以写成

$$|\phi\rangle = \int f(\alpha')|\alpha'\rangle d\alpha', \tag{1}$$

其中

$$|\alpha'\rangle = \exp(\alpha' \cdot K^\dagger)|\phi_0\rangle, \tag{2}$$

这里 α' 为连续变量,称之为生成坐标,$K^\dagger$ 是集体动力学群生成元,$|\alpha'\rangle$ 为相干态,归一化的相干态为

$$|\alpha\rangle = \frac{|\alpha'\rangle}{\langle\alpha'|\alpha'\rangle^{1/2}}. \tag{3}$$

设原子核的集体运动的 Schrödinger 方程为

$$H|\phi\rangle = E|\phi\rangle, \tag{4}$$

则可引入H的 Dyson 表示 $\mathscr{H}^{(D)}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)$和模算子 $\mathscr{N}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)$

$$\mathscr{H}^{(D)}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)f(\alpha) = \int \langle\alpha|H|\beta\rangle f(\beta)d\beta, \tag{5}$$

$$\mathscr{N}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)f(\alpha) = \int \langle\alpha|\beta\rangle f(\beta)d\beta. \tag{6}$$

则等效的 Shrödinger 方程为

$$H^{(HP)}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)F(\alpha) = EF(\alpha), \tag{7}$$

其中

$$H^{(HP)}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right) = \mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)\mathscr{H}^{(D)}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)\mathscr{N}^{\frac{1}{2}}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right), \tag{8}$$

$$F(\alpha) = \mathscr{N}^{\frac{1}{2}}\left(\alpha,\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)f(\alpha), \tag{9}$$

$H^{(HP)}$ 称之为H的 Holstein-Primakoff 表示. 由此可见,选取了适当的相干态,即可获得连续变量表示中的等效哈密顿量 $H^{(HP)}$.

三、IBM-II 的等效哈密顿量

在 IBM-II 中，哈密顿量具有如下形式：

$$H = H_n + H_p + H_{np}, \tag{10}$$

在最一般形式中，它具有 30 个实参数，如仅考虑系统的激发能，也有 21 个独立参数。但最常用的是如下“标准形式”的哈密顿[20]

$$H = \varepsilon_n \hat{n}_{d_n} + \varepsilon_p \hat{n}_{d_p} + \kappa \hat{Q}_n \cdot \hat{Q}_p + M, \tag{11}$$

其中

$$Q_\rho = (s_\rho^+ \tilde{d}_\rho + d_\rho^+ s_\rho) + x_\rho [d_\rho^+ \tilde{d}_\rho]^{(2)}, \quad \rho = n、p \tag{12}$$

为四极算符，

$$M = \xi_2 (s_n^+ d_p^+ + d_n^+ s_p^+)^{(2)} \cdot (s_n \tilde{d}_p - \tilde{d}_n s_p)^{(2)} - 2 \sum_{K=1,3} \xi_K (d_n^+ d_p^+)^{(K)} \cdot (\tilde{d}_n \tilde{d}_p)^{(K)} \tag{13}$$

为 Majorana 算子，$\hat{n}_\rho (\rho = n、p)$ 为 d 玻色子数算符，d_ρ^+、s_ρ^+ 和 d_ρ、s_ρ 分别为 d、s 玻色子的产生算符和湮灭算符，并有 $\tilde{d}_{\rho\mu} = (-1)^\mu d_{\rho-\mu}$。为了简便起见，本文主要讨论“标准形式”的哈密顿，并设 $\varepsilon_n = \varepsilon_p = \varepsilon$。

与讨论静态时相同，我们采用如下形式的相干态

$$\langle \alpha | = \langle \phi_0 | \exp\left(\sum_{\rho\mu} \alpha_{\rho\mu} d_{\rho\mu} s_\rho^+ \right), \tag{14}$$

$$|\phi_0\rangle = \prod_\rho (N_\rho !)^{-\frac{1}{2}} (s_\rho^+)^{N_\rho} |0\rangle, \quad \rho = n、p \tag{15}$$

