

$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ 及 $\Upsilon \rightarrow 3g$ 碎裂的色弦结构

田丽丽 谢去病¹⁾ 司宗国
(济南大学物理系, 250002) (山东大学物理系, 济南 250100)

摘 要

Lund 模型对 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g \rightarrow 3\text{jets}$ 及 $\Upsilon \rightarrow 3g \rightarrow h's$ 的解释, 是把 Lund 弦碎裂用到他们对这两系统假定的色弦结构上. 本文直接从这些系统的颜色波函数出发, 用 QCD 全面分析了它们的色弦结构. 并揭示了 Lund 模型采用的色弦结构图象的合理与近似程度.

一、引 言

夸克和胶子如何碎裂成各种强子? 这是两个独立问题, 还是同一问题的不同表现? 一直是粒子物理的基本课题. 至今还只能通过对比各种模型和实验逐步认识. $e^+e^- \rightarrow 2\text{jet}$ 最便于研究夸克碎裂, $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g \rightarrow 3\text{jet}$ 便于研究夸克、胶子碎裂的区别和联系, 但实验很难清楚分出其中谁是胶子碎裂引起的喷注. 而 Υ 的强衰变只能通过 $3g$ 中间态进行, 因此 $\Upsilon \rightarrow 3g \rightarrow h's$ 被看作研究胶子碎裂的理想实验室.

在 QCD 中, 夸克与胶子的基本区别是一为色三重态, 一为色八重态. 但在独立碎裂^[1]和弦碎裂^[2]两类图象中, 对这区别有完全不同的认识和处理. 如果夸克、胶子分别独立碎裂, 色八重态胶子碎裂的平均强子多重数 $\langle n \rangle_g$ 就应比同样能量夸克喷注的 $\langle n \rangle_q$ 大得多. 在非渐近能量时, 两者比率应该是^[3].

$$\langle n \rangle_g / \langle n \rangle_q = (9/4) [1 - 0.27 \sqrt{\alpha_s} - 0.07\alpha_s], \quad (1)$$

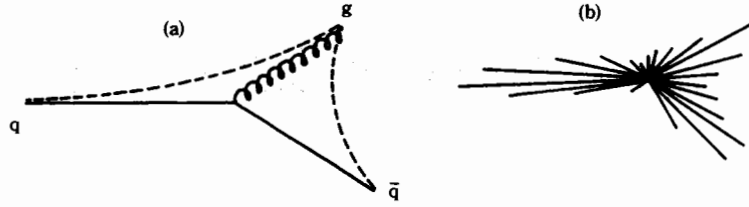
其中 α_s 为该能量时的色力耦合常数. 这时胶子和夸克都产生粒子密度对称分布的喷注. 弦碎裂图象则着眼 g 和 q 的本质联系, 因 $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$, 因此把色八重态胶子看作 3 与 $\bar{3}$ 双色荷系统, 与 $q\bar{q}$ 色八重态系统有等价的色作用. Lund 模型最早把他们 $q\bar{q}$ 色单态引力弦碎裂模型推广到 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ 系统, 认为胶子的双色荷, 使 q 与 g 及 g 与 \bar{q} 之间, 能够并只能形成与 $q\bar{q}$ 间色荷等价的引力弦(见图 1(a)), 沿这两个弦的碎裂, 必导致 $q\bar{q}$ 间末态粒子密度低于 $q-g, g\bar{q}$ 间的密度, 即予言了 $e^+e^- \rightarrow 3\text{jet}$ 的所谓“弦效应”(图 1(b))从 PEP、

• 国家自然科学基金资助.

1) 中国高等科学技术中心成员.

本文 1992 年 8 月 18 日收到.

PETRA 到最近 LEP 能区三喷注的研究,都证实了这种“弦效应”,排除了(1)的预言^[4].表明把胶子看作双色荷,其中每个色荷分别与其它部分子形成引力弦的假定是符合实际的.



(a) $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ 在 $q-g$ 及 $g-\bar{q}$ 间形成两条色单态引力弦.

(b) 沿着左图两条弦的碎裂,使末态强子密度分布出现“弦效应”.

