

# 带三体势的 IBM1 的 $O(6)$ 极限对 偶偶 Pt 核的应用

王黄生 廖继志

(四川大学物理系 成都 610064)

1992年4月15日收到

## 摘 要

通过在 IBM1 哈密顿中,引入一种简单的等效三体势, $O(6)$ 核能谱可得到不同程度的修正. 本文具体计算了 $^{192-198}\text{Pt}$ 偶偶同位素核的能谱和  $E2$  跃迁几率,理论计算值与实验数据符合较好.

**关键词** 三体势,  $O(6)$  极限,  $E2$  跃迁, 等效电荷.

## 1 引 言

根据 Arima 和 Iachello 提出的相互作用玻色子模型(IBM)<sup>[1]</sup>,原子核中存在 $U(5)$ 、 $O(6)$ 、 $SU(3)$  三种动力学对称性. 但实际的原子核并不具有很纯的对称性,一般是某几种对称性的混合,因而研究三种极限对称性破缺的问题,就成为 IBM 理论中一个很活跃的方面. 早在1984年 Heyde 等人就在 IBM1 中引入了三体相互作用<sup>[2]</sup>,研究三种极限下的三轴形变,为了解决  $O(6)$  极限中与 Staggering 现象相关的困难,也曾有人求助于 d 玻色子之间的三体相互作用<sup>[3-5]</sup>. 在上述工作中采用形如 $[(d^+d^+)^{(2)}d^+]^{(3)} \cdot [(\tilde{d}\tilde{d})^{(2)}\tilde{d}]^{(3)}$  的三体项,结果能减弱能谱中的 Staggering 现象. 文献[6, 7]以不同形式将三体相互作用引入 IBM2 哈密顿. 计算结果表明,虽然 Staggering 现象基本消失,但能级间隔随  $\tau$  值增大而过快地增加,使能级整体符合情况变坏. 我们在最近的工作中引入了另一种形式的三体相互作用<sup>[8]</sup>,并实际计算了一些  $O(6)$  核的能谱,与纯  $O(6)$  极限能谱比较,和实验谱的整体符合情况有较明显的改善. 本文进一步讨论引入三体势后的  $E2$  跃迁几率问题,并对偶偶 Pt 核作了实际计算,从与实验符合的情况来看,结果也是比较令人满意的.

## 2 模型哈密顿量和 $E2$ 跃迁

本文沿用前文<sup>[8]</sup>的符号,模型哈密顿量有如下形式:

$$H = H_{O(6)} + V_3, \quad (1)$$

其中  $H_{O(6)}$  是标准的 IBM  $O(6)$  极限哈密顿量:

$$H_{O(6)} = AC_{2O(6)} + BC_{2O(5)} + CC_{2O(3)}, \quad (2)$$

$C_{2O(6)}$ 、 $C_{2O(5)}$  和  $C_{2O(3)}$  分别是群  $O(6)$ 、 $O(5)$ 、和  $O(3)$  的二次 Casimir 算子;  $V_3$  为三体相互作用势

$$V_3 = 5P \sum_L \sum_I W(2222; 2I) [(d^+ d^+)^{(I)} d^+]^{(L)} \cdot [(\tilde{d} \tilde{d})^{(I)} \cdot \tilde{d}]^{(L)}, \quad (3)$$

经过一系列简化运算, 上式可以重写为:

$$V_3 = P(n_d - 2) [(d^+ \tilde{d})^{(2)} \cdot (d^+ \tilde{d})^{(2)} - n_d]. \quad (4)$$

哈密顿量(1)的本征态波函数可以按  $O(6)$  基  $|[n], \sigma, \tau, \nu, L, M\rangle$  展开

$$|\phi_{L\sigma}\rangle = \sum_{\sigma\tau\nu} A_{\sigma\tau\nu}^{L\sigma} |[n], \sigma, \tau, \nu, L, M\rangle, \quad (5)$$

其中  $\sigma$  为附加量子数, 用以区分  $L$  相同的不同态. 这样, 在  $O(6)$  基中对角化哈密顿量(1)即可求得能谱和波函数. 为此, 可以用  $U(5)$  基展开  $O(6)$  基<sup>[9]</sup>:

$$|[n], \sigma, \tau, \nu, L, M\rangle = \sum_{n_d} \xi_{n_d, \tau}^{\sigma} |[n], n_d, \tau, \nu, L, M\rangle, \quad (6)$$

能量矩阵元的计算已在文献[8]中给出, 这里从略.