这里 N_ρ 为玻色子数，$\mu = 0, \pm 1, \pm 2$，生成坐标 $\alpha_{\rho\mu}$ 为连续变量，可通过它与几何模型相联系。$\alpha_{\rho\mu}$ 通常为复数，且满足 $\alpha_{\rho\mu}^* = (-1)^\mu \alpha_{\rho-\mu}$。如果我们选取适当的坐标系，使系统具有变换

$$S_c = \{R_x(\pi), TR_y(\pi), TR_z(\pi), E\} \tag{16}$$

的不变性，则 $\alpha_{\rho\mu}$ 为实数[21]。上式中 $R_x(\pi)$ 表示绕 x 轴转过 π 角，T 表示时间反演，而 E 为恒等变换。当核作推转运动时，我们选取垂直于中子、质子椭球的轴线的轴为 x 轴，这时系统均具有 S_c 变换下的不变性，$\alpha_{\rho\mu}$ 为实数。更一般的讨论可以参阅文献[15]中的附录。因此在下面的讨论中可以将 $\alpha_{\rho\mu}$ 看作实数。

我们进一步引入如下变换

$$\begin{cases} \alpha_{n\mu} = \alpha_\mu^d + \sqrt{\dfrac{N_p}{N_n}} \alpha_\mu^q, & (17a) \\ \alpha_{p\mu} = \alpha_\mu^d - \sqrt{\dfrac{N_n}{N_p}} \alpha_\mu^q, & (17b) \end{cases}$$

这里上标 d、q 分别表示质子和中子玻色子作同相运动和反相运动的自由度。

另外，可将矩阵元$\langle \alpha | H | \beta \rangle$写成两个因子的乘积[15]

$$\langle \alpha | H | \beta \rangle = \langle \alpha | H | \beta \rangle_L \langle \alpha | \beta \rangle. \tag{18}$$

矩阵元 $\langle\alpha|H|\beta\rangle$ 的计算我们已在文献[18]的附录中作了讨论。

再作变换

$$\begin{cases}\alpha = x + \frac{1}{2}y, & (19a)\\ \beta = x - \frac{1}{2}y, & (19b)\end{cases}$$

并将 $\langle\alpha|H|\beta\rangle_L$ 和 $\langle\alpha|\beta\rangle$ 在 x 点对 y 展开，考虑到低激发态，y 为小量，展开到二阶为止。这相当于作低速近似[16]。这时有

$$\langle\alpha|H|\beta\rangle_L = \mathring{H}(x) + \frac{1}{8}H^{(2)}_{mn}(x,d)y^d_m y^d_n + \frac{1}{8}H^{(2)}_{mn}(x,q)y^q_m y^q_n \quad (\text{重复指标表示求和}), \tag{20}$$

$$\frac{\langle\alpha|\beta\rangle}{(\langle\alpha|\alpha\rangle\langle\beta|\beta\rangle)^{1/2}} = \exp\left\{-\frac{1}{2}C_{\mu\nu}(\mathring{x})(y^d_\mu y^d_\nu + y^q_\mu y^q_\nu)\right\}(\text{重复指标表示求和}). \tag{21}$$

将上述展开式代入(5)、(6)式，按上节的方法进行一系列的推算，即可得到 IBM-II 具有“剪刀差”模式的等效哈密顿量.

$$\begin{aligned}H^{(\mathrm{HP})} = {}& \mathring{H}(x) - \frac{1}{8}(C^{-1})_{\mu\rho}\frac{\partial^2\mathring{H}(x)}{\partial x^d_\mu\partial x^d_\rho} - \frac{1}{8}(C^{-1})_{\mu\rho}\frac{\partial^2\mathring{H}(x)}{\partial x^q_\mu\partial x^q_\rho}\\ &+ \frac{1}{8}(C^{-1})_{\mu\rho}H^{(2)}_{\mu\rho}(x,d) + \frac{1}{8}(C^{-1})_{\mu\rho}H^{(2)}_{\mu\rho}(x,q)\\ &+ \frac{1}{8}\frac{\partial}{\partial x^d_\mu}(C^{-1})_{\mu\rho}H^{(2)}_{\rho\sigma}(x,d)(C^{-1})_{\sigma\lambda}\frac{\partial}{\partial x^d_\lambda}\\ &+ \frac{1}{8}\frac{\partial}{\partial x^q_\mu}(C^{-1})_{\mu\rho}H^{(2)}_{\rho\sigma}(x,q)(C^{-1})_{\sigma\lambda}\frac{\partial}{\partial x^q_\lambda}.\end{aligned} \tag{22}$$

