第 17 卷 第 4 期　　高能物理与核物理　　Vol. 17, No. 4
1993 年 4 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Apr., 1993

两维引力中的一种可积模型

颜　骏[1)]　陶必友[2)]　胡诗可
（四川大学物理系，成都 610064）

摘　　要

在 Riemann-Cartan 空间上研究了玻色弦耦合两维引力模型的可积性质，并获得了标量曲率的一般精确解。

一、引　　言

近年来，两维引力模型的研究已引起了人们普遍的兴趣．其原因一方面是两维引力作为一种 Toy 模型，有助于人们对四维引力模型及其量子化深入理解；另一方面是这类模型还与弦理论和共形场论有深刻的联系．因此，对它的研究具有积极的理论意义．早在八十年代初期，物理学家已开始着手研究两维引力及其相关的量子 Liouville 理论[1-5]．近年来，人们又分别在光锥规范[6-8]、共形规范[9,10]下深入研究了两维引力问题，并在矩阵模型[11-15]的框架下获得了两维量子引力模型的一些精确解．这些解极大地丰富了人们对弦理论、共形场论、甚至临界现象的进一步理解[16]．最近，Katanaev 和 Volovich 的工作分析了有挠二维引力模型的完全可积性质[17,18]，并揭示了系统丰富的物理内含；但是，他们的工作并没有深入分析有玻色弦耦合时系统的可积性质与可解性质．本文的主要目的就在于试图弥补这一不足．

二、Riemann-Cartan 空间上的两维引力模型

首先，我们假定一个具有局域坐标 $\zeta^\alpha(\alpha=0,1)=(\tau,\sigma)$ 的两维流形 $\widetilde{M}$，也可将它看作是二维弦演化生成的世界面．如果考虑流形 $\widetilde{M}$ 上具有 Riemann-Cartan 几何，那么度规 $g_{\alpha\beta}(\zeta)$ 的协变导数应等于零，即

$$\nabla_\alpha g_{\beta\gamma}=\partial_\alpha g_{\beta\gamma}-\Gamma^\delta_{\alpha\beta}g_{\delta\gamma}-\Gamma^\delta_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta}=0. \tag{2-1}$$

对于联络 $\Gamma_{\alpha\beta\gamma}=\Gamma^\delta_{\alpha\beta}g_{\delta\gamma}$，这类方程的一般解具有如下形式

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma}=\frac{1}{2}(\partial_\alpha g_{\beta\gamma}+\partial_\beta g_{\alpha\gamma}-\partial_\gamma g_{\alpha\beta})+\frac{1}{2}(T_{\alpha\beta\gamma}+T_{\gamma\alpha\beta}-T_{\beta\gamma\alpha}), \tag{2-2}$$

这里，$T^\gamma_{\alpha\beta}=-T^\gamma_{\beta\alpha}=\Gamma^\gamma_{\alpha\beta}-\Gamma^\gamma_{\beta\alpha}$ 是挠率张量，由联络表示的曲率张量为：

本文 1991 年 9 月 4 日收到．
1）现在地址：西南应用磁学研究所，绵阳市，621000
2）现在地址：成都 77 信箱工学院，成都，610066

$$R^{\delta}_{\alpha\beta\gamma} = \partial_\alpha \Gamma^{\delta}_{\beta\gamma} - \Gamma^{\varepsilon}_{\alpha\gamma}\Gamma^{\delta}_{\beta\varepsilon} - (\alpha \longleftrightarrow \beta). \tag{2-3}$$

Riemann-Cartan 几何的一个等价关系还可由 Cartan 变量给出。这些 Cartan 变量通常可以理解为标架场和 Lorentz 联络。如果度规 $g_{\alpha\beta}$ 具有号差(+−),那么标架场 $e^a_\alpha(a = 0,1)$ 和 Lorentz 联络 $\omega^{ab}_\alpha = -\omega^{ba}_\alpha$ 可由下列方程定义:

$$e^a_\alpha e^b_\beta \eta_{ab} = g_{\alpha\beta}, \tag{2-4}$$

$$\nabla_\alpha e^a_\beta = \partial_\alpha e^a_\beta - \Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta} e^a_\gamma - \omega^{ab}_\alpha e_{\beta b} = 0, \tag{2-5}$$

