第 17 卷 第 8 期
1993 年 8 月

高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol. 17, No. 8
Aug., 1993

对称弱混合的可能性及其意义*

金长浩
(东北师范大学物理系,长春 130024)

摘　要

本文给出了对称 KM 矩阵的一般参数化形式,讨论了幺正三角形,它很好地体现出对称 KM 矩阵的幺正性和 CP 破坏.本文表明,当顶夸克质量很大、$m_t\geqslant 160\mathrm{GeV}$ 时,对称 KM 矩阵与 KM 矩阵元的直接测量值、K-$\bar{\mathrm{K}}$ 系统 CP 破坏参数 $|\varepsilon|$ 和 B_d^0-$\bar{\mathrm{B}}_d^0$ 混合参数 χ_d 的实验结果是相容的.如果进一步的实验能够证实 $|V_{12}|=|V_{21}|$,那么 KM 矩阵就是对称的,从而减少标准模型的一个参数.

KM 矩阵[1]包含了标准模型不能预言的四个参数,但通过实验对它的知识大大丰富了[2].实验揭示了 KM 矩阵的下述特点:KM 矩阵元的模有可能是对称的,即 $|V_{ij}|=|V_{ji}|$.特别是实验测得[2] $|V_{12}|=0.2205\pm0.0018$, $|V_{21}|=0.204\pm0.017$,所以很可能 $|V_{12}|=|V_{21}|$.在下文中将证明,只要某一对矩阵元的模 $|V_{ij}|$ 和 $|V_{ji}|$ $(i\neq j)$ 相等,整个 KM 矩阵就可以成为一个对称矩阵.对称 KM 矩阵仅需三个参数来描写,比原来减少了一个参数.

本文将探讨对称弱混合的可能性.首先,以实验上可以直接测量的 KM 矩阵元的模为参数,给出一般对称 KM 矩阵的参数化形式(文献[3]给出一种特殊对称 KM 矩阵的参数化形式).然后讨论 KM 矩阵的幺正性、CP 破坏和直接测量值对于对称 KM 矩阵的约束.最后结合 K-$\bar{\mathrm{K}}$ 系统 CP 破坏参数 $|\varepsilon|$ 和 B_d^0-$\bar{\mathrm{B}}_d^0$ 混合参数 χ_d 的实验结果,将看到只有当顶夸克质量很大、$m_t\geqslant 160\mathrm{GeV}$ 时,对称 KM 矩阵才能与实验符合.

首先来证明,如果某一对矩阵元的模相等,那么整个 KM 矩阵的任一对模都相等,即 $|V_{ij}|=|V_{ji}|$.为明确起见,假设 $|V_{12}|=|V_{21}|$,考虑到 KM 矩阵的幺正性,有

$$|V_{13}|^2=|V_{31}|^2=1-|V_{11}|^2-|V_{12}|^2, \tag{1}$$

$$|V_{23}|^2=|V_{32}|^2=1-|V_{22}|^2-|V_{12}|^2. \tag{2}$$

即得上述结论.对于具有对称模的 KM 矩阵,考虑到其幺正性和相角任意性后,得到下列参数化形式:

---

* 国家自然科学基金资助.

本文 1992 年 2 月 27 日收到.

$$V_{KM}=\begin{bmatrix}|V_{11}| & |V_{12}| & |V_{13}| \\ |V_{12}| & -|V_{11}|-\dfrac{|V_{23}V_{13}|}{|V_{12}|}e^{i\varphi_{23}} & |V_{23}|e^{i\varphi_{23}} \\ |V_{13}| & |V_{23}|e^{i\varphi_{23}} & -|V_{11}|-\dfrac{|V_{12}V_{23}|}{|V_{13}|}e^{i\varphi_{23}}\end{bmatrix}, \tag{3}$$

其中

$$|V_{11}|^2+|V_{12}|^2+|V_{13}|^2=1, \tag{4}$$

$$\cos\varphi_{23}=\frac{|V_{11}V_{23}|^2+|V_{12}V_{13}|^2-|V_{23}|^2}{2|V_{11}V_{12}V_{23}V_{13}|}. \tag{5}$$