1985 年 Lund 组进一步把上述观点推广到 $\Upsilon \rightarrow 3g$ 衰变,认为每个胶子的双色荷,使三胶子之间总是形成三条引力弦所联成的三角形封闭弦^[5],如图 2.定性解释了 Υ 衰变时重子产额明显高于附近 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ 连续区的事实.然而最近证实,即使调整模型中的许多参数,仍无法定量解释 ARGUS 首次精确测量的各种粒子及关联的数据.表明 Lund 模型对 $\Upsilon \rightarrow 3g \rightarrow h's$ 的处理,必有某种缺陷^[6].

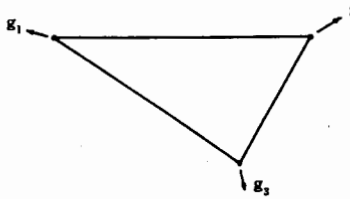


图 2 $\Upsilon \rightarrow 3g$ 衰变时,3g 系统形成三条弦联成的三角形封闭弦.

正如上述,Lund 模型对 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g \rightarrow 3jet$ 及 $\Upsilon \rightarrow 3g \rightarrow h's$ 的处理,都由两部分组成.一是对 $q\bar{q}g$ 及 $3g$ 系统的色弦结构假定,二是把 Lund $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ 的色单态的弦碎裂模型用到上述结构的色弦上. $q\bar{q}g$ 是否能构成两条独立的,即色单态的,引力弦? ggg 是否总能构成三条引力弦?它们为什么不能独立?至今只是模型假定^[7],没有进一步的理论与论证.本文第二节直接从 $q\bar{q}g$ 及 ggg 系统的颜色波函数出发,用微扰 QCD 近似,在第三节中研究了哪些色荷间是引力,可形成弦;哪些不能;然后在第四、五节中全面研究了 $q\bar{q}g$ 及 ggg 色单态系统的所有颜色状态及其色弦结构.在最后一节作了简要总结.

二、 $q\bar{q}g$ 及 ggg 系统的色单态波函数

$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g \rightarrow 3jet$ 的部分子中间态,显然只能是 $8 \otimes 8$ 得出的色单态.以 A, B 表示这两个八维无迹不可约张量,单态波函数即 A, B 构成的零阶张量 W

$$W = \text{Trac}(AB). \quad (2)$$

并可直接用 q, \bar{q} 的颜色 R_q, G_q, B_q 及 $\bar{R}_q, \bar{G}_q, \bar{B}_q$, 以及 g 所携的双色荷 $(B\bar{R})_g$ 等等,表示为

$$\begin{aligned} W = & [R_q \bar{B}_q (B\bar{R})_g + R_q \bar{G}_q (G\bar{R})_g + B_q \bar{R}_q (R\bar{B})_g + B_q \bar{G}_q (G\bar{B})_g + G_q \bar{R}_q (R\bar{G})_g \\ & + G_q \bar{B}_q (B\bar{G})_g] + \frac{2}{3} [R_q \bar{R}_q (R\bar{R})_g + B_q \bar{B}_q (B\bar{B})_g + G_q \bar{G}_q (G\bar{G})_g] - \frac{1}{3} [R_q \bar{R}_q (B\bar{B})_g \\ & + R_q \bar{R}_q (G\bar{G})_g + B_q \bar{B}_q (R\bar{R})_g + B_q \bar{B}_q (G\bar{G})_g + G_q \bar{G}_q (R\bar{R})_g + G_q \bar{G}_q (B\bar{B})_g]. \quad (3) \end{aligned}$$

