第18卷 第11期 高能物理与核物理 Vol. 18, No. 11
1994年11月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 1994

1+1维 $U(1)$ Higgs 模型的 Non-contractable loop 和 Sphåleron*

李玉晓 时万钟 刘 力
(郑州大学物理系 郑州 450052)

1993年8月23日收到

摘 要

讨论圆周上的 $U(1)$ Higgs 模型,构造出了 Non-contractable loops, 并给出了 Sphaleron 和多 Sphaleron 解。

关键词 不可收缩圈, Sphaleron, 拓扑真空.

1 引 言

在标准电弱理论中,重子数和轻子数不是严格守恒的[1],其原因是费米子流反常及非阿贝尔规范理论具有复杂的真空结构. 拓扑不等价的真空之间的跃迁导致了相应过程的发生. 费米子数不守恒是一个非微扰现象. 拓扑跃迁有两种机制: 量子 tunnelling, 即 Instanton transition[1,2] 和 Over-barrier Classicalevolution, 即 Sphaleron transition[3,4]. 在通常条件下, 弱耦合理论的 Instanton 跃迁被一个半经典因子 $\exp(-4\pi/\alpha_W)\sim10^{-15}$ 指数地压低,因此,在实验上难以观察到这种过程,但是,在某些情况下,比如高温情况,拓扑跃迁可以通过 Sphaleron 机制实现,跃迁率将大为增加,事实上,这种情况对于早期宇宙,特别是对于宇宙中重子数不对称问题具有十分重要的意义.

Weinberg-Salam (WS) 理论中的 Sphaleron 是经典场方程的不稳定解,其能量代表拓扑不等价的真空之间势垒的高度,到目前为止,仅有数值解,因而使有限温度下,重子衰变率的计算受到极大的局限,正是这个原因,人们转向简单模型的研究,特别是 1+1 维的阿贝尔 Higgs 模型,正如 WS 模型那样,它也具有复杂的真空结构,通过对它的研究试图理解 WS 理论中的费米子数不守恒的问题.

Bochkarev 和 Shaposhnikov[5] 对全空间 $(L\to\infty)$ 1+1 维阿贝尔 Higgs 模型的 Sphaleron 跃迁作了解析研究,但他们所谓的 Sphaleron 实质上是 Kink. Grigoriev, Rubakov 和 Shaposhnikov[6]用数值方法,通过解实时间经典场方程,确实观察到了 Sphaleron 跃迁, 但他们所观察的体系是在有限空间 (L 有限). 因此对有限空间的 1+1 维 $U(1)$ Higgs 模型的解析研究将是有意义的. Brihaye 等[7] 在 Montan 和 Samols[8] 及 J.-Q. Liang[9] 等人对 $\lambda\varphi^4$ 模型研究的基础上, 给出了 1+1 维 $U(1)$ Higgs 模型的周期经典

* 河南省自然科学基金资助.

解,并讨论了这些解的简正模,显示了这些解的不稳定性。

为计算有限温度下重子衰变率，准确地确定 Sphaleron 及相应的能量是至关重要的，对此，我们认为最可靠,最明了的方法是构造 Non-Contractable loop (不可收缩圈)[3],这就是本文的动机。讨论的模型是:

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (\mathrm{D}_\mu\varphi)^*(\mathrm{D}^\mu\varphi) - V(\varphi),$$

$$V(\varphi) = \lambda\left(\varphi^*\varphi - \frac{v^2}{2}\right)^2, \quad F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu, \tag{1}$$

$$\mathrm{D}_\mu\varphi = \partial_\mu\varphi - \mathrm{i}eA_\mu\varphi.$$

空间坐标 $x \in \left[-\frac{L}{2}, +\frac{L}{2}\right]$，体系具有周期性边界条件，

$$\varphi\left(-\frac{L}{2}\right) = \varphi\left(+\frac{L}{2}\right), A_\mu\left(-\frac{L}{2}\right) = A_\mu\left(+\frac{L}{2}\right).$$

若 $U(1)$对称性自发破缺,则产生一个质量为 $M_{\mathrm{W}} = ev$ 的玻色子和一个质量为 $M_{\mathrm{H}} = \sqrt{2\lambda}v$ 的标量 Higgs 粒子。