现在讨论  $E2$  跃迁问题. 在相互作用玻色子模型中,  $E2$  跃迁算符的一般表达式为:

$$T(E2)_K = e_2 \{ (s^+ \tilde{d} + d^+ \tilde{s})_K^2 + \chi (d^+ \tilde{d})_K^2 \}, \quad (7)$$

其中  $e_2, \chi$  是参数,  $e_2$  相当于有效电荷,  $\chi$  决定  $T(E2)_K$  中两项的相对重要性. 在  $O(6)$  极限下, 一般取  $\chi = 0$ , 则

$$T(E2)_K = e_2 (d^+ \tilde{s} + s^+ \tilde{d})_K^2, \quad (8)$$

正是  $O(6)$  群的无穷小生成元. 它在  $O(6)$  基中的约化矩阵元为:<sup>[9]</sup>

$$\begin{aligned} F_{L'L}(\tau) &= \langle [n], \sigma' = n, \tau + 1, \nu', L' \| T(E2) \| [n], \sigma = n, \tau, \nu, L \rangle \\ &= e_2 \frac{[(n - \tau)(n + \tau + 4)]^{1/2}}{2(n + 1)} \times \left[ (n + \tau + 3) \frac{a_{L'L}(\tau)}{(2\tau + 5)^{1/2}} \right. \\ &\quad \left. + (n - \tau - 1) \frac{b_{L'L}(\tau)}{2^{1/2}} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

这里

$$\begin{aligned} a_{L'L}(\tau) &= \langle \tau + 1, \tau + 1, \nu', L' \| d^+ \| \tau, \tau, \nu, L \rangle, \\ b_{L'L}(\tau) &= \langle \tau + 1, \tau + 1, \nu', L' \| d \| \tau + 2, \tau, \nu, L \rangle. \end{aligned}$$

加三体势后,  $T(E2)_K$  仍取上面的形式, 其约化矩阵元为(仅限于  $\sigma = n$  的情形):

$$\begin{aligned} \langle \phi_{L'\sigma} \| T(E2) \| \phi_{L\sigma} \rangle &= \sum_{\tau'\nu'} \sum_{\tau\nu} A_{\tau\nu}^{L\sigma} A_{\tau'\nu'}^{L'\sigma'} \langle [n], \sigma' = n, \tau', \nu', L' \| \\ T(E2) \| [n], \sigma = n, \tau, \nu, L \rangle &= \sum_{\tau'\nu'} \sum_{\tau\nu} A_{\tau\nu}^{L\sigma} A_{\tau'\nu'}^{L'\sigma'} (F_{L'L}(\tau) \delta_{\tau', \tau+1} \\ &\quad + (-1)^{L'-L} F_{L'L}(\tau - 1) \delta_{\tau', \tau-1}). \end{aligned} \quad (10)$$

由于限制了  $\sigma = \sigma' = n$ , 故上式中已将  $A_{\tau\nu}^{L\sigma}$  简写成  $A_{\tau\nu}^{L\sigma}$ .

由上式即可算出  $E2$  跃迁的约化跃迁几率或  $B(E2)$  值,

$$B(E2; L_i \rightarrow L_f) = \frac{1}{2L_i + 1} |\langle L_f || T(E2) || L_i \rangle|^2. \quad (11)$$

### 3 计算结果和讨论

本文通过对 $^{192-198}\text{Pt}$  偶偶同位素核的计算, 检验了带有三体项的  $O(6)$  极限能谱和  $B(E2)$  值与实验数据的符合情况。结果表明, 引入三体项后, 从整体上改善了理论谱与实验谱的符合程度。特别是  $\tau$  值较大的能级的改进较为明显。(参看图 1, 2)。这是因为  $V_3$  中包含有  $[\tau(\tau + 3)]^2$  项的缘故<sup>[8]</sup>。

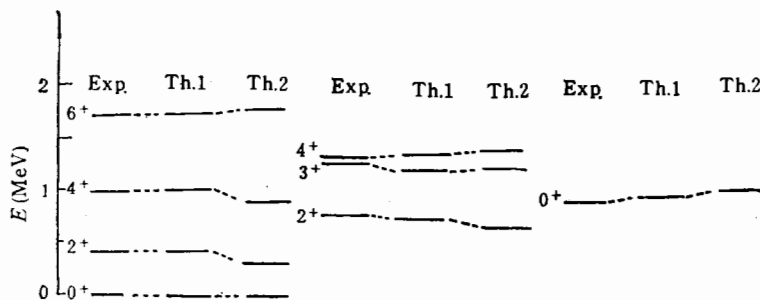


图 1  $^{198}\text{Pt}$  ( $N = 5$ ) 核能谱

图中 Th.1 代表加三体项后的  $O(6)$  极限谱, Th.2 代表 IBM1 的计算结果, Exp. 为实验数据。参数单位: keV。参数  $B = 468.9$ ,  $C = 18.01$ ,  $P = 12.98$ ;  $B' = 325.6$ ,  $C' = 18.65$ , Exp. 取自文献[10]。