对 Υ, Ψ 等 $J^{PC} = 1^{--}$ 夸克偶素,如所周知,其强衰变只能通过三胶子中间态进行,如 Υ

$\rightarrow 3g \rightarrow h's$. 因此这时 $3g$ 系统只能处于色单态. 若以 A, B, C 表示这三个胶子, 它们都是八维无迹不可约张量

$$A_j, B_j, C_j \quad \text{并有} \quad A_i^i = B_i^i = C_i^i = 0. \quad (4)$$

ABC 系统的色单态波函数是 A, B, C 构成的零阶张量, 这时有两个, 分别为:

$$W_+ = \text{Trac}(ABC - BAC). \quad (5)$$

$$W_- = \text{Trac}(ABC + BAC). \quad (6)$$

但 Υ 中间态的 $3g$ 系统, 必须电荷共轭宇称为负. $3g$ 系统的电荷共轭变换 \hat{C} 作用于每个胶子, 只是使每个胶子, 如 A , 进行如下变换

$$\hat{C}A = -A^T. \quad (7)$$

可见 W_+ 的 C 宇称为 $+1$, W_- 的 C 宇称为 -1 . 上述三胶子中间态只能是 W_- .

同样, 用双色荷表示每个胶子的色八重态:

$$\left. \begin{aligned} g_1 = R\bar{G}, g_2 = R\bar{B}, g_3 = G\bar{B}, g_4 = G\bar{R}, g_5 = B\bar{R}, g_6 = B\bar{G}, \\ g_7 = \frac{1}{\sqrt{2}}(R\bar{R} - G\bar{G}), g_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B}). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

A, B, C 三个胶子都可表示为下述 $(1, 1)$ 型八维张量:

$$\left[\begin{array}{ccc} \frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} & g_1 & g_2 \\ g_4 & -\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} & g_3 \\ g_5 & g_6 & -\frac{2g_8}{\sqrt{6}} \end{array} \right] \quad (9)$$

代入(6)式, 即得所需的三胶子系统颜色波函数:

$$\begin{aligned} W_- = & \left(\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_A \left[\left(\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_B \left(\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_C + g_{1B}g_{4C} + g_{2B}g_{5C} \right] \\ & + g_{1A} \left[g_{4B} \left(\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_C + \left(-\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_B g_{4C} + g_{3B}g_{5C} \right] \\ & + g_{2A} \left[g_{5B} \left(\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_C + \left(-\frac{2g_8}{\sqrt{6}} \right)_B g_{5C} + g_{6B}g_{4C} \right] \\ & + g_{4A} \left[\left(\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right) g_{1C} + g_{1B} \left(-\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_C + g_{2B}g_{6C} \right] \\ & + \left(-\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_A \left[g_{4B}g_{1C} + \left(-\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_B \left(-\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_C + g_{3B}g_{6C} \right] \\ & + g_{3A} \left[g_{5B}g_{1C} + \left(-\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_C g_{6B} + g_{6C} \left(-\frac{2g_8}{\sqrt{6}} \right)_B \right] \\ & + g_{5A} \left[\left(\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_B g_{2C} + g_{1B}g_{3C} + g_{2B} \left(-\frac{2g_8}{\sqrt{6}} \right)_C \right] \\ & + g_{6A} \left[g_{4B}g_{2C} + \left(-\frac{g_7}{\sqrt{2}} + \frac{g_8}{\sqrt{6}} \right)_B g_{3C} + g_{3B} \left(-\frac{2g_8}{\sqrt{6}} \right)_C \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(-\frac{2g_8}{\sqrt{6}}\right)_A [g_{5B}g_{2C} + g_{6B}g_{3C} + \left(-\frac{2g_8}{\sqrt{6}}\right)_B \left(-\frac{2g_8}{\sqrt{6}}\right)_C] \\
 & + (AB \text{ 交换项}). \tag{10}
 \end{aligned}$$

将(8)代入(10)式,即能写出类似(3)的由 A、B、C 双色荷明显表示的全部组态,但它过于冗长,不再列出。

三、各种色荷间的引力弦

如引言中所述,Lund 弦模型推广到 $q\bar{q}g$ 及 ggg 等包含胶子的情况,是以对 QCD 的下述理解为基础:胶子的双色荷,与 $q\bar{q}$ 色八重态系统的 QCD 性质等价;其中每个色荷,也和 q 及 \bar{q} 携带的单色荷一样,可与其它部分子携带的色荷独立发生相互作用。当这相互作用为引力场时,便认为它们间形成了“弦”。