式中，$\eta_{ab} = \mathrm{diag}(+-)$ 是两维的 Minkowski 度规。在这里，Lorentz 联络分量的数目应等于挠率的数目,而标架场却比度规多了一个分量。这是由于局域 Lorentz 转动群取决于两维空间上的一个任意函数,从而造成了方程 (2-4) 的解的任意性。

由标架场和 Lorentz 联络表示的曲率和挠率张量具有如下形式:

$$R^{ab}_{\alpha\beta} = \partial_\alpha \omega^{ab}_\beta - \omega^{ac}_\alpha \omega^{b}_{\beta c} - (\alpha \longleftrightarrow \beta), \tag{2-6}$$

$$T^a_{\alpha\beta} = \partial_\alpha e^a_\beta - \omega^{ab}_\alpha e_{\beta b} - (\alpha \longleftrightarrow \beta). \tag{2-7}$$

现在我们可以写出一个有挠率的两维引力模型的拉氏量 L_1[16]:

$$L_1 = e\left(-\frac{\gamma}{4} R^2_{abcd} - \frac{\beta}{4} T^2_{abc} - \lambda\right),\quad e = \det e^a_\alpha. \tag{2-8}$$

式中 γ、β 是耦合常数，λ 是宇宙常数项。对于标架场和 Lorentz 联络，由(2-8) 式中的 L_1 可以导致二阶运动方程。

在两维流形 $\widetilde{M}$ 上，Lorentz 联络通常还可以由伪矢量场 B_α 表示:

$$\omega^{ab}_\alpha = B_\alpha \varepsilon^{ab},\quad R^{ab}_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}\varepsilon^{ab},\quad F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha B_\beta - \partial_\beta B_\alpha. \tag{2-9}$$

这一形式在分析模型的可积性质时非常有用。

现在我们考虑玻色弦的耦合,这时弦对应的 Nambu-Goto 作用量为:

$$L_s = \frac{1}{4\pi\alpha'} e g^{\alpha\beta} \partial_\alpha X_\mu \partial_\beta X^\mu. \tag{2-10}$$

式中，$X^\mu(\zeta)$ 是弦的坐标变量 ($\mu = 0,1,\cdots,D-1$)。这类拉氏量在共形变换 $e'^a_\alpha = e^\sigma e^a_\alpha$ 下是不变的。注意到这时两维引力拉氏量 (2-8) 中的曲率张量也保持不变 $R'^{ab}_{\alpha\beta} = R^{ab}_{\alpha\beta}$，但挠率张量变换为 $T'^a_{\alpha\beta} = e^\sigma T^a_{\alpha\beta}$。组合 L_1 和 L_s，我们即得到如下拉氏量:

$$L = \frac{1}{4\pi\alpha'} e g^{\alpha\beta} \partial_\alpha X_\mu \partial_\beta X^\mu - \frac{\gamma}{4} e R^2_{abcd} - \frac{\beta}{4} e T^2_{abc} - \lambda e. \tag{2-11}$$

在物理上,我们可以把这一拉氏量对应的模型描述为玻色弦与其世界面内部几何的作用.变分拉氏量 (2-11) 后，可得出下列的运动方程和约束方程:

$$-\frac{1}{2\pi\alpha'} \nabla^\alpha \nabla_\alpha X^\mu = 0, \tag{2-12}$$

$$-2\gamma \nabla_\beta F^{\beta\alpha} - \beta T^a_{ab} \varepsilon^{ab} = 0, \tag{2-13}$$

$$\beta \nabla_\beta T^{\beta\alpha}_a + \beta T^{abc} T_{abc} - \frac{\beta}{4} T^2_{bcd} e^a_a - 2\gamma F^{\alpha\beta} F_{a\beta} + \frac{\gamma}{2} F^2_{bc} e^a_a$$
$$- \lambda e^a_a + \frac{1}{4\pi\alpha'} \partial_\beta X_\mu \partial^\beta X^\mu e^a_a - \frac{1}{2\pi\alpha'} \partial^\alpha X_\mu \partial_a X^\mu = 0. \tag{2-14}$$

式中 $\partial^\alpha X_\mu = g^{\alpha\beta}\partial_\beta X_\mu$，$\partial_a X^\mu = e_a^\beta \partial_\beta X^\mu$. 应注意到弦与内部几何的作用仅出现在约束方程(2-14)中.