(重复指标表示求和)

其中 C^{-1} 为矩阵 C 的逆，其矩阵元为

$$(C^{-1})_{\mu\nu} = \frac{1 + x^d\cdot x^d}{N}(\delta_{\mu\nu} + x^d_\mu x^d_\nu). \tag{23}$$

(22)式中前五项是静态(势能)部分。二至五项为小量，可以解释为动效应对静态部分的影响，$\mathring{H}(x)$ 为其主要部分，其具体表式为

$$\begin{aligned}\mathring{H}(x) = {}& \frac{\varepsilon N_n(x_n\cdot x_n)}{1 + x_n\cdot x_n} + \frac{\varepsilon N_p(x_p\cdot x_p)}{1 + x_p\cdot x_p}\\ &+ \frac{\kappa N_n N_p}{(1 + x_n\cdot x_n)(1 + x_p\cdot x_p)}[4x_n\cdot x_p + 2\chi_p(x_n\cdot[x_p,x_p]^{(2)})\\ &+ 2\chi_n([x_n,x_n]^{(2)}\cdot x_p) + \chi_n\chi_p([x_n,x_n]^{(2)}\cdot[x_p,x_p]^{(2)})]\\ &+ \frac{\xi_2 N_n N_p(x_n - x_p)\cdot(x_n - x_p)}{(1 + x_n\cdot x_n)(1 + x_p\cdot x_p)}\\ &- 2\sum_{l=1,3}\xi_l\frac{N_n N_p[x_n,x_p]^{(l)}\cdot[\tilde{x}_n,\tilde{x}_p]^{(l)}}{(1 + x_n\cdot x_n)(1 + x_p\cdot x_p)}.\end{aligned} \tag{24}$$

最后两项为动能，第四项为同相运动动能，第五项为反相运动动能。其中 $H^{(2)}_{\rho\sigma}(x,\ d)$ 和

$H_{\rho\sigma}^{(2)}(x,q)$ 的具体表式为

$$H_{\rho\sigma}^{(2)}(x,d)=H^{(2)}(x,d)\delta_{\rho\sigma}+\mathscr{H}_{\rho\sigma}^{(2)}(x,d), \tag{25}$$

$$H_{\rho\sigma}^{(2)}(x,q)=H^{(2)}(x,q)\delta_{\rho\sigma}+\mathscr{H}_{\rho\sigma}^{(2)}(x,q). \tag{26}$$

其中

$$\begin{aligned}H^{(2)}(x,d)=&\frac{-2\varepsilon N}{(1+x^d\cdot x^d)^2}\\&+\frac{\kappa N_n N_p}{(1+x^d\cdot x^d)^3}\{16(x^d\cdot x^d)+8(\chi_n+\chi_p)([x^d,x^d]^{(2)}\cdot x^d)\\&+4\chi_n\chi_p([x^d,x^d]^{(2)}\cdot[x^d,x^d]^{(2)})\},\end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_{\rho\sigma}^{(2)}(x,d)=&\frac{-4N_nN_p\kappa}{(1+x^d\cdot x^d)^2}\\&\cdot\{(\chi_n+\chi_p)\langle 2\rho 2\sigma|2(\rho+\sigma)\rangle(-1)^{\rho+\sigma}x^d_{-(\rho+\sigma)}\\&+\chi_n\chi_p\langle 2\rho 2\sigma|2(\rho+\sigma)\rangle(-1)^{\rho+\sigma}[x^d,x^d]^{(2)}_{-(\rho+\sigma)}\};\end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}H^{(2)}(x,q)=&\frac{-2(\xi_2N^2+\varepsilon N)}{(1+x^d\cdot x^d)^2}\\&+\frac{\kappa(N_n^2+N_p^2)}{(1+x^d\cdot x^d)^3}\{8x^d\cdot x^d+4(\chi_n+\chi_p)([x^d,x^d]^{(2)}\cdot x^d)\\&+2\chi_n\chi_p([x^d,x^d]^{(2)}\cdot[x^d,x^d]^{(2)})\},\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_{\rho\sigma}^{(2)}(x,q)=&-\kappa\left\{4(\chi_nN_p^2+\chi_pN_n^2)\frac{(-1)^\gamma\langle 2\rho 2\sigma|2\gamma\rangle x^d_{-\gamma}}{(1+x^d\cdot x^d)^2}\right.\\&\left.+\frac{\frac{1}{2}\chi_n\chi_p(N_n^2+N_p^2)}{(1+x^d\cdot x^d)}(-1)^\gamma\langle 2\rho 2\sigma|2\gamma\rangle[x^d,x^d]^{(2)}_{-\gamma}\right\}.\end{aligned} \tag{30}$$