因为每个胶子可携带 $R, G, B, \bar{R}, \bar{G}, \bar{B}$ 六种色荷,两胶子间或胶子与另一对 q, \bar{q} 之间色荷的作用,就可能有 $6 + (6 \times 5)/2 = 21$ 种不同组合,如 $R-R, R-G, R-\bar{G}, \bar{R}-\bar{G}$, 等等。虽然我们无法对它们的作用力作可靠定量计算,但从过去强子谱的研究知道,即使对强子结构这种典型非微扰 QCD 现象,用微扰 QCD 近似

$$V \propto \sum_{K=1}^8 F_C^K(1)F_C^K(2) = \frac{1}{2}(C^2 - \frac{8}{3}) \tag{11}$$

给出的 $q-q, q-\bar{q}, \bar{q}-\bar{q}$ 间引力还是斥力的定性判断,仍是正确的^[8]。

式中 $F_C^K = \frac{1}{2}\lambda^K$, λ^K 是 $SU(3)_c$ 群的 Gell-Mann 矩阵, C 是这一对色荷所处的 $SU(3)_c$

状态的平方 Casimir 算子的本征值。表 1 列出它在不同状态时的 C^2 及 $\sum_{K=1}^8 F_C^K(1)F_C^K(2)$ 值,

表 1

色组合所处状态	1	$3, \bar{3}$	$6, \bar{6}$	8
C^2 值	0	4/3	1/3	3
$\sum_{K=1}^8 F_C^K(1)F_C^K(2)$	-4/3	-2/3	1/3	1/6
引力或斥力	引	引	斥	斥

就是说,分属不同部分子的两种色荷之间是引力还是斥力,能否拉弦,取决于在整个系统波函数(如(3)或(10))中,这对色荷所处的状态。

1. 对色与反色之间九种情况: $R-\bar{R}, B-\bar{B}, G-\bar{G}$ 及 $R-\bar{G}, R-\bar{B}, G-\bar{R}, G-\bar{B}, B-\bar{R}, B-\bar{G}$ 。因 $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$ 。只有其中前三种组合处于单态

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(R\bar{R} + B\bar{B} + G\bar{G}) \tag{12}$$

而非 8 重态

$$R\bar{G}, R\bar{B}, B\bar{G}, B\bar{R}, G\bar{R}, G\bar{B}, \frac{1}{\sqrt{2}}(R\bar{R} - B\bar{B}), \frac{1}{\sqrt{6}}(R\bar{R} + B\bar{B} - 2G\bar{G}) \tag{13}$$

时,才有引力弦.

2. 对色与色,或反色与反色之间十二种情况: $R-B, B-G, G-R, \bar{R}-\bar{B}, \bar{B}-\bar{G}, \bar{G}-\bar{R}$ 及 $R-R, B-B, G-G, \bar{R}-\bar{R}, \bar{B}-\bar{B}, \bar{G}-\bar{G}$, 只有前六种处于 3 或 $\bar{3}$ 反对称态

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}}(RB-BR), \frac{1}{\sqrt{2}}(BG-GB), \frac{1}{\sqrt{2}}(GR-RG) \\ \text{或} & \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{R}\bar{B}-\bar{B}\bar{R}), \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{B}\bar{G}-\bar{G}\bar{B}), \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{G}\bar{R}-\bar{R}\bar{G}) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \bar{3} \\ 3 \end{array} \quad (14)$$

而非 6 重态或 $\bar{6}$ 态

$$\left. \begin{aligned} & RR, BB, GG, \frac{1}{\sqrt{2}}(RB+BR), \frac{1}{\sqrt{2}}(RG+GB), \frac{1}{\sqrt{2}}(GB+BG) \\ & \bar{R}\bar{R}, \bar{B}\bar{B}, \bar{G}\bar{G}, \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{R}\bar{B}+\bar{B}\bar{R}), \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{R}\bar{G}+\bar{G}\bar{B}), \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{G}\bar{B}+\bar{B}\bar{G}) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} 6 \\ \bar{6} \end{array} \quad (15)$$

时,才有引力弦.