三、运动方程的可积与可解性质

在本文中,我们打算在共形规范的框架下研究系统的可积与可解性质. 为此,我们不妨仍采用 Katanaev 和 Volovich 文章中定义的各种符号. 此时，标架场变换为共形规范 (Conformal gauge):

$$e_\alpha^a = e^\varphi \delta_\alpha^a, \tag{3-1}$$

这里，$\varphi(\zeta)$ 为一标量场. 于是挠率张量可以取成

$$T_{\alpha\beta}^a = e^\varphi(\partial_\alpha\varphi\delta_\beta^a - B_\alpha\varepsilon_\beta^a - (\alpha\longleftrightarrow\beta)). \tag{3-2}$$

固定规范后,运动方程 (2-13)变为:

$$-2\gamma\,\partial_\beta(e^{-2\varphi}F^{\beta\alpha}) - \beta(\varepsilon^{\alpha\beta}\partial_\beta\varphi - B^\alpha) = 0. \tag{3-3}$$

根据文献[17]中的定理 1，这一方程在两维域上是可积的,并且有如下形式的一般解:

$$B^\alpha = \varepsilon^{\alpha\beta}\partial_\beta\chi, \tag{3-4}$$

其中的标量场 χ 满足方程

$$2\gamma\Box\chi + \beta(\varphi - \chi)e^{2\varphi} = 0. \tag{3-5}$$

根据类似的可积性质,我们还能得到其他的运动方程和约束方程:

$$\Box\varphi - \frac{2\gamma}{\beta}e^{2\varphi} + \frac{\beta}{2\gamma}(\varphi - \chi)e^{2\varphi} + \frac{\beta}{2\gamma}(\varphi - \chi)^2 e^{2\varphi} = 0, \tag{3-6}$$

$$\Box X^\mu = 0, \tag{3-7}$$

$$\begin{aligned}&-\beta\,\partial_1^2(\varphi - \chi) + \frac{\beta}{2}(\partial_0\varphi^2 + \partial_1\varphi^2 - \partial_0\chi^2 - \partial_1\chi^2) - \lambda e^{2\varphi}\\ &+ \frac{\beta^2}{4\gamma}(\varphi - \chi)^2 e^{2\varphi} - \frac{1}{4\pi\alpha'}\partial_0 X_\mu\partial_0 X^\mu - \frac{1}{4\pi\alpha'}\partial_1 X_\mu\partial_1 X^\mu = 0,\end{aligned} \tag{3-8}$$

$$\beta(-\partial_0\partial_1\varphi + \partial_0\partial_1\chi + \partial_0\varphi\partial_1\varphi - \partial_0\chi\partial_1\chi) - \frac{1}{2\pi\alpha'}\partial_0 X_\mu\partial_1 X^\mu = 0. \tag{3-9}$$

不难看到,这时运动方程中自由度已化为有限个数目,而动力学变量为弦坐标 X^μ 和标量场 φ 与 χ. 在共形规范下,弦坐标与标量场 φ 与 χ 的作用仅出现在约束方程 (3-8)、(3-9)中.

为了适当地分析系统的可积与可解性质，可假定动力学变量 X^μ、φ、χ 仅与世界面上的空间参量 σ 有关,而与时间参量 τ 无关. 为了明确起见，我们先考虑玻色弦的作用,这时令 $X^\mu = X^\mu(\sigma)$，那么由 (3-7) 即得 $\Box X^\mu = (\partial_0^2 - \partial_1^2)X^\mu = 0$，经首次积分后知 $\partial_1 X^\mu = C_1^\mu$ (常数),因此有 $\partial_1 X_\mu\partial_1 X^\mu = C_{1\mu}C_1^\mu = C_1^2$ (常数). 对于这种定态情况，容易发现约束方程(3-9)随之消失. 下面,引入新变量 $f = \varphi - \chi$，这样，剩下的运动方程和约束方程为:

$$-\beta f_\sigma'' - 2\lambda e^{2\varphi} + \frac{\beta}{2\gamma}f^2 e^{2\varphi} = 0, \tag{3-10}$$

$$-\beta\varphi''_\sigma - 2\lambda e^{2\varphi} + \frac{\beta^2}{2\gamma} f e^{2\varphi} + \frac{\beta^2}{2\gamma} f^2 e^{2\varphi} = 0, \tag{3-11}$$

$$-\beta f''_\sigma + \beta\varphi'_\sigma f'_\sigma - \frac{\beta}{2} f'^2_\sigma - \lambda e^{2\varphi} + \frac{\beta^2}{4\gamma} f^2 e^{2\varphi} - \frac{C_1^2}{4\pi\alpha'} = 0. \tag{3-12}$$

