

北京谱仪亮度监测器 Bhabha 散射截面的蒙特卡罗计算

朱永生 王平 刘铁辉 周化十

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1993 年 3 月 11 日收到

摘 要

在北京谱仪亮度监测器和北京正负电子对撞机实际运行参数的条件下,利用精确到 α^3 项的 Bhabha 事例产生器,计算了亮度监测器的等效积分截面,用它计算北京正负电子对撞机的亮度,其系统误差 $< 3\%$, 实测数据与计算结果有很好的—致性。

关键词 Bhabha 散射截面,亮度,蒙特卡罗方法,北京谱仪。

1 引 言

e^+e^- 对撞束实验中、束流亮度是确定反应末态截面的基本数据之一。北京谱仪实验中束流亮度用亮度监测器测定^[1], 其物理依据是 Bhabha 散射截面的精确可计算性。亮度监测器的测量原理如图 1 所示, 其中定义计数器 P 和辅助计数器 C 是闪烁计数器, S 是铅和闪烁体夹层式量能器。当 P1、S1 探测到 e^- 同时 C3、S3 探测到 e^+ 时, 产生一个 P1S1C3S3 的有效计数。共有四组有效计数: P1S1C3S3, P2S2C4S4, P3S3C1S1, P4S4C2S2, 它们的总和记为 $N_e \cdot N_e$ 。由

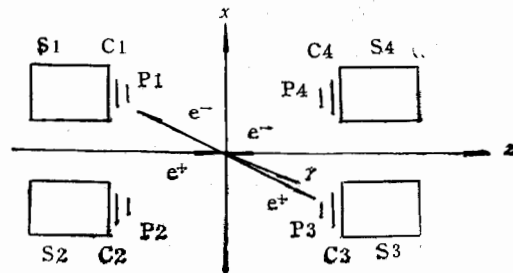


图 1 亮度监测器测量原理

Bhabha 散射截面, P、C、S (特别是 P) 的几何位置和大小及它们之间的符合测量要求、散射末态粒子 e^+ 、 e^- 在磁场中的偏转和 e^+ 、 e^- 、 γ 在到达各计数器前与物质的相互作用诸因素确定。亮度监测器的这种特定条件下的 Bhabha 散射符合积分截面称为等效积分截面 σ_B 。由于 P 的尺寸 ($23 \times 70 \text{ mm}^2$) 比 C ($55 \times 90 \text{ mm}^2$) 和 S ($87 \times 120 \text{ mm}^2$) 要小, σ_B 与 P 的 Bhabha 积分截面应当相当接近。 σ_B 可用蒙特卡罗方法计算。设在立体角 $(\theta_{\min}, \theta_{\max})$, $(\varphi_{\min}, \varphi_{\max})$ 内用 Bhabha 事例产生器作 N_0 次抽样, 该立体角范围大于 P 计数器的立体角: $\theta_{\min}^P \geq 2.45^\circ$, $\theta_{\max}^P \leq 3.16^\circ$, $\varphi_{\max}^P = -\varphi_{\min}^P \leq 23.3^\circ$ 。考虑末态粒子

e^+ 、 e^- 、 γ 到达 P、C、S 前的所有物理过程,如磁场中 e^+ 、 e^- 的偏转、物质中的多次散射、光子的吸收、符合测量的要求等,得到有效计数 N_e , 则 σ_B 可表为

$$\sigma_B = \sigma_0 \frac{N_e}{N_0}, \quad (1)$$

式中 σ_0 是立体角 $(\theta_{\min}, \theta_{\max}), (\varphi_{\min}, \varphi_{\max})$ 内的 Bhabha 积分截面,由 Bhabha 事例产生器给出。