由上可见,色与非互补反色、及所有相同色或相同的反色的十二种情况,由于只能处于 8, 6, $\bar{6}$ 状态,永不可能拉弦. 其它情况能否拉弦,要看它们在整个系统颜色波函数中,处于什么状态.

四、 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ 系统的色弦结构

从上面看到,对 $q\bar{q}g$ 及 $3g$ 系统的分析方法是一样的,但 $q\bar{q}g$ 的色单态波函数简单得多,而且不象 $\Upsilon \rightarrow 3g$ 系统, $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ 可以能量很高,使 qg 及 $g\bar{q}$ 在其本身质心系的能量也很高, α_s 明显小于 1 (如目前的 LEP 能区),使上节基于微扰 QCD 的力弦分析更可靠. 另外,按 Lund 组最近对 Parton-hadron duality 的研究^[9],这时末态强子的多重数和动量分布,主要由强子化前部分子 $q\bar{q}g$ 的色弦结构决定,甚至可从三喷注实验直接检验色弦结构.

对色单态 $q\bar{q}g$ 系统, $q-g$ 或 $\bar{q}-g$ 之间的作用,可来自 q 与 \bar{q} 的色荷与 g 中反色荷的相互作用 ($3 \otimes \bar{3}$). 按这种组合将 (3) 写出:

$$\begin{aligned} W = & [(R_q \bar{R}_g + B_q \bar{B}_g + G_q \bar{G}_g)(\bar{R}_q R_g + \bar{B}_q B_g + \bar{G}_q G_g)] - \frac{1}{3} [(R_q \bar{G}_g)(\bar{R}_q G_g) \\ & + (R_q \bar{B}_g)(\bar{R}_q B_g) + (B_q \bar{R}_g)(\bar{B}_q R_g) + (B_q \bar{G}_g)(\bar{B}_q G_g) + (G_q \bar{R}_g)(\bar{G}_q R_g) \\ & + (G_q \bar{B}_g)(\bar{G}_q B_g) + (R_q \bar{R}_g)(\bar{R}_q - R_g) + (B_q \bar{B}_g)(\bar{B}_q B_g) + (G_q \bar{G}_g)(\bar{G}_q G_g)] \quad (16) \end{aligned}$$

明显看出其中第一项

$$W_1 = [(R_q \bar{R}_g + B_q \bar{B}_g + G_q \bar{G}_g)(\bar{R}_q R_g + \bar{B}_q B_g + \bar{G}_q G_g)] \quad (17)$$

$q-g, g-\bar{q}$ 分别都构成色单态弦 (以下以 $[1, 1]$ 表示这种弦态). 第二项中 $q-g, g-\bar{q}$ 的色与反色组合,则都处于色 8 重态,作用为斥力,不能形成弦.

另一方面, $q-g$ (或 $\bar{q}-g$) 之间的作用,也可来自 q (或 \bar{q}) 色荷与 g 中色荷 (或反色荷) 的作用 (即 $3 \otimes 3$ 或 $\bar{3} \otimes \bar{3}$). 按这种组合将 (3) 写出并加以整理:

$$W = \frac{2}{3} \{ (R_q R_g)(\bar{R}_q \bar{R}_g) + (B_q B_g)(\bar{B}_q \bar{B}_g) + (G_q G_g)(\bar{G}_q \bar{G}_g) \}$$

$$\begin{aligned}
& + [(R_q B_g)(\bar{B}_q \bar{R}_g) + (B_q R_g)(\bar{R}_q \bar{B}_g)] \\
& + [(R_q G_g)(\bar{G}_q \bar{R}_g) + (G_q R_g)(\bar{R}_q \bar{G}_g)] \\
& + [(B_g G_g)(\bar{G}_q \bar{B}_g) + (G_q B_g)(\bar{B}_q \bar{G}_g)] \\
& + \frac{1}{3} \{ (R_q B_g - B_q R_g)(\bar{B}_q \bar{R}_g - \bar{R}_q \bar{B}_g) + (R_q G_g - G_q R_g) \\
& \quad (\bar{G}_q \bar{R}_g - \bar{R}_q \bar{G}_g) + (G_q B_g - B_q G_g)(\bar{B}_q \bar{G}_g - \bar{G}_q \bar{B}_g) \} \quad (16a)
\end{aligned}$$

