第17卷 第3期 高能物理与核物理 Vol. 17, No. 3
1993年3月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Mar., 1993

$SU(23)$ 大统一模型

陈凤至[1)]

(安徽师范大学物理系，安徽芜湖 241000)

摘要

本文构造了一个 $SU(23)$ 大统一模型，并以中间统一标度 M_A 为输入计算了大统一标度 M_G 的一些可能的值. 在本模型中，重子数 B 在规范场和 Higgs 部分均守恒，因此并无质子衰变发生. 我们还对能量在 M_A 处的规范玻色子按规范群 $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_Y$ 进行了分类.

多年以来，强、弱和电磁力的统一是基本粒子研究的主要目标之一. 大统一理论(GUT's)在定性上甚至某种程度在定量上取得了成功，但完全现实的大统一理论并不存在. 因此，新的想法或对旧想法的新思考总是受到欢迎的. Frampton 等人[1]最近提出一个基于 $SU(15)$ 的大统一模型. 这个模型有一些令人感兴趣的特点，如在规范场和 Higgs 部分均无质子衰变，在 TeV 能区的 Møller 散射会出现奇异共振态等等.

另一方面，早在七十年代初期就已提出了基于 $SU(3)_L \times U(1)$ 的弱电统一模型[2,3]. 出于种种考虑，这种模型最近又重新受到人们的重视[4,5]. 因此，按文献[1]的新方法将它与 $SU(3)_C$ 强作用统一起来是很有意义的. 我们发现，它们可以在 $SU(23)$ 规范群的基础上加以统一.

本文的安排如下. 在节一我们介绍一种特定的 $SU(3)_L \times U(1)$ 模型. 在节二我们给出 $SU(23)$GUT 的破缺方式，并以 M_A 为输入，利用重态化群(RG)方程计算大统一能标 M_G 的一些可能的值. 最后，在节三中我们研究能量在 M_A 处的规范玻色子的分类，并给出几点说明.

一

由于存在多种 $SU(3)_L \times U(1)$ 弱电统一模型，为确定起见，我们介绍一种特定的 $SU(3)_L \times U(1)$ 模型. 该模型的费米子内容已总结于表 1. 现将与群 $SU(3)_L$ 的生成元 $T^i = \frac{1}{2}\lambda^i (i = 1—8)$ 对应的规范场记作 W^i_μ，与群 $U(1)$ 对应的规范场记作 B_μ. 在对称自发破缺后，W^8_μ 和 B_μ 混合形成光子场 A_μ 和中性玻色子场 Z_μ(相当于标准模型中

本文1991年10月26日收到.

1) 现已调入浙江大学物理系.

的 Z 粒子). 模型中还有一个更重的中性玻色子,记作 Z′.

我们将电荷算符选为

$$Q=\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8+Y, \tag{1}$$

式中 λ_8 是第二个对角的 Gell-mann 矩阵, Y 是弱超荷.

为了赋予规范玻色子以质量,我们引入三个 Higgs 三重态 ξ, η 和 ζ, 并假定在对称自发破缺后,它们取如下的真空期望值:

$$\langle\xi\rangle=\begin{pmatrix}v_1\\0\\0\end{pmatrix},\ \langle\eta\rangle=\begin{pmatrix}0\\v_2\\0\end{pmatrix},\ \langle\zeta\rangle=\begin{pmatrix}0\\0\\v_3\end{pmatrix},$$

式中 v_1, v_2 和 v_3 是具有质量量纲的参量. 按照通用的方法,我们求得: 光子场仍无质量, Z 粒子获得质量 $m_Z\sim v_3$(假定 $v_3\sim v_1$), Z′ 粒子获得质量 $m_{Z'}\sim v_2$ (假定 $v_2\gg v_1$).