因此，只要某一对矩阵元的模相等，整个 KM 矩阵就可以成为对称矩阵.(3)式是一般对称 KM 矩阵的参数化形式，它包含三个独立的参数，将其取作实验上测得比较好的三个量：$|V_{12}|$，$|V_{23}|$和 $\rho=|V_{13}/V_{23}|$. 它们的实验测量值[2]为

$$|V_{12}|=0.2205\pm0.0018, \tag{6}$$

$$|V_{23}|=0.044\pm0.009, \tag{7}$$

$$\rho=0.09\pm0.04. \tag{8}$$

由(5)式可见，相角 φ_{23}和矩阵元的模之间构成一个三角形关系，如图 1. 这个三角形是对称 KM 矩阵么正性的体现. KM 矩阵中 CP 破坏度量的定义为[4] $J=\mathrm{Im}(V_{11}V_{22}V_{12}^*V_{21}^*)$，在对称 KM 矩阵(3)式下

$$J=|V_{11}V_{12}V_{23}V_{13}|\sin\varphi_{23}=2\cdot(\triangle\text{ 面积}), \tag{9}$$

式中△面积指图 1 的三角形面积. 这个三角形很好地反映了对称 KM 矩阵的么正性和 CP 破坏这些基本要求. 只有 $\sin\varphi_{23}\neq0$，才能保证 CP 破坏. 这一要求对矩阵元的约束从图 1 直接可见，比如典型的要求 $|V_{13}|\neq0$. 还注意到 CP 破坏要求

$$|V_{11}V_{23}|+|V_{12}V_{13}|>|V_{23}|,$$

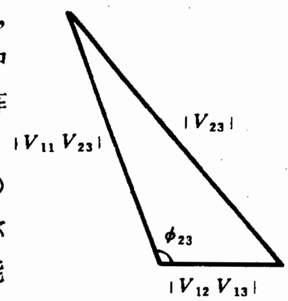

图 1　对称 KM 矩阵的么正三角形

即

$$\rho>\frac{1-|V_{11}|}{|V_{12}|}. \tag{10}$$

实验测得[2] $|V_{11}|=0.9744\pm0.0010$，结合(6)式中$|V_{12}|$的实验测量值，由(10)式可得 ρ 的下限

$$\rho\geqslant0.11. \tag{11}$$

它与(8)式给出的直接测量值是相容的. 两者结合给出

$$\rho=0.11-0.13. \tag{12}$$

结合(7)式和(12)式，得到

$$|V_{13}|=0.004-0.006. \tag{13}$$

总之，(6)，(7)，(12)和(13)式分别给出了对称 KM 矩阵中$|V_{12}|$，$|V_{13}|$，ρ 和$|V_{13}|$的取值. 将这些取值代入(9)式，可以得出 CP 破坏度量 J 的上限

$$J \leqslant 3.8 \times 10^{-5}. \tag{14}$$

下面给出对称弱混合与 B_d^0-$\bar{B}_d^0$ 混合和 K-$\bar{K}$ 系统 CP 破坏这两个实验相容的条件. ARGUS 和 CLEO 的实验结果[5,6]给出 B_d^0-$\bar{B}_d^0$ 混合参数

$$\chi_d = 0.44 - 0.78. \tag{15}$$

按照标准的计算[7],在对称 KM 矩阵情况下

$$\chi_d = \frac{G_F^2}{6\pi^2} M_B \tau_B M_W^2 f_B^2 B_B \eta_{QCD} E_{tt} |V_{13}|^2. \tag{16}$$

利用 $G_F = 1.166 \times 10^{-5}\text{GeV}^{-2}$, $M_W = 80\text{GeV}$, $M_B = 5.3\text{GeV}$, $\tau_B = 1.16 \times 10^{-12}\text{s}$, $\eta_{QCD} = 0.85$, $f_B\sqrt{B_B} = 100 - 200\text{MeV}$,由(16)式得出在一定顶夸克质量 m_t 下,χ_d 的实验值(15)所允许的 $|V_{13}|$ 的取值范围,见图 2.