在实验过程中,亮度监测器测到的某时刻的有效计数率为 R_B , 则该时刻束流亮度为

$$L = R_B / \sigma_B, \quad (2)$$

某段时间内有效计数为 N_B , 则相应的积分亮度

$$\int L dt = N_B / \sigma_B. \quad (3)$$

本文利用蒙特卡罗方法计算等效积分截面 σ_B , 并对影响 σ_B 的各种因素作了系统的分析,给出 σ_B 的系统误差。计算结果与北京正负电子对撞机的亮度实测数据作了对比。计算中利用了 F. A. Berends 和 R. Kleiss 的 Bhabha 事例产生器^[2], Bhabha 散射截面计算到 α^3 项,即除了最低阶 α^2 项之外,考虑了电子自能、顶点修正、双光子交换、真空极化、韧致辐射、光子和 Z^0 交换之间的干涉。其中软韧致辐射光子的截断能量 (cut-off) 取为 $0.01E_b$ (束流能量)。

2 计算中考虑的因素

2.1 Bhabha 散射的前向截面和后向截面

e^- 击中 P1S1, e^+ 击中 C3S3 同 e^+ 击中 P1S1, e^- 击中 C3S3 一样可得到一个 P1S1C3S3 有效计数,前者由 Bhabha 前向散射($\theta \leq 90^\circ$)产生,后者由后向散射($90^\circ < \theta < 180^\circ$)产生。由 Bhabha 散射最低阶截面

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha^2}{.8E_b^2} \left(\frac{3 + \cos^2\theta}{1 - \cos\theta} \right)^2 \quad (4)$$

可知,对 P 计数器而言,其前、后向积分截面之比

$$\frac{\sigma_{\text{后向}}}{\sigma_{\text{前向}}} < \frac{\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(\theta = \pi - \theta_{\max}^P)}{\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(\theta = \theta_{\max}^P)} \approx \left(\frac{1 - \cos\theta_{\max}^P}{1 - \cos(\pi - \theta_{\max}^P)} \right)^2 \approx 6 \times 10^{-7}.$$

故在 1‰ 精度水平上后向散射截面可以忽略。

2.2 $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow e^+e^-$ 过程的贡献

在 $\sqrt{s} \approx M_{J/\psi}$ ($\sim 3.1\text{GeV}$) 能区, J/ψ 的 e^+e^- 衰变道对有效计数 N_e 有贡献。该过程的角分布为 $1 + \cos^2\theta$, 即使在 J/ψ 峰值能量处, e^+e^- 末态截面为 $\sim 80\text{nb}$, 在 P 计数器上的积分截面约 $\leq 4.7 \times 10^{-3}\text{nb}$, 而 P 的 Bhabha 积分截面 $\sim 2400\text{nb}$, 故 $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ 的贡献 $\leq 0.2 \times 10^{-5}$, 同样在 1‰ 水平上可以忽略。

2.3 亮度监测器参数

亮度监测器的参数及其误差的测量数据见文献[1],其中最重要的 P 的尺寸、位置及其误差可参见表 2。P、C 的探测效率为 0.996, S 的探测效率由其能量分辨和阈值决定(见表 2), S 的能量分辨取亮度监测器长期运行中的典型值。 e^+ 或 e^- 击中 S 不同位置时的输出信号幅度利用 EGS 程序包^[3]计算,即将 S 计数器的物质(Pb 和闪烁体)输入程序框架,得到闪烁体测量到的沉积能量(对应于脉冲幅度)。

2.4 束团能量和空间分布

对撞机束团的空间分布用三维高斯分布描述,其标准偏差的长期运行值在感兴趣的 J/ψ 能区 ($\sqrt{s} \approx 3.1\text{GeV}$) 为

$$\sigma_x \approx 0.7, \sigma_y \approx 0.065, \sigma_z \approx 60(\text{mm}),$$

