

快报

宏观-微观模型

胡济民 安宇

(北京大学技术物理系, 100871)

摘要

用扩展的 Thomas-Fermi (ETF) 方法研究了连续介质模型的微观基础, 建立了与核子间相互作用相联系的宏观模型, 并利用 Skyrme 相互作用势对几个球形核做了验算。

很多核结构的问题可以用宏观模型加上微观修正的方法来处理, 如液滴模型加上壳修正的方法能很好地计算核基态的性质、高自旋态的稳定形变及裂变位垒等, 而且计算比较简便。但是这种模型缺乏微观理论基础, 仅仅依赖于薄壁近似(即假设核密度在中心区接近某一常数值, 在边界上仅有一薄的弥散层)和拟合基态结合能及裂变位垒等决定的参量, 因此它的应用有很大的局限性。

应用核子间等效相互作用唯象势和 Hartree-Fock 近似方法的微观模型, 原则上可以处理各种核结构问题, 但计算过于繁杂。近年来发展起来的扩展的 Thomas-Fermi (ETF)^[1] 方法是建立在微观相互作用基础上的宏观模型, 将其用于 Skyrme 势可以把核体系的能量表示为中子密度 ρ_n 和质子密度 ρ_p 的泛函:

$$E = \int H[\rho_n, \rho_p, \nabla\rho_n, \nabla\rho_p, \Delta\rho_n, \Delta\rho_p] d\mathbf{r}. \quad (1)$$

通过对(1)式的变分极小化, 求得最小能量和相应的密度, 再加上壳修正可以重现 HF 计算的结果。这虽然大大简化了计算程序, 但仍不容易对大量的实验数据做拟合参量的计算, 所以不能替代液滴模型。

几年前我们曾引进了一种建立在能量密度泛函基础上的宏观模型^[2], 或称为连续介质模型, 它不仅能统一地给出核基态的性质, 而且可以计算裂变位垒^[3], 并得到了与实验相符合的结果。但这个模型和液滴模型一样没有与核子间的相互作用联系起来。本文将用 ETF 的近似方法探讨这个宏观模型的微观基础, 从而建立一种宏观-微观模型, 为此在这里简要回顾一下连续介质模型。

根据这个模型, 核体系能量密度泛函可以写成以下三个部分:

$$E = \int \{H_0[\rho_0] + H_c[\rho_0, \rho_n, \rho_p] + H_c[\rho_p]\} d\mathbf{r}, \quad (2)$$

其中 $H_s[\rho_0, \rho_n, \rho_p]$ 是压缩能和非对称能修正部分, $H_c[\rho_p]$ 是库仑能部分, 具体形式为:

$$H_s[\rho_0, \rho_n, \rho_p] = a_J(1 - \Phi)(\rho_n + \rho_p - \rho_0)^2/\rho_0 + a_K(1 - \Phi)(\rho_n - \rho_p)^2/\rho_0, \quad (3)$$

$$H_c[\rho_p] = \frac{1}{2} e^2 \rho_p(\mathbf{r}) \int \frac{\rho_p(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' - \frac{3}{4} e^2 \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \rho_p^{4/3}(\mathbf{r}), \quad (4)$$

其中 ρ_0 是参考密度, Φ 是表面能修正的经验函数, 可取 $\Phi = G|\nabla\rho_0|/\rho_0$, G 是可调参数.

以往 a_J, a_K 和 $H_0[\rho_0]$ 均是唯象处理的, 由于这些量的物理意义明确, 所以很容易与核子间相互作用相联系. 事实上, 我们可以认为(2)式是(1)式的一种简化形式, 经过分析就可以知道 $H_0[\rho_0]$ 应该表示中子数和质子数相等, 且没有库仑相互作用的对称核的能量密度泛函. 于是, 对于 Skyrme 相互作用势, 我们有:

$$H_0[\rho_0] = \frac{\hbar^2}{2m} f\tau + \frac{3}{8} t_0 \rho_0^2 + \frac{1}{16} t_3 \rho_0^{2+\alpha} + \frac{1}{16} \left[\frac{9}{4} t_1 - \left(\frac{5}{4} + x_2 \right) t_2 \right] (\nabla\rho_0)^2 + \mathbf{W} \cdot \mathbf{J}. \quad (5)$$

这里 $f = 1 + \beta\rho_0$ 是有效质量系数, τ 是动能密度, \mathbf{J} 是自旋-轨道密度, 根据 Wigner-Kirkwood 展开近似, 可以将 τ 和 \mathbf{J} 按 \hbar^2 级展开成密度泛函, $\tau = \tau_{TF} + \tau_2 + \tau_4$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}_2 + \mathbf{J}_4$, 其中 τ_{TF} 是 Thomas-Fermi 近似项, $\tau_{TF} = K\rho_0^{5/3}$, K 是常数, τ_2 和 \mathbf{J}_2 是 \hbar^2 级近似项, 它们的具体形式为:

$$\tau_2 = \frac{1}{36} \frac{(\nabla\rho_0)^2}{\rho_0} + \frac{1}{3} \Delta\rho_0 + \frac{1}{6} \frac{(\nabla\rho_0 \cdot \nabla f)}{f} + \frac{1}{6} \rho_0 \frac{\Delta f}{f} - \frac{1}{12} \rho_0 \left(\frac{\nabla f}{f} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^2 \rho_0 \left(\frac{\mathbf{W}}{f} \right)^2, \quad (6)$$