将等式(3-12)乘以 2 后再减去(3-10)得:

$$-\beta f''_\sigma + 2\beta\varphi'_\sigma f'_\sigma - \beta f'^2_\sigma - \frac{C_1^2}{2\pi\alpha'} = 0. \tag{3-13}$$

方程(3-13)等价于:

$$\varphi'_\sigma = \frac{1}{2} f'_\sigma + \frac{1}{2}\frac{f''_\sigma}{f'_\sigma} + \frac{C_1^2}{4\pi\alpha'\beta}\cdot\frac{1}{f'_\sigma}, \tag{3-14}$$

对方程(3-14)关于 σ 进行积分后即有:

$$\varphi = \frac{1}{2}\ln(Ef'_\sigma) + \frac{1}{2} f + \frac{C_1^2}{4\pi\alpha'\beta}\int\frac{d\sigma}{f'_\sigma}. \tag{3-15}$$

式中 E 是积分常数,且 $Ef'_\sigma > 0$. 令常数 $\frac{C_1^2}{4\pi\alpha'\beta} = \frac{C_2^2}{2}$ 后，将(3-15)代入(3-10)就得到:

$$-\beta f''_\sigma - 2\lambda Ef'_\sigma \exp\left(f + C_2^2\int\frac{d\sigma}{f'_\sigma}\right)$$
$$+\frac{\beta^2}{2\gamma} Ef'_\sigma f^2 \exp\left(f + C_2^2\int\frac{d\sigma}{f'_\sigma}\right) = 0. \tag{3-16}$$

(3-16)式稍作整理后成为

$$-\frac{2\gamma}{\beta E} f''_\sigma + f'_\sigma\left(f^2 - \frac{4\lambda\gamma}{\beta^2}\right)\exp\left(f + C_2^2\int\frac{d\sigma}{f'_\sigma}\right) = 0. \tag{3-17}$$

现在进行变量代换:

$$\sigma = \frac{2\gamma}{\beta E} x,$$
$$\Lambda = \frac{4\lambda\gamma}{\beta^2}. \tag{3-18}$$

因为:

$$f'_\sigma = \frac{df}{d\sigma} = \frac{\beta E}{2\gamma}\frac{df}{dx} = \frac{\beta E}{2\gamma} f',$$

所以易将(3-17)式化成

$$-f'' + f'(f^2 - \Lambda)\exp\left(f + C^2\int\frac{dx}{f'}\right) = 0. \tag{3-19}$$

式中常数 $C^2 = \left(\frac{2\gamma}{\beta E}\right)^2\cdot C_2^2$. 事实上，方程(3-19)还等价于下述三阶非线性微分方程:

$$f'''f'(f^2 - \Lambda) - f''[f''(f^2 - \Lambda) + 2ff'^2]$$
$$= f''f'^2(f^2 - \Lambda) + C^2 f''(f^2 - \Lambda). \tag{3-20}$$

通常，要找出形如(3-20)这样复杂的非线性微分方程的精确解是比较困难的，因此往往借

助数值积分进行求解．在本文中我们探索一下系统是否有某种特解．

根据方程(3-10)和(3-11)可得到

$$-\frac{2\gamma}{\beta}f''_\sigma+(f^2-\Lambda)e^{2\varphi}=0, \tag{3-21}$$

$$-\frac{2\gamma}{\beta}\varphi''_\sigma+(f^2+f-\Lambda)e^{2\varphi}=0. \tag{3-22}$$

容易发现 $f=\pm\sqrt{\Lambda}$是方程(3-21)的一个特解．把 $f=\pm\sqrt{\Lambda}$代入方程(3-22)后即得如下 Liouville 方程:

$$\varphi''_\sigma=\pm\frac{\beta}{2\gamma}\sqrt{\Lambda}\,e^{2\varphi}. \tag{3-23}$$

一般说来,这类 Liouville 方程是有精确解的．实际上，$f=\pm\sqrt{\Lambda}$这一特解仍满足变形后的非线性微分方程(3-20)．然而,它却使方程(3-19)出现了奇异性,因为这一特解使指数中的积分宗量变为∞．这是由于我们只验证了运动方程，而没有验证约束方程(3-12)．事实上，$f=\pm\sqrt{\Lambda}$并不满足(3-12)(这一点容易直接验证)．因此 $f=\pm\sqrt{\Lambda}$仅为没有玻色弦耦合时系统的自洽解．这表明考虑了玻色弦作用的有挠引力模型，其可解性质会发生很大的变化．