四、几 点 讨 论

1. 如前所述，$\mathring{H}(x)$ 为势能的主要部分，它可以写成如下形式

$$V(x)\approx\mathring{H}(x)=V_{ob}+V_{qq}+V_M, \tag{31}$$

其中 V_{ob}、V_{qq} 和 V_M 分别表示与(11)式哈密顿中一体项、$Q\cdot Q$ 相互作用项和 Majorana 项相应的势能。

我们可以进一步将 $\mathring{H}(x)$ 中的自由度转换，并考虑到对于低激发态，与同相部分相比反相部分是个小量。这时我们有

$$\begin{aligned}V_{ob}\approx&\frac{\varepsilon N(x^d\cdot x^d)}{1+x^d\cdot x^d}-\frac{2\varepsilon N(x^d\cdot x^q)(x^d\cdot x^q)}{(1+x^d\cdot x^d)^2}\\&+\frac{\varepsilon N(x^q\cdot x^q)}{(1+x^d\cdot x^d)^2},\end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}V_{qq}=&\frac{\kappa N_nN_p}{(1+x_n\cdot x_n)(1+x_p\cdot x_p)}\left\{4[(x^d\cdot x^d)+\frac{N_p-N_n}{\sqrt{N_nN_p}}(x^d\cdot x^q)\right.\\&-(x^q\cdot x^q)]+2(\chi_n+\chi_p)([x^d\cdot x^d]^{(2)}\cdot x^d)\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&-2\left(\chi_n\sqrt{\frac{N_n}{N_p}}-\chi_p\sqrt{\frac{N_p}{N_n}}\right)([x^d,x^d]^{(2)}\cdot x^q)\\
&+4\left(\chi_n\sqrt{\frac{N_p}{N_n}}-\chi_p\sqrt{\frac{N_n}{N_p}}\right)([x^d,x^q]^{(2)}\cdot x^d)\\
&-4(\chi_n+\chi_p)([x^d,x^q]^{(2)}\cdot x^q)\\
&+2\left(\chi_n\frac{N_p}{N_n}+\chi_p\frac{N_n}{N_p}\right)([x^q,x^q]^{(2)}\cdot x^d)\\
&-\left(\chi_n\sqrt{\frac{N_p}{N_n}}+\chi_p\sqrt{\frac{N_n}{N_p}}\right)([x^q,x^q]^{(2)}\cdot x^q)\\
&+\chi_n\chi_p[([x^d,x^d]^{(2)}\cdot[x^d,x^d]^{(2)})\\
&-2\left(\sqrt{\frac{N_n}{N_p}}-\sqrt{\frac{N_p}{N_n}}\right)([x^d,x^d]^{(2)}\cdot[x^d,x^q]^{(2)})\\
&+\left(\frac{N_p}{N_n}+\frac{N_n}{N_p}\right)([x^d,x^d]^{(2)}\cdot[x^q,x^q]^{(2)})\\
&-4([x^d,x^q]^{(2)}\cdot[x^d,x^q]^{(2)})\\
&+2\left(\sqrt{\frac{N_n}{N_p}}-\sqrt{\frac{N_p}{N_n}}\right)([x^d,x^q]^{(2)}\cdot[x^q,x^q]^{(2)})\\
&+([x^q,x^q]^{(2)}\cdot[x^q,x^q]^{(2)})]\Big\},
\end{aligned}
\tag{33}
$$

$$
\begin{aligned}
V_M=&\frac{\xi_2N^2(x^q\cdot x^q)}{(1+x_n\cdot x_n)(1+x_p\cdot x_p)}\\
&+2\sum_{l=1,3}\xi_l\frac{([x^d,x^q]^{(l)}\cdot[x^d,x^q]^{(l)})}{(1+x_n\cdot x_n)(1+x_p\cdot x_p)}.
\end{aligned}
\tag{34}
$$