$$\mathbf{J}_2 = - \frac{2m}{\hbar^2} \frac{\rho_0}{f} \mathbf{W}, \quad (7)$$

其中 \mathbf{W} 是自旋-轨道耦合势, $\mathbf{W} = \frac{3}{4} W_0 \nabla\rho_0$, 以上表示中的 $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \alpha, W_0$ 都是 Skyrme 势参量, β 可以用这些参量计算. τ_4 和 \mathbf{J}_4 是 \hbar^4 级近似项, 因为表示繁杂^[4], 这里不再复述. 另外, a_K 对应无限对称核物质的压缩系数 K_∞ 比 18, a_J 则对应非对称系数 J , 它们都可以用上述 Skyrme 势参量直接算出, 这样原来的宏观模型就与核子间相互作用联系起来, 计算时只要在 $\int \rho_n d\mathbf{r} = N, \int \rho_p d\mathbf{r} = z$ 的约束下, 对(2)式取变分极小, 即 $\delta E = 0$, 就可以得到能量及相应的密度分布, 这就是我们的宏观-微观模型.

我们采用 SKM*^[1] 和 T6^[5] 版本的 Skyrme 势参量, 对几个球形核的基态性质做了初步验算, 并与相应势参量下的 ETF 结果做了比较. 为了使计算简单化, 我们取 $\rho_0 = \rho_\infty / \{1 + \exp[(r - R)/a]\}$. ρ_∞ 是无限对称核密度, 可以用 Skyrme 势参量计算出来, 这里的 a 和 Φ 中的 G 对所有的核取同一值. 对于 \hbar^2 级展开项有效质量系数取 1, 即令(6)

式和(7)式中 $f = 1$, 对于 h^1 级近似项则忽略所有与自旋-轨道耦合相关的项, 且所有 $f = 1$, 根据文献[6]的分析, 这是合理的近似。

表 1 是与 SKM* 的 ETF 能量做比较, 表 2 是与 SKM* 的 ETF 核电荷均方根半径及中子皮做比较, 表 3 是与 T6 的 ETF 能量(任选几个核)做比较。因为这是初步验算, 所以我们选定的参数 a 和 G 不是最佳值, 又因忽略了自旋-轨道耦合项中 h^1 级展开项, 所以结果有些偏差, 个别核的偏差甚至不小, 如表 3 中两个核的能量与我们的结果相比相差 8MeV 左右, 表 2 中最后两个核的中子皮厚度与我们的结果相差 0.06fm 和 0.1 fm, 但总的趋势大体符合很好, 可以说基本再现了 ETF 的计算结果。

表 1 SKM* 势计算球形核结合能 (MeV)

核	^{40}Ca	^{58}Ni	^{116}Sn	^{124}Sn	^{208}Pb
ETF	329.8	491.6	976.3	1036.8	1608.7
本文	330.5	493.4	980.1	1037.7	1610.7

$a = 0.5\text{fm}$, $G = 0.74$.

表 2 SKM* 势计算均方根电荷半径 $r_c(\text{fm})$ 与中子皮 $t(\text{fm})$

核	^{16}O	^{40}Ca	^{48}Ca	^{58}Ni	^{90}Zr	^{114}Sn	^{132}Sn	^{140}Ce	^{208}Pb
$r_c(\text{ETF})$	2.78	3.47	3.54	3.81	4.29	4.61	4.75	4.89	5.53
$r_c(\text{本文})$	2.77	3.48	3.56	3.82	4.32	4.64	4.77	4.91	5.55
$t(\text{ETF})$	-0.03	-0.05	0.16	-0.06	0.05	0.08	0.23	0.13	0.17
$t(\text{本文})$	-0.02	-0.04	0.11	-0.05	0.03	0.06	0.24	0.07	0.07

a 和 G 与表 1 中相同。

表 3 T6 势计算球形核结合能 (MeV)

z	A	ETF	本文	z	A	ETF	本文
20	36	279.0	279.0	50	97	775.7	778.8
	48	411.4	411.1		132	1089.1	1087.2
28	52	419.5	420.4	82	210	1634.6	1636.0
	68	590.5	590.4		218	1672.2	1670.6
40	77	629.4	631.6	100	227	1682.3	1690.7
	100	856.6	856.5		259	1913.2	1914.5
	107	888.6	885.7		267	1950.1	1948.3

$a = 0.45\text{fm}$, $G = 0.72$.

我们建立的宏观-微观模型是对 ETF 方法的很好近似, 而且计算大大简化。有关这个模型对高自旋态及裂变态的研究正在进行中。

本工作得到国家教委博士点基金支持。

参 考 文 献

- [1] M. Brack, C. Guet, H. B. Hakansson, *Phys. Rep.*, **123** (1985), 225.
- [2] 胡济民, 郑春开, 原子核物理, **7**(1985), 1.
- [3] 陈信义, 胡济民, 高能物理与核物理, **15**(1991), 279.
- [4] B. Grammaticos, A. Voros, *Ann. Phys.*, **129** (1980), 279.
- [5] A. K. Dutta, J. P. Arcoragi, R. Behrman, M. Farine. *Nucl. Phys.*, **A454** (1986), 374.
- [6] M. Centelles, M. Pi, X. Vinas, F. Garcias, M. Barranco, *Nucl. Phys.*, **A510** (1990), 357.

Nuclear Macro-Microscopic Model

HU JIMIN AN YU

(Department of Technical Physics, Beijing University, 100871)

ABSTRACT

The extended Thomas-Fermi Approximation (ETF) is applied to study the microscopic foundation of the continuous medium model of the nucleus and macroscopic model based on nucleon-nucleon interaction is obtained. With Skyrme forces, it has been studied that the model reproduces the results of ETF calculations quite well.