2 1+1维 $U(1)$ Higgs 模型的真空结构

在正则 Hamiltonian 形式中,体系的能量泛函:

$$H = \int \mathrm{d}x\left\{\frac{1}{2}\Pi_1^2 + (\mathrm{D}^1\varphi)^*(\mathrm{D}_1\varphi) + V(\varphi) + \Pi_\varphi\Pi_{\varphi^*}\right\}, \tag{2}$$

其中

$$\Pi_1 = -F^{01} = -E_1, \quad \Pi_\varphi = (\mathrm{D}_0\varphi)^*, \quad \Pi_{\varphi^*} = \mathrm{D}_0\varphi. \tag{3}$$

分别为场 A_1, φ 和 φ^* 的正则动量，$\Pi_0 = 0$ 及相应的自洽性条件为体系的约束条件。

由(2)式可知,H是半正定的,体系具有最小能量(零能)的充要条件:

$$\varphi(x,t) = \frac{v}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha(x,t)},$$

$$\mathrm{D}_\mu\varphi = 0,$$

$$F_{\mu\nu}(x,t) = 0.$$

即

$$\varphi(x,t) = \frac{v}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha(x,t)}, \tag{4}$$

$$A_\mu(x,t) = \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x,t).$$

其中 $\alpha(x,t)$ 为任意函数,因此有连续的无穷多的经典极小，通常的微扰论真空期待值是其中之一，$\langle\varphi(x,t)\rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}$,$\langle A_\mu\rangle = 0$,对(4)式做规范变换得到的位形仍属于(4)式定义域中,于是(4)式位形称为“纯规范”。

位形(4)式并非都是物理上独立的,多余的部分是由规范不变性产生的，注意到其中有静态的和时间有关的位形，可以通过部分地固定规范消掉时间有关的部分，为此选择 $A_0=0$。

在 $A_0=0$ 规范下,经典最小能量位形为时间无关的集合:

$$\varphi(x)=\frac{v}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha(x)}$$
$$A_1(x)=\frac{1}{e}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\alpha(x) \tag{5}$$

此式仍有连续的无穷简并性。然而,选择 $A_0=0$ 并没有完全固定规范，还存在时间无关的规范自由度,下面从量子理论的角度处理这种自由度。

在正则 Hamiltonian 形式中，由于时间无关规范自由度，必须加上 Gauss 约束(Gauss 律)。

$$\begin{aligned}I(x)&\equiv \mathrm{Div}E_1(x)-j_0(x)\\&=\frac{\mathrm{d}E_1(x)}{\mathrm{d}x}-\mathrm{i}e[\varphi^*\mathrm{D}_0\varphi-\varphi(\mathrm{D}_0\varphi)^*]=0.\end{aligned} \tag{6}$$

容易证明在量子理论中,此式不能看成是算符方程，必须把 Gauss 律看作物理态的一个约束:

$$I(x)|\psi\rangle_{\mathrm{Phys}}=0. \tag{7}$$

构造算符:

$$U_\Lambda=\exp\left[\frac{\mathrm{i}}{e}\int\Lambda(x)I(x)\mathrm{d}x\right], \tag{8}$$

其中 $\Lambda(x)$ 为任意 C 数函数,显然

$$U_\Lambda|\psi\rangle_{\mathrm{Phys}}=|\psi\rangle_{\mathrm{Phys}}. \tag{9}$$

考虑函数 $\Lambda(x)$的子集 $\bar\Lambda(x)$: $\bar\Lambda(x)$ 满足 $\bar\Lambda\left(\pm\frac{L}{2}\right)=0$

则

$$U_{\bar\Lambda(x)}=\exp\left\{\mathrm{i}\int\left[\Pi_1\left(\frac{\partial_1\bar\Lambda}{e}\right)+\Pi_{\varphi^*}(-\mathrm{i}\bar\Lambda\varphi^*)+\Pi_\varphi(\mathrm{i}\bar\Lambda\varphi)\right]\mathrm{d}x\right\}. \tag{10}$$

所以 $U_{\bar\Lambda}$ 是与时间无关规范变换

$$\varphi\to\varphi'=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\bar\Lambda(x)}\varphi,\ \varphi^*\to\varphi'^*=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\bar\Lambda(x)}\varphi^*,$$
$$A_1\to A_1'=A_1+\frac{1}{e}\partial_1\bar\Lambda(x). \tag{11}$$

相应的量子理论中的算符,物理态在此算符作用下不变。

时间无关规范变换并不限于 $\bar\Lambda(x)$,对一般的 $\Lambda(x)$都存在相应的规范变换，并且都使 Lagrangian 和 Hamiltonian 不变，但是物理态并不一定在它们的变换下不变,由此,把时间无关规范变换分为“小规范变换”和“大规范变换”，物理态在小规范变换之下一定不变。

