

相同质量 $4N$ 核间的半微观光学势*

周全华

(天津师范大学物理系 天津 300074)

高成群 杨宝胜

(南开大学物理系 天津 300071)

1992年12月24日收到

摘 要

在 LCNO 理论框架下,基于独立 α 粒子模型和 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统的准分子态结构,计算得出了该系统的半微观光学势,使用该势满意地再现了 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 弹性散射激发函数中的粗共振结构。

关键词 半微观光学势,准分子态, α 粒子模型。

1 引 言

在质量相同或相近的两个 $4N$ 核弹性散射的研究中,碰撞系统的光学势一直是人们关注的问题。激发函数中呈现出的一组有规律的粗共振结构^[1,2]是准分子态共振现象。它是属于主量子数 $N = 2n_r + L$ 的共振转动带,其中 N 的可能值由泡利原理决定^[3], L 是共振分波的角动量, n_r 是与共振分波相联系的径向波函数的节点数,即径量子数。以往人们常在推广的光学模型、耦合道方法和核分子轨道等^[4-6]理论框架下采用唯象的浅光学势研究这类共振结构。光学势的微观理论的早期研究,如双中心壳模型、双折迭模型等^[7,8]方法,所得到的光学势实部也大都是一个浅势(见图1中虚线和点线)。尽管浅势能够再现实验的共振特性,但其相应的共振分波没有节点 ($n_r = 0$),这是与泡利原理相矛盾的。

为了解决这一矛盾, Kondō^[9] 等人在研究 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统的弹性散射中唯象地使用了深光学势,成功地解释了上述粗共振现象。此外深光学势还很好地描述了 $\alpha + ^{16}\text{O}$ ^[10], $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ ^[11] 等系统的核散射和核结构问题。近来人们采用多种理论途径对 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统的重离子光学势进行了较系统的微观理论研究。Satchler 和 Love^[12] 从核子间二体力出发,在双折迭势模型理论框架下得出了形状接近 Woods-Saxon $v(v \geq 2)$ 次方型的深光学势; Wada 和 Horiuchi^[13] 对基于共振理论得出的重离子非定域相互作用进行了细致的分析,得出的等效定域相互作用也是一个深势。由此可见,在重离子碰撞过程的研究中,使用深光学势较之浅势可能更为合理。

* 国家自然科学基金资助。

由 W. Von Oertzen^[14] 提出的核轨道波函数线性组合 (LCNO) 模型是研究准分子态过程的一个较好的模型, 该模型物理图象清晰, 计算简洁, 已被成功地用于描述两个 $4N$ 核碰撞激发函数中的粗共振结构^[15]。因此本文试图基于 ^{16}O 核的独立 α 粒子模型^[16] $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统在适当能量下可以形成准分子态的考虑, 在 LCNO 理论框架下, 计及 α 粒子的分子态波函数的扭曲效应, 较为简明地导出了 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统的半微观光学势。该势具有重离子光学势的最主要特征, 它是一个具有硬排斥心和适当深度的势阱(如图 1 中实线所示)。使用该势作为系统总光学势的实部计算得出的 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统的激发函数(见图 2 中实线), 同唯象深势的结果^[9](见图 2 中虚线)一样, 满意地再现了实验数据^[1]。

2 相同 $4N$ 核间的光学势

根据 $4N$ 核的独立 α 粒子模型^[16], 当两核相距很远时, 系统中 α 粒子的波函数的渐近形式^[17]为

$$\begin{aligned}\phi_{\alpha} &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_{c_1} + \phi_{c_2}), \\ \phi_{\beta} &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_{c_1} - \phi_{c_2}).\end{aligned}\quad (1)$$

其中 ϕ_{c_1} 和 ϕ_{c_2} 分别是 α 粒子在核 c_1 和 c_2 自洽场中的波函数, 当两核都处于基态时, 它们都是实的基态波函数。式(1)中的 ϕ_{α} 和 ϕ_{β} 在能量上是简并的, α 粒子占有它们的几率是相同的。设两个 $4N$ 核各具有 n 个 α 粒子, 那么在渐近情况下 n 个 α 粒子处于 ϕ_{α} , n 个 α 粒子处于 ϕ_{β} 。两核接近时, α 粒子的波函数要受到扭曲。在 LCNO 理论框架下考虑波函数的扭曲效应时, 系统中 α 粒子的分子态波函数成为

$$\begin{aligned}\phi_{\alpha} &= \frac{1}{\sqrt{2(1+S)}} (\phi_{c_1} + \phi_{c_2}), \\ \phi_{\beta} &= \frac{1}{\sqrt{2(1-S)}} (\phi_{c_1} - \phi_{c_2}).\end{aligned}\quad (2)$$