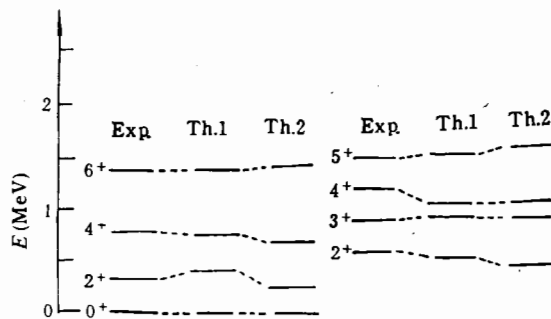


图 2  $^{192}\text{Pt}$  ( $N = 8$ ) 核能谱

图中各符号意义如图 1。参数  $B = 114.38$ ,  $C = 14.28$ ,  $P = -4.9$ ;  $B' = 251.61$ ,  $C' = 14.99$ , Exp. 取自文献[11]。

表 1 计算  $E2$  跃迁中用到的等效电荷(单位: eb)

	$^{192}\text{Pt}$	$^{194}\text{Pt}$	$^{196}\text{Pt}$	$^{198}\text{Pt}$
$e_2(\text{eb})$	0.1411	0.1470	0.1526	0.1536
$\frac{1}{2} (e_\pi + e_\nu)^{1/3}$	0.1538	0.1570	0.1598	0.1600

我们还计算了加三体项后,  $^{192-198}\text{Pt}$  偶偶同位素核的  $E2$  跃迁几率, 计算中等效电荷  $e_2$  的值是用  $B(E2; 2_1 \rightarrow 0_1)$  的实验值来确定的。表 1, 2 分别给出了各核素的  $E2$  等效电荷  $e_2$  值和约化跃迁几率  $B(E2)$ , 并与实验数据进行了比较。

表 2 Pt 同位素的  $E2$  约化跃迁几率(单位:  $e^2b^2$ )

	$I_i$	$I_f$	Cal.	Exp.	$I_i$	$I_f$	Cal.	Exp.
$^{198}\text{Pt}$	$2_1$	$0_1$	0.212	0.212(10) 0.218(14) 0.204(20)	$4_3$	$2_1$	$1.22 \times 10^{-3}$	
					$4_2$	$2_2$	0.0944	
	$2_2$	$2_1$	0.2697	0.262(38)	$4_2$	$4_1$	0.1236	
	$2_3$	$2_1$	$3.2 \times 10^{-4}$	0.040(25)	$6_1$	$4_1$	0.2596	$\leq 0.395$
	$4_1$	$2_1$	0.2695	0.2700(23)	$6_2$	$4_2$	0.118	
$^{196}\text{Pt}$	$2_1$	$0_1$	0.280	0.280(8) 0.276(1) 0.264(11) 0.288(14)	$4_1$	$2_1$	0.3666	0.409(22) 0.403(32)
					$4_2$	$2_2$	0.121	0.177 0.177(35)
	$2_2$	$2_1$	0.3666	0.318(23) 0.350(31)	$4_3$	$3_1$	0.0298	
	$3_1$	$2_2$	0.1646		$4_2$	$4_1$	0.1778	0.193(97)
	$3_1$	$4_1$	0.1066		$6_1$	$4_1$	0.3733	0.421(116)
$^{194}\text{Pt}$	$2_1$	$0_1$	0.332	0.332(12) 0.324(3)	$4_2$	$4_1$	0.2225	0.87(43) 0.28(12) 0.18(6)
					$6_1$	$4_1$	0.4672	0.48(14) 0.32(8)
	$2_2$	$2_1$	0.4435	0.423(15)	$6_1$	$4_1$	0.4672	
	$3_1$	$2_2$	0.1877					
	$4_1$	$2_1$	0.4434	0.449(22) 0.47(14)	$6_2$	$4_2$	0.20	0.28(6)
$^{192}\text{Pt}$	$2_1$	$0_1$	0.382	0.382(12) 0.367(4) 0.42(2)	$6_2$	$6_1$	0.1397	
					$8_1$	$6_1$	0.4389	0.36(11)
	$2_2$	$2_1$	0.517	0.18(6) 0.28(12) 0.69(39)	$4_1$	$3_1$	0.1018	
	$3_1$	$2_2$	0.2076	0.423(15)	$4_2$	$4_1$	0.2653	
	$4_1$	$2_1$	0.5174	0.46(5) 0.43(6) 0.58	$6_1$	$4_1$	0.5572	0.48(14) 0.32(8)
$^{190}\text{Pt}$	$4_1$	$3_1$	0.1221	0.163(23)	$6_2$	$6_1$	0.1727	

注: 实验数据取自文献[12-20].