束团能散度 $\sigma_{E_b} \approx 0.78\text{MeV}$ 。

2.5 e^+e^- 在磁场中的偏转

北京谱仪螺旋管线圈产生 $B_0 = 0.4\text{T}$ 磁场。谱仪轴线处的 z 向磁场测量值如图 2 所示,测量精度 2.5‰。由于亮度监测器的位置靠近束流线,能击中 P 的 e^+ 、 e^- 轨迹与轴线的夹角很小,利用轴线处的磁场是好的近似。图 2 中标出了束流管道窗(厚 0.5mm Fe)和 P、C、S 的 z 坐标值。对于我们的计算目的,重要的是 $e^+(e^-)$ 是否击中 P、C、S,严格的轨迹则无关紧要。为此只需考虑 $e^+(e^-)$ 到达 P 时击中点对于无磁场情形下击中点的偏转量 Δl ,

$$\Delta l \propto \int B(z) dz. \quad (5)$$

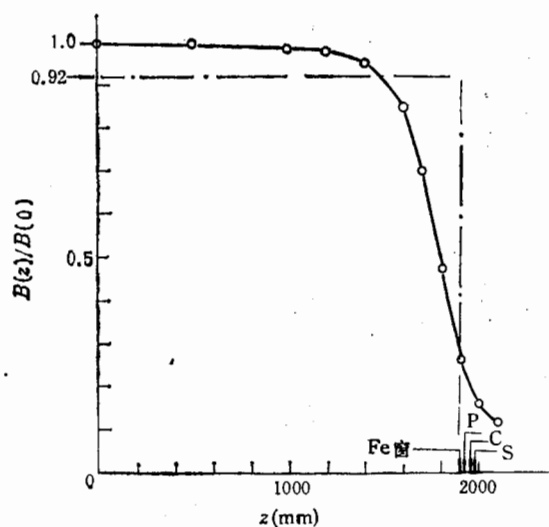


图 2 北京谱仪轴线处的磁场值
磁场分布对 $z = 0$ 平面对称。

由图2可知,用 $B_e = 0.92B_0$ 的均匀磁场代替实际磁场分布,在P计数器处将有相同的偏转量 Δl 。这里磁场的偏转效应只计算到 $z = 1900$ 的铁窗处,原因有二。首先,图2的磁场分布是在铁窗外为自由空间条件下测量的,而谱仪运行时则有亮度监测器和其它物质,故铁窗外实际场分布与图2有一定差别;其次这个区域场强低,粒子从铁窗到P、C、S的飞行距离短,偏转量小因而可以忽略。

2.6 e^+, e^- 的多次散射

e^+ 或 e^- 在Fe窗、P探测器前后各厚0.5mm的铝片、P(厚3mm)、C(厚5mm)塑料闪烁体中会因多次散射导致方向改变,这一效应在计算中加以考虑。对于计算中的 $e^+(e^-)$ 能量1.55GeV而言,在这些物质中的能量损失很小,由此导致的截面误差可以忽略。

2.7 辐射光子的影响

$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ 中 γ 光子的存在对 σ_B 的影响主要表现为末态 e^+e^- 不再是严格共线的,其能量不等于束流能量,这由产生器给出的 e^+ 、 e^- 方向和能量自然地包含在计算之中。其次若 γ 光子击中某一S计数器,则应考虑它的脉冲幅度的贡献。计算中考虑了 γ 光子到达S前所有物质中的吸收。Fe、Al、C、H的光子吸收系数 μ/ρ 由文献[4]查得,塑料闪烁体(CH)的吸收系数由化合物 μ/ρ 的一般方法求出。能量 $< 15\text{MeV}$ 的光子的效应不予考虑。

3 σ_B 计算结果及系统误差

束流能量 $E_b = 1.5492\text{GeV}$, 抽样事例数 $N_0 = 6 \times 10^5$, 有效计数 $N_e \approx 3.7 \times 10^5$, 统计误差 $\sim 0.17\%$, 计算结果列于表1。因Bhabha散射截面 $\propto E_b^2$, 故表中列出的是与束流能量无关的 $\sigma_B \cdot E_b^2$ 值。计算中用到的对撞机和亮度监测器的一些重要参数列在表2第二列中。