即看出,第一大项中 $3 \otimes 3$ 及 $\bar{3} \otimes \bar{3}$ 的组合,都处于对称 6 重态,不能形成弦.但第二大项:

$$\begin{aligned}
W_2 = & \{ (R_q B_g - B_q R_g)(\bar{B}_q \bar{R}_g - \bar{R}_q \bar{B}_g) + (R_q G_g - G_q R_g)(\bar{G}_q \bar{R}_g - \bar{R}_q \bar{G}_g) \\
& + (G_q B_g - B_q G_g)(\bar{B}_q \bar{G}_g - \bar{G}_q \bar{B}_g) \} \quad (18)
\end{aligned}$$

中, $q-g$ 处于反对称的 $\bar{3}$ 重态, $g-\bar{q}$ 则处于反对称的 3 重态,都形成引力弦.(以下以 $[\bar{3}, 3]$ 表示这种弦态).这时两条弦都不是色单态,但两条弦在一起构成色单态.

而且仔细对照(16)及(16a)式不难看到,(16)中不能构成 $[1, 1]$ 色单态弦的项,正好可全部构成 $3 \otimes 3$ (或 $\bar{3} \otimes \bar{3}$) 的 $\bar{3}$ (或 3) 引力弦 $[\bar{3}, 3]$. 而且容易直接验证

$$W = \frac{2}{3} W_1 + \frac{1}{3} W_2. \quad (16b)$$

所以, $q-g$ 及 $g-\bar{q}$ 都构成色单态弦 $[1, 1]$ 的权重为 $[\frac{2}{3} \times (\sqrt{3})^2]^2 = 4$, 只能构成 $\bar{3}$ 及 3 弦态 $[\bar{3}, 3]$ 的权重为 $[\frac{1}{3} (\sqrt{2})^2]^2 = \frac{4}{9}$. 即前者几率为 90%, 后者占 10%.

将上面直接从 QCD 得到的 $q\bar{q}g$ 色弦结构与 Lund 假定的弦结构模型比较, 表明:

a). Lund 模型假定 $q\bar{q}g$ 系统总能在 $q-g$ 及 $g-\bar{q}$ 向拉两条引力色弦是符合实验的.

b). Lund 模型认为这两条色弦都来自色与反色作用, 并构成两条能独立的色单态弦 (与 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ 间的弦一样), 则只是仅考虑了占 90% $[1, 1]$ 色弦结构的一种近似.

五、 $\Upsilon \rightarrow 3g$ 系统的色弦结构

用完全类似上节中的步骤和方法, 可以从 $\Upsilon \rightarrow 3g$ 系统的颜色波函数(10)式出发, 研究其色弦结构. 因波函数(10)比(3)复杂得多, 这里省略计算证明过程, 只给出最后结果.

可以证明, 将(8)代入(10)式, 并对其中的项, 重新组合分类后, 即得

$$W_- = W_1 + W_2 + W_3. \quad (19)$$

这里的

$$\begin{aligned}
W_1 = & \frac{2}{9} [(R_A \bar{R}_B + B_A \bar{B}_B + G_A \bar{G}_B)(R_B \bar{R}_C \\
& + B_B \bar{B}_C + G_B \bar{G}_C)(R_C \bar{R}_A + B_C \bar{B}_A + G_C \bar{G}_A) \\
& + (\text{前项中所有色指标变为相应互补色的项})]. \quad (20)
\end{aligned}$$

其中下标 A、B、C 分别表示三个胶子, R_A 则表示胶子 A 携带的红色荷, 等等. 显然, W_1 中 A-B, B-C, A-C 三对胶子的色与反色, 都构成色单态弦. 并用 $[1, 1, 1]$ 表示这种色弦状态.