其中

$$S = \langle \phi_{c_1} | \phi_{c_2} \rangle \quad (3)$$

是 ϕ_{c_1} 和 ϕ_{c_2} 间的重迭积分, 它与两核距离 R 有关。式(2)中的 ϕ_{α} 和 ϕ_{β} 是正交的, 但在能量上不再是简并的。由于在两核接近过程中 ϕ_{α} 和 ϕ_{β} 之间不发生跃迁, 也不出现至其它能量状态的跃迁^[7], 因而系统的对称化波函数可表示为如下形式:

$$\Phi_S = \frac{1}{\sqrt{C}} \sum_{\substack{(p_1 \dots p_n)_{\alpha} \\ (p_{n+1} \dots p_{2n})_{\beta}}} \phi_{\alpha}(p_1) \dots \phi_{\alpha}(p_n) \phi_{\beta}(p_{n+1}) \dots \phi_{\beta}(p_{2n}) \quad (4)$$

其中 $(p_1 \dots p_n)_{\alpha} (p_{n+1} \dots p_{2n})_{\beta}$ 表示从 $\{1, 2, \dots, n, n+1, \dots, 2n\}$ $2n$ 个 α 粒子中任意取 n 个置于 ϕ_{α} , 其余置于 ϕ_{β} 的可能取法。归一化常数

$$C = \frac{(2n)!}{n!n!} \quad (5)$$

系统的等效 Hamiltonian 为

$$H = \sum_i t_i + \sum_{i < j} V_{ij}, \quad (6)$$

其中 t_i 是 α 粒子的动能, 第二项为 α 粒子间的相互作用能, $i, j = 1, 2, \dots, 2n$.

根据 Born-Oppenheimer 近似, 两核相距为 R 时, 它们之间的相互作用势能为

$$V(R) = \langle \Phi_S | H | \Phi_S \rangle_R - \langle \Phi_S | H | \Phi_S \rangle_\infty, \quad (7)$$

其中 $\langle \Phi_S | H | \Phi_S \rangle_\infty$ 为两核相距很远时系统的总能量.

$$\langle \Phi_S | H | \Phi_S \rangle_\infty = -2E_{\text{Bin}}, \quad (8)$$

E_{Bin} 为 $4N$ 核中 α 粒子的结合能.

考虑到 ϕ_α 与 ϕ_β 的正交性和式(4)中 Φ_S 的对称性及式(2), 可以得到

$$\begin{aligned} \langle \Phi_S | H | \Phi_S \rangle_R &= \frac{2n}{1-S^2} \langle \phi_{c_1}(i) | t_i | \phi_{c_1}(i) \rangle - \frac{2nS}{1-S^2} \langle \phi_{c_1}(i) | t_i | \phi_{c_2}(i) \rangle_R \\ &+ \frac{n(3n-1) - n(n+1)S^2}{2(1-S^2)^2} \langle \phi_{c_1}(i) \phi_{c_1}(j) | V_{ij} | \phi_{c_1}(i) \phi_{c_1}(j) \rangle \\ &+ \frac{n(n-1)(1+S^2)}{2(1-S^2)^2} \langle \phi_{c_1}(i) \phi_{c_2}(j) | V_{ij} | \phi_{c_1}(i) \phi_{c_2}(j) \rangle_R \\ &- \frac{4n(n-1)S}{(1-S^2)^2} \langle \phi_{c_1}(i) \phi_{c_2}(j) | V_{ij} | \phi_{c_2}(i) \phi_{c_1}(j) \rangle_R \\ &+ \frac{n(2n-1)S^2 - n}{(1-S^2)^2} \langle \phi_{c_2}(i) \phi_{c_2}(j) | V_{ij} | \phi_{c_2}(i) \phi_{c_2}(j) \rangle_R. \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)中积分 $\langle \phi_{c_1}(i) | t_i | \phi_{c_1}(i) \rangle$ 和 $\langle \phi_{c_1}(i) \phi_{c_1}(j) | V_{ij} | \phi_{c_1}(i) \phi_{c_1}(j) \rangle$ 是核 c_1 中 α 粒子的动能和两个 α 粒子间的势能, 它们与 R 无关, 其它积分都与 R 有关, $\langle \phi_{c_1}(i) | t_i | \phi_{c_2}(i) \rangle_R$ 是 α 粒子的交换动能, $\langle \phi_{c_1}(i) \phi_{c_2}(j) | V_{ij} | \phi_{c_1}(i) \phi_{c_2}(j) \rangle_R$ 是两个分别处于核 c_1 和 c_2 中的 α 粒子间的势能, $\langle \phi_{c_2}(i) \phi_{c_2}(j) | V_{ij} | \phi_{c_2}(i) \phi_{c_2}(j) \rangle_R$ 和 $\langle \phi_{c_2}(i) \phi_{c_1}(j) | V_{ij} | \phi_{c_1}(i) \phi_{c_2}(j) \rangle_R$ 是 α 粒子交换运动产生的交换势能. 两核相距很远时, 波函数的重迭消失, S 和式(9)中与 R 有关的积分成为零, 因而