由表1的结果可知,在磁场对 e^+, e^- 的偏转; e^+, e^- 的多次散射; 辐射光子的能量

表1 不同条件下亮度监测器的等效积分截面 σ_B

e^+, e^- 在磁场中的偏转	多次散射	辐射光子能量	S脉冲幅度的位置响应	$\sigma_B \cdot E_b^2$ (nb·GeV ²)	相对比例 R
-	-	-	-	24765	1.075
-	-	-	+	24765	1.075
-	-	+	+	24935	1.083
-	+	+	+	24894	1.081
+	+	+	+	23032	1.000

注: 表中“+”表示该因素在计算中已考虑在内;“-”表示未予考虑。

是否被 S 吸收和 S 的脉冲幅度对 e^+ 、 e^- 击中位置的响应四项因素中, 第一项对 σ_B 影响最大, 其余因素基本上可以忽略。

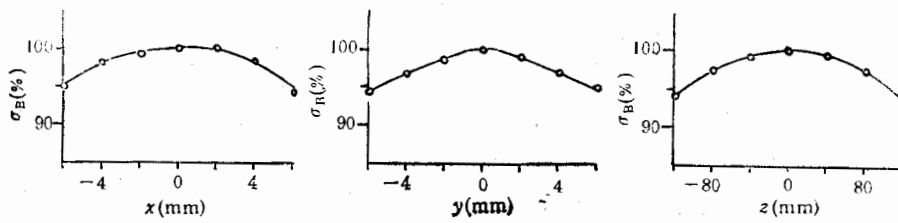
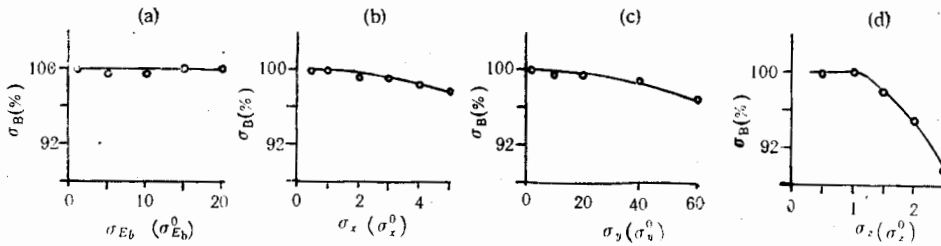
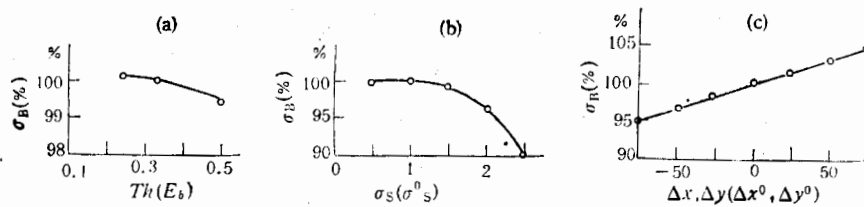
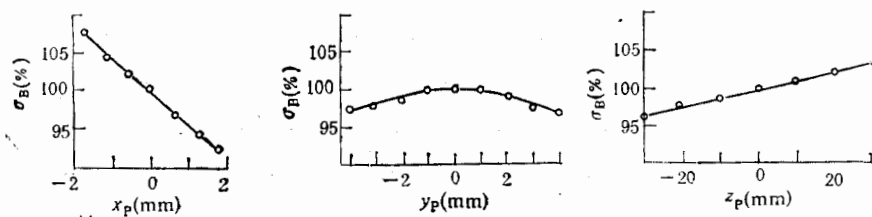
现在考虑 σ_B 的系统误差。导致计算结果与实际截面偏离的因素之一, 是磁场的分布是近似值。由表 1 知道 e^+ 、 e^- 在磁场中偏转效应导致 σ_B 的变化为 $\sim 8.1\%$, 因而磁场分布的近似性导致的误差 $< 2\%$ 是非常安全的估计。 σ_B 系统误差的其它来源可归结为亮度监测器参数的误差和对撞机束流状态参数的变化涨落两大类。前者包括 P 的面积和定位误差、边缘探测效率下降和 S 能量分辨的变化等; 后者则包括束团大小、束流能散的变化及对撞中心的移动等。P 的边缘探测效率下降是指 e^+ (e^-) 击中 P 的边缘时, 由于粒子穿过闪烁体距离缩短导致探测效率的降低, 这相当于 P 的有效探测面积比实际表面积略为减小。图 3—6 给出了 σ_B 与这两类参数变化的关系曲线, 表 2 列出了这些参数的计算参考值(其 $\sigma_B \cdot E_b^2$ 相对值取为 1), 各参数的误差或变化、涨落, 以及对应的 $\sigma_B \cdot E_b^2$ 的相对误差。表中的参数值及其误差是参考了北京正负电子对撞机和北京谱仪亮度监测器 1989—1990 一年多的运行数据得到的, 因而具有代表性。P 和 C 的探测效率也是影响 σ_B