在下一节中,我们要用到 α_{3c}, α_{3L} 和 α_{1Y} 在 $m_{Z'}\sim v_2$ 处的值. 它们可借助 RG 方程由已知的值[6] $\alpha_{3c}^{-1}(m_W)=9.35$, $\alpha_{2L}^{-1}(m_W)=29.1$ 和 $\alpha^{-1}(m_W)=128$ 算得. 计算结果为 (假定 $m_{Z'}\sim v_2\sim 500$GeV) $\alpha_{3c}^{-1}(m_{Z'})=11.39$, $\alpha_{3L}^{-1}(m_{Z'})=126.8$, $\alpha_{1Y}(m_{Z'})=86.7$.

表 1 模型的费米子内容

粒　子	$SU(3)$	$U(1)$
轻子三重态 $\psi_L=\begin{pmatrix}\nu\\N\\e\end{pmatrix}_L$	3	$-\frac{1}{3}$
轻子单态 e_R, N_R	1	$-1, 0$
夸克三重态 $Q_L=\begin{pmatrix}u\\p\\d\end{pmatrix}_L$	3	$+\frac{1}{3}$
夸克单态 u_R, p_R, d_R	1	$\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$

二

我们的大统一模型以 $SU(23)$ 为规范群. 基本费米子 (为简单起见, 仅考虑一代) 被赋予 $SU(23)$ 的 $\underline{23}$ 表示. 为确定填充方式,我们需要知道 $SU(23)$ 群是怎样破缺的. 在能量远高于大统一标度 M_G 处, $SU(23)$ 对称是精确的. 在 M_G 处,它破缺为 $SU(18)_q\times SU(5)_l$. 相应地, $SU(23)$ 的 $\underline{23}$ 表示分解为 $(\underline{18},\underline{1})+(\underline{1},\underline{5})$, 在一个稍低于 M_G 的质量标度 M_B 处,群 $SU(18)_q$ 破缺为 $SU(9)_L\times SU(9)_R\times U(1)'_h$, 而 $SU(18)_q$ 的 $\underline{18}$ 表示分解为 $(\underline{9},\underline{1})_{+h}+(\underline{1},\underline{\bar{9}})_{-h}$. 在另一低于 M_B 的质量标度 M_A 处,规范对称破缺为 $SU(3)_c\times SU(3)_L\times U(1)_Y$. $SU(3)_c$ 嵌入 $SU(9)_L\times SU(9)_R$ 的方式是 $(\underline{3}+\underline{3}+\underline{3},\underline{1})+(\underline{1},\underline{\bar{3}}+\underline{\bar{3}}+\underline{\bar{3}})$. $SU(3)_L$ 嵌入 $SU(9)_L\times SU(5)_l$ 的方式是 $\underline{9}_L=3(\underline{3})_L$ 和 $\underline{5}_l=\underline{3}_L+\underline{1}_L+\underline{1}_L$. 最后,在比 M_A 低得多的标度 m_w 处, 规范对称破缺为 $SU(3)_c\times U(1)_Q$. 总之, 规范对称的破缺方式如下:

$$
\begin{aligned}
SU(23) &\xrightarrow{M_G} SU(18)_q \times SU(5)_l \\
&\xrightarrow{M_B} SU(9)_L \times SU(9)_R \times U(1)'_h \times SU(5)_l \\
&\xrightarrow{M_A} SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_Y \\
&\xrightarrow{M_W} SU(3)_c \times U(1)_Q,
\end{aligned} \tag{2}
$$

为确定填充方式，我们还需要知道 $U(1)_Y$ 群的生成元 Y. 它由以下公式给出

$$
= \Lambda + h - \sqrt{\frac{2}{3}}\mathscr{Y}, \tag{3}
$$

式中 Λ, h 和 $\mathscr{Y}$ 分别为 $SU(9)_R$, $U(1)'_h$ 和 $SU(5)_l$ 的生成元，其明显表达式由下式给出

$$
\Lambda = \frac{1}{3}\,\mathrm{diag}(000000000, -1-1-1-1-1-1+2+2+2, 00000),
$$

$$
h = \mathrm{diag}\Big(\frac{1}{3}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{3},\ -\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}
-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}, 00000\Big),
$$

$$
\mathscr{Y} = \sqrt{\frac{1}{6}}\,\mathrm{diag}(000000000, 000000000, 111-30).
$$