$$W_2 = D + (D \text{ 中 A、C 脚标置换}) + (D \text{ 中 B、C 脚标置换}). \quad (21)$$

其中

$$D = (11/81)(R_A\bar{R}_B + B_A\bar{B}_B + G_A\bar{G}_B)[(R_B B_C - B_B R_C)(\bar{R}_C\bar{B}_A - \bar{B}_C\bar{R}_A) \\ + (B_B G_C - G_B B_C)(\bar{B}_C\bar{G}_A - \bar{G}_C\bar{B}_A) + (G_B R_C - R_B G_C)(\bar{G}_C\bar{R}_A - \bar{R}_C\bar{G}_A)] \\ + (\text{上述各项中所有色指标换成其互补色的项}). \quad (22)$$

不难看出, W_2 中 A-B, B-C, A-C 三对胶子之间也都形成引力弦. 但这三条弦中, 总是两条为 3 及 $\bar{3}$ 弦, 另一条为色单态弦. 我们用 $[3, \bar{3}, 1]$ 表示这种色弦状态.

$$W_3 = E + (E \text{ 中 A, C 脚标置换}) + (E \text{ 中 B, C 脚标置换}). \quad (23)$$

其中

$$E = (2/27)\{(R_A\bar{B}_B)(B_B G_C - G_B B_C)(\bar{R}_A\bar{G}_C - \bar{G}_A\bar{R}_C) \\ + (R_A\bar{G}_B)(G_B B_C - B_B G_C)(\bar{R}_A\bar{B}_C - \bar{B}_A\bar{R}_C) \\ + (G_A\bar{R}_B)(R_B B_C - B_B R_C)(\bar{G}_A\bar{B}_C - \bar{B}_A\bar{G}_C) \\ + (G_A\bar{B}_B)(B_B R_C - R_B B_C)(G_A\bar{R}_C - \bar{R}_A\bar{G}_C) \\ + (B_A\bar{R}_B)(R_B G_C - G_B R_C)(\bar{B}_A\bar{G}_C - \bar{G}_A\bar{B}_C) \\ + (B_A\bar{G}_B)(G_B R_C - R_B G_C)(\bar{B}_A\bar{R}_C - \bar{R}_A\bar{B}_C) \\ + (1/6)(R_A\bar{R}_B + B_A\bar{B}_B - 2G_A\bar{G}_B)[(G_B R_C - R_B G_C)(\bar{R}_A\bar{G}_C - \bar{G}_A\bar{R}_C) \\ + (B_B G_C - G_B B_C)(\bar{G}_A\bar{B}_C - \bar{B}_A\bar{G}_C) - 2(B_B R_C - R_B B_C)(\bar{R}_A\bar{B}_C - \bar{B}_A\bar{R}_C)] \\ + (1/2)(R_A\bar{R}_B - B_A\bar{B}_B)[(B_B G_C - G_B B_C)(\bar{B}_A\bar{B}_C - \bar{B}_A\bar{G}_C) \\ - (G_B R_C - R_B G_C)(\bar{R}_A\bar{G}_C - \bar{G}_A\bar{R}_C)]\} \\ + (\text{上述各项中所有色指标换成其互补色的项}). \quad (24)$$

将 W_3 与 W_2 对照, 容易看到, W_3 和 W_2 的根本区别是, 虽然 W_3 和 W_2 一样, A-B, B-C, A-C 三对胶子之间, 都有两对形成 3 及 $\bar{3}$ 色弦. 但余下的那一对胶子间, 在 W_2 中是处于色单态, 存在引力弦. 而在 W_3 中, 则总是处在色八重态. 从第三节的证明看到, 这时两个色荷间永为斥力, 不能拉弦. 就是说, 在 W_3 的情况, 一个胶子 A, B, C 只能通过两条 3, $\bar{3}$ 弦相互联接, 不能象 Lund 模型假定的那样, 构成三角形的封闭弦. 我们用 $[3, \bar{3}0]$ 表示 W_3 的这种色弦状态, 它是 Lund 模型中未考虑到的.