表 2 影响 σ_B 的各参数对系统误差的贡献

影响 σ_B 的参数		计算 σ_B 时的参数值	参数误差或涨落	误差或涨落导致 σ_B 相对误差
束团大小	σ_x^0	$\sim 0.7\text{mm}$	$< \pm 50\%$	
	σ_y^0	$\sim 0.065\text{mm}$	$< \pm 50\%$	
	σ_z^0	$\sim 60\text{mm}$	40—80mm	$< 1.2\%$
束流能散 $\sigma_{E_b}^0$		$\sim 0.78\text{MeV}$	0.57—0.92MeV	
对撞中心位置	x_0	$\sim 0\text{mm}$	$\sim \pm 0.6\text{mm}$	
	y_0	$\sim 0\text{mm}$	$\sim \pm 0.35\text{mm}$	
	z_0	$\sim 0\text{mm}$	$< \pm 1\text{mm}$	
P 探测效率边缘效应				$\leq 1\%$
P 尺寸	$D_x \pm \Delta x^0$	$\sim 23\text{mm}$	$< \pm 0.02\text{mm}$	
	$D_y \pm \Delta y^0$	$\sim 71\text{mm}$	$< \pm 0.04\text{mm}$	
P 中心位置	$ x_P \pm \Delta x_P $	$\sim 94\text{mm}$	$\leq \pm 0.06\text{mm}$	$\leq 0.3\%$
	$ y_P \pm \Delta y_P $	$\sim 0.1\text{mm}$	$\leq \pm 2\text{mm}$	$\leq 1\%$
	$ z_P \pm \Delta z_P $	$\sim 1925\text{mm}$	$\leq \pm 2\text{mm}$	$\leq 0.25\%$
S 能量分辨 $\frac{\sigma_S^0}{E}$		~ 0.16	$< \pm 25\%$	$\leq 0.3\%$
S 阈值 Th		$\sim 1/3E_b$	$(\frac{1}{3} - \frac{1}{2})E_b$	$\leq 0.5\%$
磁场分布 $B(z)$				$< 2\%$
所有因素				$< 2.82\%$

注: 1 束流能量 $E_b \sim 1.55\text{GeV}$ 。

2 σ_B 相对误差一栏中未填写数字的表示在 0.1% 水平上可以忽略。

图3 σ_B (相对值)与对撞中心位置关系曲线图4 σ_B (相对值)与束流能散 (a)、束团大小 (b,c,d) 关系曲线图5 σ_B (相对值)与S能量阈值 (a)、S能量分辨 (b)、P尺寸 (c) 关系曲线图6 σ_B (相对值)与P中心位置关系曲线