$$\begin{aligned} \langle \Phi_S | H | \Phi_S \rangle_\infty &= 2n \langle \phi_{c_1}(i) | t_i | \phi_{c_1}(i) \rangle \\ &+ \frac{1}{2} n(3n-1) \langle \phi_{c_1}(i) \phi_{c_1}(j) | V_{ij} | \phi_{c_1}(i) \phi_{c_1}(j) \rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

结合式(8), 则 $\langle \phi_{c_1}(i) \phi_{c_2}(j) | V_{ij} | \phi_{c_1}(i) \phi_{c_2}(j) \rangle$ 可用 E_{Bin} 和 $\langle \phi_{c_1}(i) | t_i | \phi_{c_1}(i) \rangle$ 表示. 这样, 两个相同 $4N$ 核间的光学势为

$$\begin{aligned} V(R) &= \frac{1}{(1-S^2)^2} \left(2S^4 - \frac{10n-6}{3n-1} S^2 \right) E_{\text{Bin}} \\ &- \frac{S^2}{(1-S^2)^2} \frac{4n(n-1)}{3n-1} \langle \phi_{c_1}(i) | t_i | \phi_{c_1}(i) \rangle \\ &- \frac{2nS}{(1-S^2)} \langle \phi_{c_1}(i) | t_i | \phi_{c_2}(i) \rangle_R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{n(n-1)(1+S^2)}{2(1-S^2)^2} \langle \phi_{c_1}(i)\phi_{c_2}(j) | V_{ij} | \phi_{c_1}(i)\phi_{c_2}(j) \rangle_R \\
& - \frac{4n(n-1)S}{(1-S^2)^2} \langle \phi_{c_1}(i)\phi_{c_1}(j) | V_{ij} | \phi_{c_1}(i)\phi_{c_1}(j) \rangle_R \\
& + \frac{n(2n-1)S^2 - n}{(1-S^2)^2} \langle \phi_{c_1}(i)\phi_{c_1}(j) | V_{ij} | \phi_{c_2}(i)\phi_{c_2}(j) \rangle_R. \quad (11)
\end{aligned}$$

对于 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统而言, 式(11)中 $n = 4$, $E_{\text{B.in}} = 14.43644\text{MeV}$.

取 $4N$ 核独立 α 粒子模型波函数^[16]

$$\phi_{c_k} = \frac{1}{\sqrt{8}} (\pi a^2)^{-3/4} \left[(2 - \sqrt{6}) + \sqrt{\frac{8}{3}} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{a} \right)^2}, \quad (12)$$