而

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{(1+x_n\cdot x_n)(1+x_p\cdot x_p)}\approx&\frac{1}{(1+x^d\cdot x^d)^2}\\
\cdot\Bigg[1&-2\left(\sqrt{\frac{N_p}{N_n}}-\sqrt{\frac{N_n}{N_p}}\right)\frac{(x^d\cdot x^q)}{1+x^d\cdot x^d}\\
&-\left(\frac{N_p}{N_n}+\frac{N_n}{N_p}\right)\frac{x^q\cdot x^q}{1+x^d\cdot x^d}+\frac{4(x^d\cdot x^q)(x^d\cdot x^q)}{(1+x^d\cdot x^d)^2}\\
&-2\left(\sqrt{\frac{N_n}{N_p}}-\sqrt{\frac{N_p}{N_n}}\right)\frac{(x^d\cdot x^q)(x^q\cdot x^q)}{(1+x^d\cdot x^d)^2}-\frac{(x^q\cdot x^q)(x^q\cdot x^q)}{(l+x^d\cdot x^d)^2}\Bigg],
\end{aligned}
\tag{35}
$$

这时哈密尔顿可以写成如下形式

$$H=H^d+H^q+H^{dq}. \tag{36}$$

2. Majorana 项在 IBM-II 中起重要作用. 当 $\xi_1=\xi_2=\xi_3=1$ 时,它与 $U_{n+p}(6)$ 群的二次 Casimir 算符之间存在着如下关系[22]

$$M=\frac{1}{2}[N(N+5)-C_2(U_{n+p}(6))]. \tag{37}$$

这里 $N = N_n + N_p$ 为总玻色子数．它能将属于 $U_{n+p}(6)$ 群的不同不可约表示的态区别开来．

由(34)式可见，M 对势能的同相部分 V^d 没有贡献．该式中第一项为反相坐标空间中五维各向同性谐振子势，该势有阻碍质子、中子椭球分离的作用．第二项体现了两种自由度之间的耦合，也具有类似的作用．我们在文献[18]中对一些核素的研究也发现质子、中子平衡点近似相等．因此我们可以认为如下关系式近似成立

$$\mathring{x}^q_\mu = 0, \text{ 即 } \mathring{x}_{n\mu} = \mathring{x}_{p\mu} = \mathring{x}^d_\mu. \tag{38}$$

3. 现在转而讨论系统平衡点的同相坐标．由于势能是标量，不因坐标系的变换而改变其形式．我们将 V^d 转换到内禀坐标系(球张量 x^d 的主轴坐标系)，这时有

$$a^d_{-1} = a^d_1 = 0, \quad a^d_{-2} = a^d_2. \tag{39}$$

如采用形变参量 β、γ，则有

$$a^d_0 = \beta\cos\gamma, \ d^d_2 = \sqrt{\frac{1}{2}}\beta\sin\gamma. \tag{40}$$

V^d 的具体表式为

$$V^d = \frac{(\varepsilon_n N_n + \varepsilon_p N_p)\beta^2}{1+\beta^2} + \frac{\kappa N_n N_p}{(1+\beta^2)^2}\left[4\beta^2 - 2(\chi_n + \chi_p)\sqrt{\frac{2}{7}}\beta^3\cos 3\gamma + \frac{2}{7}\ x_n x_p \beta^4\right]. \tag{41}$$