由上述讨论可知,所有的场位形 $\{\varphi,A_1\}$ 可以按照“小规范等价性”分成一些等价类,

仅仅这些类本身，而不是每一个位形才是体系的坐标。可以证明[10]，把(5)式的零能位形按小规范等价性分类与同伦分类完全相同，每一个同伦类由一个 Winding number 表征：

$$
\begin{aligned}
N_{cs} &= \frac{e}{2\pi}\int A_1 \mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{2\pi}\int \mathrm{d}x \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2\pi}\left[\alpha\left(\frac{L}{2}\right) - \alpha\left(-\frac{L}{2}\right)\right].
\end{aligned} \tag{12}
$$

因此，经典真空为分立的，无穷简并的零能位形集合。为具体起见，选择 Coulomb 规范，则经典真空为：

$$
\begin{aligned}
&N_{cs} = n, \\
&\varphi = \frac{v}{\sqrt{2}}\exp\left[\mathrm{i}\frac{2\pi n}{L}x\right],\ (n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots).
\end{aligned} \tag{13}
$$

3 非平庸的经典静态解

经典运动方程：

$$
\mathrm{D}_\mu[\mathrm{D}^\mu\varphi] = -2\lambda\left(|\varphi|^2 - \frac{v^2}{2}\right)\varphi, \tag{14a}
$$

$$
\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mathrm{i}e[(\mathrm{D}^\nu\varphi)^*\varphi - (\mathrm{D}^\nu\varphi)\varphi^*]. \tag{14b}
$$

其中 $\mu, \nu = 0, 1$.

选择 $A_0 = 0$ 规范，并考虑静态情形，则静态方程为：

$$
\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\varphi + \mathrm{i}e\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(A^1\varphi) + \mathrm{i}eA^1\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\varphi - e^2(A^1)^2\varphi \\
&= 2\lambda\left(|\varphi|^2 - \frac{v^2}{2}\right)\varphi,
\end{aligned} \tag{14c}
$$

$$
\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x}\right)\varphi^* - \left(\frac{\mathrm{d}\varphi^*}{\mathrm{d}x}\right)\varphi = -2\mathrm{i}eA^1\varphi\varphi^*. \tag{14d}
$$

此方程具有剩余规范不变性，将复标量场参数化：

$$
\varphi(x) = \frac{v}{\sqrt{2}}\exp[\mathrm{i}\rho(x)]\varphi'(x), \tag{15}
$$

其中 $\rho(x)$和 $\varphi'(x)$为实场，利用剩余规范对称性，取

$$
\varphi(x) = \frac{v}{\sqrt{2}}\exp\left[\mathrm{i}\frac{2\pi q}{L}x\right]\varphi'\ (\text{Coulomb 规范}). \tag{16}
$$

则 $A_1 = \frac{2\pi q}{eL}$, φ' 满足：

$$
\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\varphi'(x) = \frac{1}{2}M_H^2(\varphi'^2 - 1)\varphi'(x).
$$

此方程为 Kink 方程，其周期解为[8]：

$$\varphi'(x) = k\left(\frac{2}{1+k^2}\right)^{1/2}\mathrm{Sn}(b(k)x,k). \tag{17}$$

其中 $k(0\leqslant k\leqslant 1)$ 为参数，$b(k)=v\left(\frac{\lambda}{1+k^2}\right)^{1/2}$，$\mathrm{Sn}(u)$ 为 Jacobi 椭圆函数。

由此得到场方程(14)的非平庸的，有限能量的静态周期解：

$$\begin{aligned}&\varphi(x) = \frac{v}{\sqrt{2}}\exp\left[\mathrm{i}\frac{2\pi q}{L}x\right]\varphi'(x),\\ &A_0 = 0\\ &A_1 = \frac{2\pi q}{eL}.\end{aligned} \tag{18}$$

其中 q 为此解的 Chen-simons 荷，q 与 L 满足条件：

$$L = \frac{2mK(k)}{b(k)}\,(m=1,2,3,4,\cdots). \tag{19a}$$

$$q = \frac{1}{2}+n(m\text{ 为奇数});\; q = n(m\text{ 为偶数})(n=0,\pm1,\pm2,\cdots). \tag{19b}$$