其中 $k = 1, 2$, r 为 α 粒子至核 c_k 中心的距离, a 为谐振参量, 作为 α 粒子在核内自洽场中的波函数, 则式(11)中的 S , α 粒子动能和交换动能等积分可解析地算出

$$S = \left[1 + \left(\frac{1}{12} \sqrt{6} - \frac{1}{12} \right) \left(\frac{R}{a} \right)^2 + \frac{1}{48} \left(\frac{R}{a} \right)^4 \right] e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{R}{a} \right)^2}, \quad (13)$$

$$\langle \phi_{c_1}(i) | z_i | \phi_{c_1}(i) \rangle = \frac{\hbar^2}{2m_a a^2} \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{6} \right), \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
\langle \phi_{c_1}(i) | z_i | \phi_{c_2}(i) \rangle_R &= \frac{\hbar^2}{2m_a a^2} \left[\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{6} \right) + \left(\frac{7}{24} \sqrt{6} - \frac{5}{4} \right) \left(\frac{R}{a} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{5}{32} - \frac{1}{48} \sqrt{6} \right) \left(\frac{R}{a} \right)^4 - \frac{1}{192} \left(\frac{R}{a} \right)^6 \right] e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{R}{a} \right)^2}, \quad (15)
\end{aligned}$$

其中 m_a 为 α 粒子的折合质量. 这样, 依式(12)计算出式(11)中其余三个积分后就可得出 $V(R)$ 的具体形式.

3 结果和讨论

使用式(11)计算了 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统的实光学势, 式中 V_{ij} 采用文献[3]通过能量表面微观理论计算导出的 α - α 相互作用势

$$V_{ij} = -V_0 e^{-(r_{ij}/b)^2}, \quad (16)$$

其中 $V_0 = 126.3\text{MeV}$, $b = 2.15\text{fm}$, r_{ij} 为两个 α 粒子间的距离. 保持这组势参数不变并根据文献[16]取式(12)中独立 α 粒子波函数的谐振参量 $a = 1.2\text{fm}$, 由式(11)计算出的 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统半微观光学势如图 1 实线所示. 为便于比较, 图 1 还示出了文献[7]导出的双中心壳模型势(虚线)和文献[8]导出的双折迭势(点线)以及文献[9]通过拟合实验数据得到的唯象深势(点划线). 由图 1 可以看出, 半微观势是一个具有硬排斥心和适当深度的势阱, 在 $R \geq 5\text{fm}$ 区间该势比其它三种势深, 且有较长的尾部.

为了进一步检验半微观势的合理性, 我们对其配以与文献[9]相同形式的唯象虚势计算了 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 弹性散射激发函数. 唯象虚势的形式如下:

$$W = (W_0 + W_E E_{\text{c.m}}) / \{1 + \exp[(J - J_c)/\Delta]\} \{1 + \exp[(R - R_I)/a_I]\}, \quad (17)$$

其中 J_c 是截断角动量, Δ 是与截断有关的扩散参数, 对入射能量 $E_{\text{c.m}}$ 参数化为

$$J_c = \bar{R}[2\mu(E_{c.m.} - \bar{Q})/\hbar^2]^{1/2}, \quad (18)$$

其中 \bar{R} 和 \bar{Q} 分别表示半径和主要非弹道阈能的平均值, μ 是系统的折合质量。虚势参数和库仑半径的取值示于表 1 中。

表 1 虚势参数和库仑半径

| W_0 (MeV) | W_E | R_I (fm) | a_I (fm) | \bar{Q} (MeV) | \bar{R} (fm) | Δ | R_C (fm) |
|----------------|-------|---------------|---------------|--------------------|-------------------|----------|---------------|
| -5.0 | -1.6 | 6.25 | 0.6 | 8.0 | 7.5 | 0.2 | 6.25 |

在计算半微观实光学势的过程中没有引进任何自由参数, 该势与式(17)的虚势一起构成碰撞系统的总光学势, 在光学模型框架下计算得出的 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 弹性散射激发函数以实线示于图 2 中。为了便于比较, 图 2 中也示出了文献 [9] 使用唯象深势拟合实验数据的结果(虚线)和相应的实验数据^[1](圆点)。通过比较可以看出, 半微观的结果较好地再现了激发函数中的粗共振结构。从总体上讲, 该结果与实验数据的符合程度同唯象深势的结果是大体相当的。