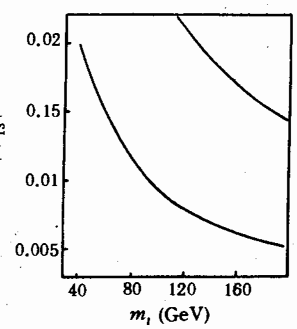

图 2 B_d^0-$\bar{B}_d^0$ 混合实验所限定的 $|V_{13}|$ 取值范围与顶夸克质量的关系

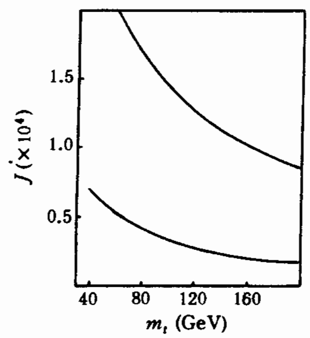

图 3 K-$\bar{K}$ 系统 CP 破坏实验所限定的 J 取值范围与顶夸克质量的关系

结合(13)式中 $|V_{13}|$ 的上限,可见对称弱混合与 B_d^0-$\bar{B}_d^0$ 混合实验相容的条件是

$$m_t \geqslant 160\text{GeV}. \tag{17}$$

K-$\bar{K}$ 系统的 CP 破坏参数 $|\varepsilon|$ 的实验值为[2]

$$|\varepsilon| = 2.28 \times 10^{-3}. \tag{18}$$

按照标准的计算[8],在对称弱混合下

$$|\varepsilon| = \frac{G_F^2}{12\sqrt{2}\pi^2 \Delta M_K} M_K f_K^2 M_W^2 B_K J \,|\, 2\eta_{cc} E_{cc} - 2\eta_{ct} E_{ct} - |V_{23}|^2 (\eta_{cc} E_{cc} + \eta_{tt} E_{tt} - 2\eta_{ct} E_{ct}) \,|. \tag{19}$$

利用 $M_K = 497.7\text{MeV}$, $\Delta M_K = 3.5 \times 10^{-12}\text{MeV}$, $f_K = 160\text{MeV}$, $B_K = \frac{1}{3} - 1$, $\eta_{cc} = 0.7$, $\eta_{tt} = 0.6$, $\eta_{ct} = 0.4$ 和前面已给出的其它有关值,由(19)式得出在一定顶夸克质量 m_t 下,$|\varepsilon|$ 的实验值(18)所允许的 J 的取值范围,见图 3. 结合(14)式 J 的上限,得到对称弱混合与 K-$\bar{K}$ 系统的 CP 破坏参数 $|\varepsilon|$ 相容的条件:

$$m_t \geqslant 87\text{GeV}. \tag{20}$$

综上所述,如果实验上能够证实 $|V_{12}| = |V_{21}|$,那么 KM 矩阵就成为一个对称矩阵,

从而减少标准模型的一个参数. 对称弱混合与目前的实验结果相容，它要求较大的 ρ 值(见(12)式)和较大的顶夸克质量($m_t \geqslant 160$GeV). 导致弱混合对称化的更深刻的原因有待进一步探索.

参　考　文　献

[1] M. kobayashi, T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.*, **49**(1973), 652.

[2] Particle Data Group, *Phys. Lett.*, **B239**(1990), 1.

[3] P. Kielanowski, *Phys. Rev. Lett.*, **63**(1989), 2189.

[4] D. Wu, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 860; C. Jarlskog, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 1039; O. W. Greenberg, *Phys. Rev.*, **D32**(1985), 1841.

[5] A. Ali, in Linear Collider B$\bar{B}$ Factory Conceptual Design, proceedings of the Workshop, Los Angeles, California, 1987, edited by D. H. Stork(World Scientific, Singapore, 1987), 110.

[6] CLEO Collaboration, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 183.

[7] A. J. Buras, W. Slominski, H. Steger, *Nucl. Phys.*, **B245**(1984), 369; J. Hagelin, *Nucl. Phys.*, **B193**(1981), 123.

[8] B. W. Lee, M. K. Gaillard, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 897;
T. Inami, C. S. Lim, *Prog. Theor. Phys.*, **65**(1981), 297.

Possibility of a Symmetric Weak Mixing and its Implications

JIN CHANGHAO

(*Department of Physics, Northeast Normal University, Changchun* 130024)

ABSTRACT

A general parametrization of the symmetric KM matrix is given. The unitarity triangle is discussed, which embodies the unitarity of the symmetric KM matrix and CP violation. It is shown that the symmetric KM matrix is consistent with the directly measured values of the KM matrix elements, CP violation parameter $|\varepsilon|$ of K-$\bar{K}$ system, and B_d^0-$\bar{B}_d^0$ mixing parameter χ_d, provided the t-quark mass is large, $m_t \geqslant 160$GeV. If $|V_{12}| = |V_{21}|$ is confirmed by further experiments, KM matrix will turn out to be symmetric, so that a parameter is reduced in the standard model.