其中 $K(k)$ 为第一类完全椭圆积分[11]，此式与 Brihaye 等人[7]的结果一致。

4　有限空间的 Non-contractable loops

正如引言中所说，为研究 Sphaleron，方便的方法是寻找连接不同的拓扑真空的路径，即在拓扑数取不同值(如 0 和 1)的真空之间插入一系列场位形 $\{\varphi(x,q),N_{cs}(q)\}$，这里将位形的 Chen-simons 数作为路径的参数。Bochkarev 和 Shaposhnikov[5] 研究了无限空间($L\to\infty$)的体系，他们所谓的 Sphaleron 实质上是 Kink。我们想在有限空间，找出 Non-contratable loop，从而确定有限空间的 Sphaleron。

在 $A_0=0$ 和 Coulomb 规范条件下，静态能量泛函：

$$E = \int \mathrm{d}x\{(\bar{\mathrm{D}}_1\varphi)^*(\bar{\mathrm{D}}_1\varphi)+V(\varphi)\}, \tag{20}$$

其中 $\bar{\mathrm{D}}_1\varphi = \partial_1\varphi - \mathrm{i}\frac{2\pi q}{L}\varphi$.

为消除常数场 q，作如下代换：

$$\varphi = \exp\left[\mathrm{i}\frac{2\pi q}{L}x\right]\varphi'\;(\text{此处 }\varphi'\text{ 复场}) \tag{21}$$

则

$$E = \int \mathrm{d}x\{(\partial_1\varphi')^*(\partial_1\varphi')+V(\varphi')\}. \tag{22}$$

令

$$\mathrm{Re}\varphi' = \frac{v}{\sqrt{2}}f,\; f\text{ 与 }x\text{ 无关，且 }|f|\leqslant 1. \tag{23}$$

由 $\frac{\delta E}{\delta \mathrm{Im}\varphi'}=0$ (希望找到能量极小的路径)，得

$$\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{Im}\varphi' - 2\lambda \mathrm{Im}\varphi'\left[(\mathrm{Im}\varphi')^2 + (\mathrm{Re}\varphi')^2 - \frac{v^2}{2}\right] = 0. \tag{24}$$

此方程为 Kink 方程,周期解为:

$$\mathrm{Im}\varphi' = \frac{bk}{\sqrt{\lambda}}\mathrm{Sn}(bx,k), \tag{25}$$

其中, $b(k) = v\left[\frac{1-f^2}{1+k^2}\lambda\right]^{1/2}$.

利用周期性边界条件 $\varphi'\left(-\frac{L}{2}\right) = e^{i2\pi q}\varphi'\left(\frac{L}{2}\right)$,容易证明: 仅当如下条件得到满足时,才存在 Non-contractable loops:

$$bL = 2mK(k),(m = 1,3,5,\cdots). \tag{26}$$

此时, Non-contractable loops 为:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Im}\varphi' &= vk\left(\frac{1-f^2}{1+k^2}\right)^{1/2}\mathrm{Sn}(bx,k),\\
\mathrm{Re}\varphi' &= \frac{v}{\sqrt{2}}f,\\
L &= \frac{2(2l+1)}{b}K(k),(l = 0,1,2,\cdots),\\
f &= \pm\frac{\sqrt{2}\,k\cos\pi q}{[\sin^2\pi q + k^2(1+\cos^2\pi q)]^{1/2}}.
\end{aligned} \tag{27}$$

其中"±"号的取舍依赖于 l 和 q,如 $0\leqslant q\leqslant 1$,则"±"分别对应 l 为奇数和 l 为偶数.

5 结论和讨论

利用上节所得到场位形(27),可以得到如下结论:

(1) 它们是以 q 为参数,连接不同拓扑真空的 Non-contractable loops.

首先,当 $q = n$ 时,$(n = 0,\pm1,\pm2,\cdots)$ $f = \pm(-1)^n$, $\mathrm{Re}\varphi' = \pm(-1)^n\frac{v}{\sqrt{2}}$, $\mathrm{Im}\varphi' = 0$,这些位形正是真空位形(13),当 q 连续地从 n 变到 $n+1$ 时,(27)就构成了连接 n-真空和 $(n+1)$-真空的路径. 当 $q = \frac{1}{2} + n$ 时, $f = 0$,

$$\begin{aligned}
b &= v\left(\frac{\lambda}{1+k^2}\right)^{1/2},\\
\mathrm{Im}\varphi' &= \frac{v}{\sqrt{2}}k\left(\frac{2}{1+k^2}\right)^{1/2}\mathrm{Sn}(bx,k),\\
\varphi' &= i\frac{v}{\sqrt{2}}k\left(\frac{2}{1+k^2}\right)^{1/2}\mathrm{Sn}(bx,k),\\
L &= \frac{2mk}{b},(m = 1,3,5,\cdots).
\end{aligned} \tag{28}$$