从计算结果来看, 除一些较弱的跃迁外, 理论计算值都很好地区现了实验值。但包含三体项的计算结果与 IBM1 的极限情况相比, 一般修正较小。其原因很可能来源于这样一个事实, 即当哈密顿量中包含三体势时, 相应地也应将  $E2$  算符扩展到较高级, 而本计算并未这样做。但是本文的结果与有三体修正的 IBM2<sup>[7]</sup> 计算值大体吻合。不过文献[7]

中引入的三体相互作用与这里的三体势有所不同。本工作确定的  $E2$  等效电荷十分接近于 IBM2 中质子和中子  $E2$  等效电荷的平均值<sup>[7]</sup>, 变化趋势也一致:  $e_2$  随质量数(中子数)增加而增大, 如表 1 所示。

从能谱和  $E2$  跃迁几率两方面的情况来看, 我们引入的三体项对  $O(6)$  对称性造成了一定程度的破缺, 对  $O(6)$  核能谱有较明显改进,  $E2$  跃迁几率也与实验数据符合得比较好。但是对称破缺的程度显得不够大, 还不能再现像  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  之类的禁戒跃迁的实验  $B(E2)$  值,  $B(E2)$  的计算值与 IBM1 极限下的结果几乎相等, 这一点在 Heyde 等人的工作中<sup>[2]</sup>也有相同的结论, 且他们的  $T(E2)$  算符中已包含有  $(d^+\tilde{d})^{(2)}$  项。由此可见, 要得到更好的结果, 只有尝试将  $T(E2)$  算符中除了  $(d^+\tilde{d})^{(2)}$  项外, 再包含一些更高阶项, 或者在 IBM2 框架下进行考虑, 但无论哪种途径, 情况都要比现在复杂得多。

### 参 考 文 献

- [1] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **99**(1976) 253; **111**(1978)201.
- [2] K. Heyde et al., *Phys. Rev.*, **C29**(1984) 1420.
- [3] R.F. Casten et al., *Nucl. Phys.*, **A439**(1985)289.
- [4] A. Sevrin, K. Heyde and J. Jolie, *Phys. Rev.*, **C36**(1987)2631.
- [5] Sun HongZhou et al., *Phys. Letters*, **163B**(1985)7.
- [6] G.L. Long et al., *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **16**(1990)813.
- [7] Y.X. Liu et al., *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **17**(1991)877.
- [8] 王黄生, 廖继志, 高能物理与核物理, **16**(1992)954.
- [9] A.Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **123**(1979)468.
- [10] K. Stelzer and F. Rauch et al., *Phys. Lett.*, **70B** (1977)297.
- [11] R.L. Auble, *Nucl. Data Sheets*, **40**(1983)301.
- [12] H.H. Bolotin and A.E. Stuchbery et al., *Nucl. Phys.*, **A370**(1981)146.
- [13] R. Bijker and A.E. Dieperink et al., *Nucl. Phys.*, **A344**(1980)207.
- [14] S. Raman and C.H. Malarkey et al., *At Data Nucl. Data Tables*, **36**(1987)1.
- [15] G.J. Gyapong and R.H. Spear et al., *Nucl., Phys.*, **A458**(1986)165.
- [16] C. Baktash and J.X. Saladin et al., *Phys. Rev.*, **C18**(1978)131.
- [17] G.J. Gyapong et al., *Nucl. Phys.*, **470A** (1987)415.
- [18] E.Eid and N.M. Stewart, *Z. Phys.*, **320**(1985)495.
- [19] T. Venkova and W. Andrejtscheff, *At. Data Nucl. Data Tables*, **26**(1981)93.
- [20] I. Berkes et al., *Phys. Rev.*, **C6**(1972)1098.

## Applications of the $O(6)$ Limit of IBM1 with Three-Body Potential to the Even-Even Platinum Nuclei

Wang Huangsheng Liao Jizhi  
(Sichuan University, Chengdu, 610064)  
Received on April 15, 1992

### Abstract

By introducing a simple effective three-body potential into the IBM1 Hamiltonian, the spectra of  $O(6)$  nuclei are improved. In this paper, the calculations of energy spectra and  $E2$  transition probabilities of even-even  $^{192-198}\text{Pt}$  nuclei are carried out, and the results agree with experimental data fairly well.

**Key Words** Three-body potential,  $O(6)$  limit,  $E2$  transition, Effective charge.