利用(1),(3)两式可算出 $\underline{23}$ 表示中各态的电荷. 再根据各态在 $SU(3)_c$ 和 $SU(3)_L$ 下的变换方式，我们求得

$$
\underline{23}_L = (u_1u_2u_3p_1p_2p_3d_1d_2d_3\ \bar{u}_1\bar{u}_2\bar{u}_3\ \bar{p}_1\bar{p}_2\bar{p}_3\bar{d}_1\bar{d}_2\bar{d}_3\nu N e e^+ \bar{N})_L.
$$

为了实现由(2)式给出的破缺方式，我们需要以下的 Higgs 多重态. 在标度 M_G 处，一个 $\underline{528}$ 表示和一个 $\underline{23}$ 表示，在标度 M_B 处，一个 $\underline{528}$ 表示. 在标度 M_A 处，另外 16 个 $\underline{23}$ 表示. 为了实现在 m_W 处的破缺和赋予费米子质量，我们需要 Higgs 场的 $\underline{276}$ 表示，它给出对称的质量矩阵. 也可选择添加 Higgs 场的 $\underline{253}$ 表示，它给出反对称的质量矩阵.

现在我们以 M_A 为输入利用 RG 方程计算质量标度 M_B 和 M_G. 我们约定在 $\underline{23}$ 表示中 $SU(23)$ 的所有生成元按下式归一化:

$$
\mathrm{Tr}(\Lambda^a\Lambda^b) = 2\delta^{ab}.
$$

在 M_A 处的匹配条件为[7]

$$
\begin{aligned}
\alpha_{3c}^{-1}(M_A) &= \frac{1}{2}\alpha_{9L}^{-1}(M_A) + \frac{1}{2}\alpha_{9R}^{-1}(M_A), \\
\alpha_{3L}^{-1}(M_A) &= \frac{3}{4}\alpha_{9L}^{-1}(M_A) + \frac{1}{4}\alpha_{5l}^{-1}(M_A), \\
\alpha_{1Y}^{-1}(M_A) &= \frac{3}{8}\alpha_{9R}^{-1}(M_A) + \frac{3}{8}\alpha_{1'h}^{-1}(M_A) + \frac{1}{4}\alpha_{5l}^{-1}(M_A).
\end{aligned} \tag{4}
$$

为简单起见，假定对于 $M_A \leqslant \mu \leqslant M_B$, $\alpha_{9L}(\mu) = \alpha_{9R}(\mu)$. 在 M_B 处，我们有

$$
\alpha_{9L}(M_B) = \alpha_{9R}(M_B) = \alpha_{1'h}(M_B) = \alpha_{18q}(M_B). \tag{5}
$$

最后，在 M_G 处
$$\alpha_{18q}(M_G)=\alpha_{51}(M_G)=\alpha_{15}(M_G), \tag{6}$$

到一圈级的 RG 方程为　$\mu d\alpha_i(\mu)/d\mu = B_i\alpha_i^2(\mu)$，

对于前面涉及的各个子群，B_i 的表达式为

$$B_{3c}=-\frac{1}{2\pi}\left(11-\frac{4}{3}n_f\right),\quad B_{3L}=-\frac{1}{2\pi}\left(11-\frac{4}{3}n_f\right),$$

$$B_{1Y}=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{4}{3}n_f\right),\quad B_{9L}=B_{9R}=-\frac{4}{2\pi}\left(33-\frac{1}{3}n_f\right),$$

$$B_{1'h}=\frac{4}{2\pi}\left(\frac{1}{3}n_f\right),\quad B_{51}=-\frac{4}{2\pi}\left(\frac{55}{3}-\frac{1}{3}n_f\right),$$

$$B_{18q}=-\frac{4}{2\pi}\left(66-\frac{1}{3}n_f\right),$$

n_f 是费米子的代数，标量粒子的贡献已略去。对于我们给出的若干 M_A 值，利用 RG 方程求得的 M_B 和 M_G 的值可参看表2.