此形位正是第三节中得到的经典解 $q=\frac{1}{2}+n$ 的情况。

再者，位形(28)有零点，因为 Jacobi 椭圆函数 $\mathrm{Sn}(u)$有如下性质，$\mathrm{Sn}(u)=-\mathrm{Sn}(-u)$ 及 $\mathrm{Sn}(u+2k)=-\mathrm{Sn}(u)$，所以 $\mathrm{Sn}(2jk)=0,(j=0,\pm1,\pm2,\cdots)$，由此得到(28)的零点为：

$$bx=2jk,\ x=\frac{2jk}{b},(j=0,\ \pm1,\ \pm2,\cdots). \tag{29}$$

而 $q\neq\frac{1}{2}+n$，对应的位形均无零点，因此，(27) 为连接 n-真空和$(n+1)$-真空的 Non-contractable loops，对 0-真空和 1-真空的 Non-contractable loops，可用图 1 表示。

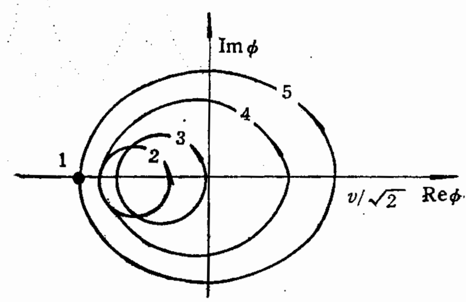

图 1　0-真空和 l-真空之间的一个 Non-contractable loops $(1=0)$

曲线"1"缩为"·"代表 0-真空，曲线"2"代表 $q<\frac{1}{2}$的一个位形，曲线"3"为 $q=\frac{1}{2}$ 的位形，曲线"4"代表 $q>\frac{1}{2}$ 的一个位形，曲线"5"为 1-真空

(2) 沿 Non-contractable loops 的静态能量。

将(27)式代入(22)式，可以得到：

$$E(q,k,l)=\sqrt{\lambda}\,v^3\frac{|\sin^3\pi q|}{[\sin^2\pi q+k^2(1+\cos^2\pi q)]^{1/2}}\times\left\{\frac{4}{3}(1+k^2)E+\left[\frac{1}{2}(1-k^2)^2-\frac{4}{3}(1-k^2)\right]K\right\}(2l+1). \tag{30}$$

其中 E 为第二类完全椭圆积分[11]。

当 $k\to1$ 时，$L\to\infty$，可以证明(30)式变为：

$$E(q,k=1,n)=\frac{\sqrt{8\lambda}v^3}{3}|\sin^3\pi|\cdot(2l+1). \tag{31}$$

相应的 Non-contractable loops 为：

$f=\pm\cos\pi q$，（$\pm$号分别对应 l 为偶和 l 为奇），

$$\mathrm{Im}\varphi'=\left[\frac{v}{\sqrt{2}}\sin\pi q\right]\tanh\left[\left(\frac{v\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2}}\sin\pi q\right)x\right], \tag{32}$$

$$b=\frac{v\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2}}\sin\pi q.$$

当 $l=0$ 时，(31)和(32)式正是 Bochkarev 和 Shaposhnikov[5]得到的结果。

静态能量对 q 的依赖(30)式可用图 2 表示，其中

$$E(K,l)=\sqrt{\lambda}\,v^3\frac{(2l+1)}{(l+k^2)^{3/2}}\left\{\frac{4}{3}(1+k^2)E+\left[\frac{1}{2}(1-k^2)^2-\frac{4}{3}(1-k^2)\right]K\right\}. \tag{33}$$

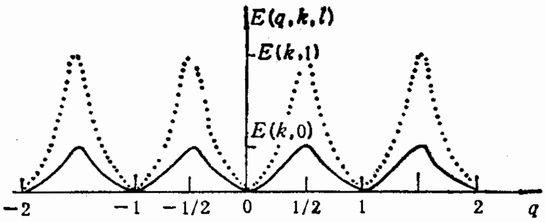

图2　真空之间不同的 Non-contractable loops (用 l 标记，$l=0,1,2,\cdots$)相应的静态能量,其中画出了两条($l=0,1$ 分别对应实线和虚线)，$E(k,1)=3E(k,0)$

(3) Sphaleron 和多 Sphaleron 位形.