的重要因素,运行中其信号幅度明显高于阈值,因此可视为不变,在表2中未予列入。

在表2第二列给出的参数实测值条件下计算得到

$$\sigma_B \cdot E_b^2 = 23032 \text{ nb} \cdot \text{GeV}^2. \quad (6)$$

其系统误差据表2为 $<3\%$ 。

表3给出了亮度监测器符合计数的实测数据(北京谱仪1990.11.14, 10:23')与计算结果的对比,符合计数归一到实测积分亮度 $\int L dt = 8.066 \times 10^{-2} \text{ nb}^{-1}$ 条件下的数值。由表可见,四重符合 N_4 (决定亮度值)和八重符合 N_8 的计算值与实测值在误差范围内一

表 3 亮度监测器符合计数实测值与计算值比较
(归一到实测积分亮度 $\int Ldt = 0.08066nb^{-1}$)

符合计数		测量值	计算值	$R = \frac{\text{测量值}}{\text{计算值}}$
二 重 符 合	P1S1	2539	212	12
	P2S2	12574	202	62
	P3S3	8919	212	42
	P4S4	4373	206	21
	C1S1	12127	636	19
	C2S2	36264	635	57
	C3S3	23557	636	37
	C4S4	15141	636	24
四 重 符 合	P1S1C3S3	189(1.00±0.07)	197(1.000±0.003)	0.96(1.00±0.07)
	P2S2C4S4	184(同上)	188(同上)	0.98(同上)
	P3S3C1S1	202(同上)	198(同上)	1.02(同上)
	P4S4C2S2	201(同上)	192(同上)	1.05(同上)
	总和 N_c	776(1.00±0.04)	775(1.000±0.002)	1.00(1.00±0.04)
八 重 符 合	P1S1C3S3 P3S3C1S1	121(1.00±0.09)	129(1.000±0.004)	0.94(1.00±0.09)
	P2S2C4S4 P4S4C2S2	134(同上)	123(同上)	1.09(同上)
	总和 N_c	255(1.00±0.06)	252(1.000±0.003)	1.01(1.00±0.06)

注: 括号中的数值表示期望值和统计误差的比例

致。八重符合相当于例如 e^+ 使 P3、C3、S3 触发同时 e^- 使 P1、C1、S1 触发这类情形。二重符合测量值与计算值之比 R 远大于 1, 这反映了 e^+e^- 对撞束在亮度监测器附近除 Bhabha 散射末态粒子 e^+e^- 之外, 还存在大量其它粒子本底。由于亮度监测器设计的合理和性能的优良, 这些本底并没影响亮度测量的正确性, 换言之, 亮度监测器有好的抗干扰能力。

北京谱仪亮度监测器组提供了亮度监测器的有关参数, 磁测组提供了谱仪轴线上的磁场分布, 北京正负电子对撞机运行组提供了对撞机的运行参数, 祝玉灿教授指出应考虑 P 计数器边缘探测效率的下降对 σ_B 的影响, 本计算是在我所计算机室运行的 VAX 机上完成的, 在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 倪惠苓等, 高能物理与核物理, 14(1990)491.
- [2] F.A. Berends and R. Kleiss, Nucl. Phys., B228(1983) 537.
- [3] W.R. Nelson et. al., The EGS Code System, SLAC-210(1978).

- [4] K. Siegbahn, α, β, γ Spectroscopy, Vol.1, Appendix 1. Amsterdam, North-Holland Pub. Co., 1965; Particle Data Group, *Phys. Lett.*, **B204** (1988)71.

Monte Carlo Calculation for Bhabha Scattering Integral Cross Section of BES Luminosity Monitor

Zhu Yongsheng Wang Ping Liu Tiehui Zhou Huashi

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039*)

Received on March 11, 1993

Abstract

With a Bhabha events generator the Bhabha scattering effective integral cross section for Beijing Spectrometer (BES) luminosity monitor is calculated based on the parameters of the monitor and Beijing Electron-Positron Collider (BEPC) beams. This cross section value can be used for calculating the luminosity of BEPC beams with the systematic error less than 3%. The measured data are in good agreement with the calculation.

Key words Bhabha scattering cross section, luminosity, Monte Carlo method, Beijing Spectrometer.