为了找出模型中的标量曲率和挠率的精确解,我们还需要研究方程(3-19)的可积性质．这类方程在原则上是可积的．经过详细计算之后,我们得到如下的首次积分:

$$\begin{aligned}f'=&(f^2-2f+2-\Lambda)\exp\left(f+C^2\int\frac{dx}{f'}\right)\\&-\int(f^2-2f+2-\Lambda)\frac{C^2}{f'}\exp\left(f+C^2\int\frac{dx}{f'}\right)dx+A,\end{aligned} \tag{3-24}$$

式中 A 是积分常数．下面,我们根据这一结果来计算标量曲率 R．由定义[16]:

$$R=g^{ab}R^c_{acb}=-2e^{-2\varphi}\chi''_\sigma=-2e^{-2\varphi}\left(\frac{\beta E}{2\gamma}\right)^2\chi'', \tag{3-25}$$

这里 χ'' 表示对变量 x 的二阶导数,并且

$$\begin{aligned}e^{2\varphi}&=e^{\ln(Ef'_\sigma)+f+C_2^2\int\frac{d\sigma}{f'_\sigma}}\\&=Ef'_\sigma\cdot\exp\left(f+C_2^2\int\frac{d\sigma}{f'_\sigma}\right)\\&=E^2\frac{\beta}{2\gamma}f'\cdot\exp\left(f+C^2\int\frac{dx}{f'}\right),\end{aligned} \tag{3-26}$$

所以

$$2\varphi=\ln\left(E^2\frac{\beta}{2\gamma}f'\right)+f+C^2\int\frac{dx}{f'}. \tag{3-27}$$

根据 f 的定义,有:

$$\chi=\varphi-f=\frac{1}{2}\ln\left(E^2\frac{\beta}{2\gamma}f'\right)-\frac{f}{2}+\frac{C^2}{2}\int\frac{dx}{f'}, \tag{3-28}$$

由此可以求出：

$$\chi' = \frac{1}{2}\frac{f''}{f'} - \frac{1}{2}f' + \frac{1}{2}\frac{C^2}{f'}. \tag{3-29}$$

将运动方程(3-19)及其首次积分(3-24)代入式(3-29)得

$$\begin{aligned}\chi' = &\frac{1}{2}(f^2-\Lambda)\exp\left(f + C^2\int\frac{dx}{f'}\right) - \frac{1}{2}\Big\{(f^2-2f+2-\Lambda)\\ &\cdot\exp\left(f + C^2\int\frac{dx}{f'}\right) - \int(f^2-2f+2-\Lambda)\frac{C^2}{f'}\\ &\cdot\exp\left(f + C^2\int\frac{dx}{f'}\right)dx\Big\} - \frac{\Lambda}{2} + \frac{1}{2}\frac{C^2}{f'},\end{aligned} \tag{3-30}$$

于是有：

$$\begin{aligned}\chi'' = &f'\exp\left(f + C^2\int\frac{dx}{f'}\right) + (f-1)\left(f' + \frac{C^2}{f'}\right)\exp\left(f + C^2\int\frac{dx}{f'}\right)\\ &+ \frac{1}{2}(f^2-\Lambda)\frac{C^2}{f'}\exp\left(f + C^2\int\frac{dx}{f'}\right) - (f-1)\frac{C^2}{f'}\\ &\cdot\exp\left(f + \int\frac{dx}{f'}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{C^2}{f'}\right)'.\end{aligned} \tag{3-31}$$

将(3-31)代入(3-25)即可算出标量曲率：

$$\begin{aligned}R = &-2\left(\frac{E^2\beta}{2\gamma}\right)^{-1}\cdot(f')^{-1}\exp\left(-f - C^2\int\frac{dx}{f'}\right)\left(\frac{\beta E}{2\gamma}\right)^2\\ &\cdot\Big\{ff'\cdot\exp\left(f + C^2\int\frac{dx}{f'}\right) + \frac{1}{2}(f^2-\Lambda)\frac{C^2}{f'}\exp\left(f + C^2\int\frac{dx}{f'}\right)\\ &+\frac{1}{2}\left(\frac{C^2}{f'}\right)'\Big\} = -\frac{\beta}{\gamma}\Big[f + \frac{1}{2}(f^2-\Lambda)\frac{C^2}{(f')^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{f'}\left(\frac{C^2}{f'}\right)'\\ &\cdot\exp\left(-f - C^2\int\frac{dx}{f'}\right)\Big].\end{aligned} \tag{3-32}$$