由 Klinkhamer 和 Manton[3] 对电弱理论的讨论，具有不同拓扑数的真空之间的势垒的顶端位形称为 Sphaleron, 从前面我们得到的结果中,可以看出，在不同的拓扑真空(如 0-真空和 1-真空)之间存在无穷多个 Non-contractable loops ($l=0,1,2,\cdots$)，但真空之间势垒的高度应由 $l=0$ 的 Non-contractable loops 决定,所以，Sphaleron 能量及相应的位形分别为:

$$E_{sph}(k)=E(k,l=0)$$
$$=\frac{\sqrt{\lambda}\,v}{(1+k^2)^{3/2}}\left\{\frac{4}{3}(1+k^2)E+\left[\frac{1}{2}(1-k^2)^2-\frac{4}{3}(1-k^2)\right]K\right\},$$
$$A_0=0, \tag{34}$$
$$A_1=\frac{2\pi}{eL}\left(\frac{1}{2}+n\right),(n=0,\pm1,\pm2,\cdots),$$
$$\varphi'=\mathrm{i}\frac{v}{\sqrt{2}}k\left(\frac{2}{1+k^2}\right)^{1/2}\mathrm{Sn}(bx,k), \tag{35}$$

其中 $b=v\left(\frac{\lambda}{1+k^2}\right)^{1/2}$, $L=\frac{2K(k)}{b}$, 此位形仅当 $L\geqslant L_1=\frac{\pi}{v\sqrt{\lambda}}$ 时才存在.

$l>0$ 的 Non-contractable loops 顶端位形我们把它称为 $(2l+1)$-Sphalerons 位形,其能量为 $E(k,l)=(2l+1)E_{sph}$，这些位形仅当 $L\geqslant 3L_1$ 时才存在，从(30)式知 Sphaleron 及多 Sphaleron 解都是不稳定的,简正模的讨论[7]也证实了这一点.

通过构造 Non-contractable loops, 明确了 Sphaleron 和多 Sphalerons 解，这一方法十分明了,有了这些解之后,可以进一步研究 Sphaleron 跃迁,估计在高温情况下，多 Sphalerons 解对重子衰变的贡献可能是不能忽略的,这将是下一步的工作.

参　考　文　献

[1] G. 't Hooft, *Phys. Rev. Lett.*, **37** (1976) 8.
[2] A. A. Belarin, A. M. Polyakov, A. S. Schwartz and Yu. S. Tyupkin, *Phys. Lett.*, **B59**(1975)85.
[3] N. S. Manton, *Phys. Rev.*, **D28** (1983) 2019; F. R. Klinkhamer and N. S. Manton, *Phys. Rev.*, **D30** (1984) 2212.
[4] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, *Phys. Lett.*, **B155** (1985) 36.
[5] A. I. Bochkarev and M. E. Shaposhnikov, Mod. *Phys. Lett.*, **A2** (1987) 991.

[6] D. Yu. Grigoriev, V. A. Rubakov and M.E. Shaposhnikov, *Phys. Lett.*, **B216** (1989) 172; *Nucl. Phys.*, **B326** (1989)737.
[7] Y. Brihaye, S. Giller, D. Kosinski and J. Kunz, CERN-TH, 6598/92.
[8] N. S. Manton and T. M. Samols, *Phys. Lett.*, **B207** (1989) 179.
[9] Jiu-Qing Liang, H. J. W. Miiler-kirsten and D. H. Tchrakian, *Phys. Lett.*, **B282** (1992) 105.
[10] R. Rajaraman, Solitons and instantons (North-Holland, Amsterdam, 1982).
[11] E. T. Whittaker and G. N. Watson, A course of Modern Analysis (Cambridge U. P., Cambridge, 4-th Edition 1927).

Non-contractable Loops and Sphalerons in 1+1-dimension $U(1)$ Higgs Model

Li Yuxiao　　Shi Wanzhong　　Liu Li
(Physics department of Zhengzhou University, Zhengzhou 450052)
Received on August 23, 1993

Abstract

$1+1$-dimensional $U(1)$ Higgs model on the circle is examined. Non-contractable loops are constructed and Sphaleron configurations are presented.

Key words Non-contractable loops, Sphaleron, Topological vacua