最后我们要指出，在本模型的规范场部分，质子衰变并不存在，因在规范场部分重子数是精确守恒的. 对 Higgs 部分的 $\underline{528}$ 和 $\underline{23}$ 表示以及提供费米子质量的 $\underline{276}$ 和 $\underline{253}$ 表示，重子数守恒也成立. 因此 Higgs 部分对质子衰变亦无贡献.

表 2　与 M_A 的若干选定值对应的 M_B 和 M_G 的值

M_A(GeV)	M_B(GeV)	M_G(GeV)
1000	1.13×10^6	1.53×10^6
1250	1.34×10^6	1.85×10^6
1500	1.55×10^6	2.16×10^6
2000	1.95×10^6	2.77×10^6
3000	2.66×10^6	3.9×10^6

三

在本节中，我们讨论质量的量级为 M_A 的规范玻色子的分类，即与 $SU(9)_L\times SU(9)_R\times U(1)'_h\times SU(5)_1$ 的生成元对应的玻色子的分类. 相对于 $SU(3)_c\times SU(3)_L\times U(1)_Y$，这些玻色子具有如下的量子数:

$$\begin{array}{ccccc}\underline{80}_L = & (\underline{8},8)_0 & +\ (\underline{8},\underline{1})_0 & +\ (\underline{1},\underline{8})_0 & \\ & g_L^{\alpha i} & g_L^{\alpha} & W_{Lq}^{i} & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}\underline{80}_R = & 5(\underline{8},\underline{1})_0 & +\ 2(\underline{8},\underline{1})_{\pm1} & +\ 2(\underline{1},\underline{1})_{\pm1} & +\ 4(\underline{1},\underline{1})_0 \\ & g_R^{\alpha}\ g_R^{\alpha k} & S_R^{\alpha\pm1}S_R'^{\alpha\pm1} & c_{Rq}^{\pm1}c_{Rq}'^{\pm} & b_{Rq}^{k}\end{array}$$

$$\begin{array}{cc}\underline{1}' = & (\underline{1},\underline{1})_0 \\ & b'_q\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc}\underline{24}_1 = & (\underline{1},\underline{8})_0 & +\ (\underline{1},\underline{3})_{-\frac{4}{3}} & +\ (\underline{1},\underline{3})_{-\frac{1}{3}} & + \\ & W^{i} & X_1^{-}X_1'^{-}X_1^{--} & X_1^{0}X_1'^{0}X_1''^{-} & \end{array}$$

$$+(\underline{1},\underline{\bar{3}})_{\frac{4}{3}}+(\underline{1},\underline{\bar{3}})_{\frac{1}{3}}+(\underline{1},\underline{1})_{\pm1}+2(\underline{1},\underline{1})_{0}.$$

$$X_{l}^{+}X_{l}^{\prime+}X_{l}^{++}\quad \tilde{X}_{l}^{0}\tilde{X}_{l}^{\prime0}X_{l}^{\prime\prime+}\qquad b_{l}^{\pm1}\qquad\qquad b_{l}b_{l}^{\prime}$$

括号中的第一(二)个数字指示 $SU(3)_c[SU(3)_L]$ 表示的维数,括号外的下标指示超荷 Y 的值. 我们定义 $g_R^{ak}(k=1—4)$ 正交于胶子 $g^\alpha(\alpha=1—8)$,于是 g^α 为 g_L^a 和 g_R^a 的对角和. $SU(3)_L$ 的规范玻色子 W^i 是 W_{Lq}^i 和 W_l^i 的混合 ($i=1—8$). 中性的A(光子)和Z是 $SU(3)_L$ 的 W^8 和 $U(1)_Y$ 的 B 的混合, 而 W^8 和 B 又分别是 W_{Lq}^8 和 W_l^8 及 $b_{Rq}^k,b_q^{\prime},b_l$ 和 $b_l^{\prime}$ 的组合.