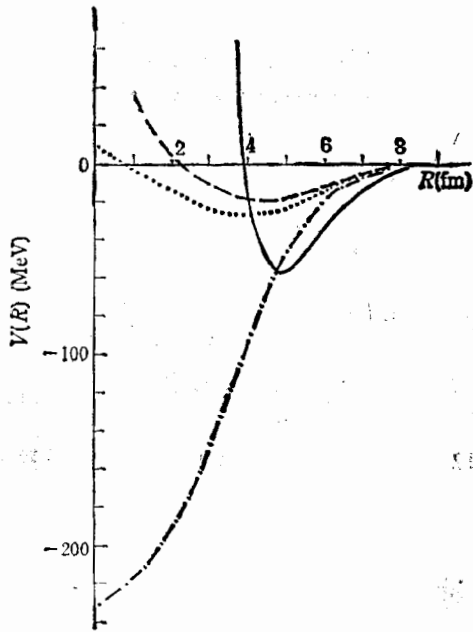


图 1 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 光学势实部

实线为半微观势, 虚线为双中心壳模型势^[7], 点线为双折叠势^[8], 点划线为唯象深势^[9]。

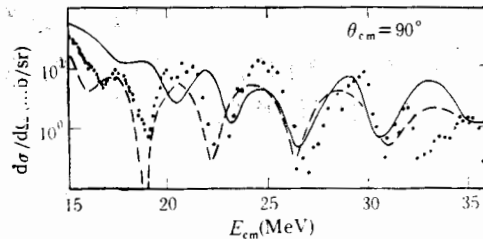


图 2 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 弹性散射激发函数 ($\theta_{c.m.} = 90^\circ$)

使用半微观势(实线)和唯象深势(虚线)^[9]的结果。实验数据取自文献[1]。

综上所述, 本文基于 $4N$ 核的独立 α 粒子模型和 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系统在适当能量下可能形成准分子态的考虑, 在 LCNO 理论框架下研究了该系统的半微观光学势, 结果表明, 该方法在探讨 $4N$ 核系统光学势的性质方面是可行的, 由此方法导出的实光学势是一个具有硬排斥心的和适当深度的势阱, 用其作为重离子碰撞系统总光学势的实部, 能够象唯象深光学势一样再现重离子碰撞激发函数中呈现的粗共振结构和保证共振分波具有合理的节点数。

参 考 文 献

- [1] J. V. Maher, et al., *Phys. Rev.*, **188** (1969) 1665.
- [2] D.F. Hebbard, et al., *Nucl. Phys.*, **A481** (1988) 161.
- [3] H. Freidrich, *Phys. Reports*, **74** (1981) 209.

- [4] A. Gobbi, et al., *Phys. Rev.*, **C7** (1973) 30.
- [5] Y. Kondō, B. A. Robson and R. Smith, *Nucl. Phys.*, **A437** (1985) 117.
- [6] 高成群等, 高能物理与核物理, **13** (1989) 740.
- [7] T. Tazawa, *Prog. Theor. Phys.*, **51** (1974) 1764.
- [8] R. Sartor, A. Faessler and S. B. Khadkiar, *Nucl. Phys.*, **A359** (1981) 467.
- [9] Y. Kondō, B. A. Robson and R. Smith, *Phys. Lett.*, **B227** (1989) 310.
- [10] F. Michel, Y. Kondō and G. Reidemeister, *Phys. Lett.*, **B220** (1989) 479.
- [11] F. Michel, G. Reidemeister and S. Ohkubo, *Phys. Rev.*, **C37** (1988) 292.
- [12] G. R. Satchler and W. C. Love, *Phys. Reports*, **55** (1979) 183.
- [13] T. Wada and H. Horiuchi, *Prog. Theor. Phys.*, **80** (1988) 488.
- [14] W. von Oertzen and H. G. Bohlen, *Phys. Reports*, **19** (1975) 1.
- [15] 高成群、杨宝胜、周全华, 高能物理与核物理, **17**(1993)665.
- [16] Li Qing Run, Chen Sheng Zhong and Zhao En Guang, *Nucl. Phys.*, **A384** (1982) 466.
- [17] J. S. Briggs, *Rep. Prog. Phys.*, **39**(1976) 217.

A Semi-Microscopic Optical Potential Between $4N$ Nuclei with Same Masses

Zhou Quanhua

(Physics Department, Tianjin Normal University, Tianjin 300074)

Gao Chengqun Yang Baosheng

(Physics Department, Nankai University, Tianjin 300071)

Received on December 24, 1992

Abstract

In the framework of the LCNO theory, a semi-microscopic optical potential for the $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ system has been obtained by considering the quasi-molecular structure of this system and by using the wave function of the independent α -particle model. This potential has been used satisfactorily to reproduce the gross resonant structure in the elastic excitation function of the $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ system.

Key words semi-microscopic optical potential, quasi-molecular state, α -particle model.