用归一化的(12)-(14)写出 W_1, W_2, W_3 中 $[1, 1, 1], [3, \bar{3}, 1], [3, \bar{3}0]$ 等色弦组态, 并注意 W_2, W_3 中包括任两胶子间都可出现 1 或 0 的三种情况. 即可算出上述三类色弦结构的几率分别为 65%, 32% 及 3%. Lund 图象相当忽略了 3% 的 $[3, \bar{3}, 0]$. 这时, $[3, \bar{3}, 1]$ 仍占 32% 以上, 即每两胶子间的色力场仍可为 3, $\bar{3}$ 或 1, 只有三条弦联接的总体, 才是色单态弦. 这一重要特征, 则已被 Lund 模型正确反映.

六、结 论

Lund 模型对 $e^+e^- \rightarrow 3\text{jet}$ 和 Υ 强衰变的解释, 是以图 1, 2 所示的 $q\bar{q}g$ 及 $3g$ 色弦结构为基础, 详见第一节. 但它们是否正确, 至今没有严格的理论证明. 本文直接从 $q\bar{q}g$ 及 $3g$ 的颜色波函数, 用 QCD 全面研究了它们的色弦结构. 发现 $q\bar{q}g$ 有 10% 的组态 $q-g, g-\bar{q}$ 间为不能独立碎裂的 $\bar{3}$ 与 3 态弦, 其余 90% 全部形成两条色单态弦. $3g$ 系统有 3% 的组态只能形成两条 3 与 $\bar{3}$ 色弦, 其余全部形成三条色弦, 但任何两个胶子间的色弦都是 1, 3, $\bar{3}$

色弦的混合,只有三条在一起(构成三角形封闭弦)才永为色单态.因而每条弦虽然都能产生夸克对,但不能分别量子化.上述结果表明,Lund色弦结构模型,相当在 $q\bar{q}g$ 情况忽略 $\bar{3}$ 与 3 弦,在 $3g$ 情况,忽略了3%只形成两条弦的组态.是对实际情形一个好的简化近似.

作者对科研组集体,尤其王群同志给予的重要帮助表示感谢.

参 考 文 献

- [1] P. Field and P. P. Feynman, *Nucl. Phys.*, **B136**(1978),1;
P. Hoyer et al., *Nucl. Phys.*, **B161**(1979),349;
A. Ali et al., *Phys. Lett.*, **B93**(1980),155.
- [2] B. Andersson et al., *Phys. Rep.* **97**(1983),31.
- [3] J. B. Gaffney and A. H. Mueller, *Nucl. Phys.*, **B250**(1985),109.
- [4] OPAL Collab., M. K. Akrawy et al., *Phys. Lett.*, **B261**(1991),334, and the references therein;
JADE Collab., W. Bart et al., *Phys. Lett.*, **B134**(1984),215.
- [5] B. Andersson et al., *Phys. Scripta* **32**(1985),574.
- [6] D. Wegener, in proceedings of XXI International Symposium on Multiparticle DYNAMICS, eds. Wu Yuanfang et al., (World Scientific, Singapore 1992), p. 107, and the references therein.
- [7] Ya. I. Azimov et al., *Phys. Lett.*, **B165**(1985),147.
- [8] For a review see D. Flamm and F. Schoberl "Introduction to the quark model of elementary particles", Gordon and Breach Science Publishers, 1982, Sec. 3. 2.
- [9] B. Andersson et al., *Z. Phys.*, **C44**(1989),461.

The Structures of Colour String for $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ and $Y \rightarrow 3g$

TIAN LILI

(Jinan University, 25002)

XIE QUBING SI ZONGGUO

(Department of Physics, Shandong University, Jinan 250100)

ABSTRACT

In Lund model, the explanation of $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g \rightarrow 3$ jets and $T \rightarrow 3g \rightarrow h'$'s is based on applying Lund string fragmentation model to their assumed structures of colour string for $q\bar{q}g$ and $3g$ systems. In this paper, starting from the colour wave functions of $q\bar{q}g$ and $3g$ systems, we study these colour string structures by QCD directly. The results reveal the reasonableness and accuracy of Lund string pictures.