以上提到的玻色子在 $SU(3)_c\times SU(3)_L\times U(1)_Y$ 模型中就已存在. 在标度 M_A 处,本模型还予言了若干新的规范玻色子. 现将它们列举如下. 17 个新的色八重态: 一个是 g_L^a 和 g_R^a 的与 g^α 正交的线性组合, 即轴胶子八重态 g_5^a, 其余 16 个色八重态是 $g_L^{ai}(i=1—8)$, $g_R^{ak}(k=1—4)$, $S_R^{a\pm1}$ 和 $S_R^{\prime a\pm1}$. W_{Lq}^i 和 W_l^i 的与 W^i 正交的混合是一个新的 $SU(3)_L$ 八重态. 荷电的色单态 $C_{Rq}^{\pm1}$ 和 $C_{Rq}^{\prime\pm1}$ 仅与夸克耦合. 荷电的和双重荷电的态 $X_l^-,X_l^{\prime-},X_l^{--},X_l^{\prime\prime-},X_l^+,X_l^{\prime+},X_l^{++},X_l^{\prime\prime+}$ 及中性态 $X_l^0,X_l^{\prime0},\tilde{X}_l^0,\tilde{X}_l^{\prime0}$ 仅与轻子耦合. b_{Rq}^k 和 $b_q^{\prime}$ 的与 B 正交的组合构成四个 $B_q^k(k=1—4)$,它们仅与夸克耦合. 最后两个新的规范玻色子是中性单态 B_1 和 B_2,它们是 $b_{Rq}^k,b_q^{\prime},b_l$ 和 $b_l^{\prime}$ 的组合.

本模型值得一提的低能现象是交换X粒子的轻子过程. 由于存在双重荷电的 X_l^{--}, 在量级为 M_A 的 Møller 散射中会出现奇异的共振态.

最后我们要作两点说明. 第一, 我们只讨论了一代费米子的情形. 到多代费米子的推广是显而易见的. 第二,我们的模型存在手征反常. 不过该反常可通过(比如)引入镜象费米子予以消除. 而且在适当的假定下, 镜象费米子对本模型的低能现象并无影响.

总之, 我们构造了一个 $SU(23)$ 大统一模型, 并以 M_A 为输入计算了 M_B 和 M_G 的值. 此外,我们还讨论了在低能区域 ($\sim M_A$) 的规范玻色子的分类.

参 考 文 献

[1] P. H. Frampton and Bum-Hoon Lee, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 619.
[2] J. Schechter and Y. Ueda, *Phys. Rev.*, **D8**(1973), 484.
[3] V. Gupta and H. S. Mani, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 1310.
[4] R. Barbieri and R. N. Mohapatra, *Phys. Lett.*, **B218**(1989), 225.
[5] 陈凤至、聂传辉、王平,高能物理与核物理,**6**(1991),504.
[6] U. Amaldi et al., *Phys. Rev.*, **D36**(1987), 1385.
Particle Data Group, *Phys. Lett.*, **B239**(1990). III. 1, III. 52.
[7] S. Dawson and H. Georgi, *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 821.

$SU(23)$ Grand Unified Model

CHEN FENGZHI

(*Department of Physics, Anhui Normal University, Wuhu* 241000)

ABSTRACT

We constructed an $SU(23)$ grand unified model and computed the unification scales M_B and M_G for different values of M_A. We also discussed the classification of gauge bosons with masses of order M_A.