当令 $C=0$（或令 $C_1=0$）时，(3-32) 式即退化为 Katanaev 和 Volovich 的结果[16]

$$R = -\frac{\beta}{\gamma}f,$$

所以，当考虑了玻色弦耦合后的有挠两维引力模型时，在原则上仍然是可解的。其重要原因是由于系统仍保持着一定的可积性质。当然，我们还可以类比求出标量挠率，因其方法是相同的，故此处不再赘述。

四、讨　论

从物理的观点来看，我们所讨论的两维可积引力模型也是很有意义的，因为它可用来描写弦与内部（世界面）几何的作用。 Polyakov 曾从弦的量子化观点出发研究过这类问

题[1]. 由弦的路径积分量子化而导出的等效 Liouville 作用量可描写弦的内禀真空起伏，Marnelius 曾仔细分析过 Polyakov 弦和内禀 Liouville 几何作用后的正则量子化问题[19]. 当然，我们可沿着类似的思路对本文讨论的系统进行量子化，当 $\varphi=\chi=0$ 时，由能量动量张量适当的约束 $T_{ab}(X)=0$ 导出通常形式的 Virasoro 代数. 类似地，也可对弦与内部几何作用系统进行算子量子化，这时能量动量张量的约束变为

$$\beta T_{ab}(\varphi)-\beta T_{ab}(\chi)-\frac{1}{2\pi\alpha'}T_{ab}(X)=0.$$

所以，经过量子化后原则上仍可计算出系统的质量谱. 但是，由于场方程 (3-5)、(3-6) 是非线性的，因此，进行这种量子化是非常困难的. 本文所研究模型的可积性质也许有助于澄清上述量子化问题，总之，这些问题还有待进一步研究.

感谢原泸平同志对本文部分计算的有益讨论.

参 考 文 献

[1] A.M. Polyakov, *Phys. Lett*, **B103** (1981), 207.
[2] E. D'Hoker and R. Jackiw, *Phys. Rev*, **D26** (1982), 3517; *Phys. Rev. Lett*, **50** (1983), 1719.
[3] E. Braaten, T. Curtright and C. Thorn, *Ann. Phys*, **147** (1983), 329.
[4] J. L. Gervais and A. Neveu, *Nucl. Phys*, **B238** (1984), 125.
[5] A. M. Polyakov, *Nucl. Phys*, **B268** (1986), 406.
[6] A. M. Polyakov, *Mod. Phys. Lett*, **A2** (1987), 893.
[7] V. G. Knizhnik, A. M. Polyakov and A. B. Zamolodchikov Mod., *Phys. Lett.*, **A3**(1988), 819.
[8] A. M. Polyakov, Gauge Transformations and Diffeomorphism, MIT-preprint (1989).
[9] F. David, *Mod. Phys. Lett.*, **A3**(1988), 1651.
[10] J. Distler and H. Kawai, *Nucl. Phys.*, **B321**(1989), 509.
[11] M. R. Douglas and S. H. Shenker, *Nucl. Phys.*, **B335**(1990), 635.
[12] G. Moore, *Comm. Math. Phys.*, **133**(1990), 261.
[13] E. Brezin and V. Kazakov, *Phys. Lett.*, **B236**(1990), 144.
[14] D. J. Gross and A. A. Migdal, *Nucl. Phys.*, **B340** (1990), 333.
[15] E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B340**(1990), 281.
[16] 颜骏，胡诗可，高能物理与核物理，**15**(1991)，598.
[17] M. O. Katanaev and I. V. Volovich, *Ann. Phys.*, **197**(1990), 1.
[18] M. O. Katanaev, *J. Math. Phys.*, **31**(1990), 882.
[19] R. Marnelius, *Nucl. Phys.*, **B211**(1983), 14.

An Integrable Model in Two-Dimensional Gravity

YAN JUN* TAO BIYOU** HU SHIKE

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064)

ABSTRACT

The integrability character of an integrable model of two-dimensional gravity with boson string coupling in Riemann-Certan space is studied. We have obtained the general exact solution for scalar curvature.