对上式求极小值，即可得到平衡点的形变参量．一般情形下是轴对称的，即 $\gamma = 0°$ 或 $60°$．但我们可以令 $\gamma = 0°$ 而允许 β 取负值[23]．这时 β 在平衡点的值 $\mathring{\beta}$ 为如下方程的根

$$\kappa N_n N_p(x_n + x_p)\sqrt{\frac{2}{7}}\beta^3 + \left[(\varepsilon_n N_n + \varepsilon_p N_p) + \left(\frac{4}{7}x_n x_p - 4\right)\kappa N_n N_p\right]\beta^2 - 3(x_n + x_p)\kappa N_n N_p\sqrt{\frac{2}{7}}\beta + [(\varepsilon_n N_n + \varepsilon_p N_p) + 4\kappa N_n N_p] = 0 \quad (\mathring{\beta} \neq 0 \text{ 时}). \tag{42}$$

当 $SU(3)$ 极限情形，$\varepsilon_n = \varepsilon_p = 0, x_n = x_p = -\frac{\sqrt{7}}{2}$，这时 $\mathring{\beta} = \sqrt{2}$.

下面即可求解运动方程(22)，其方法步骤和计算结果将另文讨论．

作者对徐躬耦教授的有益讨论表示感谢．

参　考　文　献

[1] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **199**(1976), 253; *Ann. Phys.*, **111**(1978), 201; *Ann. Phys.*, **123**(1979), 468.

[2] A. Arima et al., *Phys. Lett.*, **B66**(1977), 205.

[3] D. Bohle et al., *Phys. Lett.*, **B137**(1984), 27.

[4] J. N. Ginocchio and M. W. Kirson, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 31.

[5] A. E. L. Dieperink and O. Scholten, *Nucl. Phys.*, **A346**(1980), 125.

[6] D. D. Warner and P. F. Casten, *Phys. Rev.*, **C26**(1982), 2090.

[7] A. Levistan, *Phys. Lett.*, **B143**(1984), 189.

[8] A. E. L. Dieperink, *Nucl. Phys.*, **A421**(1984), 189.
[9] A. B. Balantekin and B. R. Barrett, *Phys. Rev.*, **C32**(1985), 288; Erratum **C33**(1986), 1842.
[10] S. Pittel and J. Dukelsky, *Phys. Rev.*, **C32**(1985), 335.
[11] R. Bijker, *Phys. Rev.*, **C32**(1985), 1442.
[12] A. B. Balantekin et al., *Phys. Rev.*, **C34**(1988), 1392.
[13] D. J. Hill and J. A. Wheeler, *Phys. Rev.*, **89**(1953), 1102.
[14] Xu Gongou, Wang Shunjin and Yang Yiatien, *Phys. Rev.*, **C36**(1987), 2085.
[15] Xu Gongou and Yang Yi, *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 1257.
[16] Xu Gongou, Li Fuli and Fu Deji, *Phys. Rev.*, **C43**(1991), 1216.
[17] Xu Gongou, Yang Yi and Fu Deji, *Phys. Rev.*, **C43**(1991), 1236.
[18] Ha Yiming and Fu Deji, *Chin. J. of Nucl. Phys.*, **12**(1990), 151.
[19] N. Loludice and A. Richter, *Phys. Lett.*, **B188**(1989), 291.
[20] T. Otsuka et al., *Phys. Lett.*, **B76**(1978), 139.
[21] H. Schaaser and D. M. Brink, *Nucl. Phys.*, **A452**(1986), 1.
[22] P. V. Isacker et al., *Ann. Phys.*, **171**(1986), 253.
[23] J. M. Eisenberg and W. Greiner, Nuclear Theory. Vol. 1, 2nd ed. (North-Holland, Amsterdam, 1975).

The Effective Hamiltonian With Continuous Variables Representation in IBM-II

Di Yaomin
(*Xuzhou Teachers' College* 221009)

Ha Yiming
(*Shandong Agriculture University* 271018)

Fu Deji
(*Institute of Nuclear Research, Shanghai* 201800)

Abstract

The dynamical aspects of IBM-II in the continuous variables representation are investigated by using the Dynamical Group Representation-Generator. Coordinate Method. The transformation from the degrees of freedom of proton and neutron to those of on-phase and out-of-phase motions is introduced and effective Hamiltonian with this mode is derived. The features of the Hamiltonian. especially the minimum point of the system, are discussed.